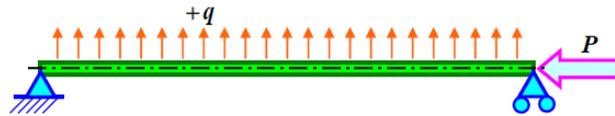


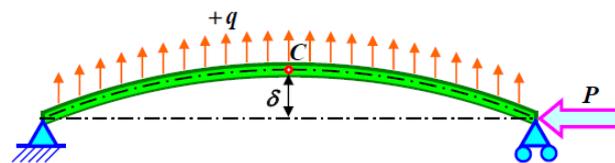
Apunte: Flexocompresión esbelta.

Para esfuerzos de compresión grandes y piezas esbeltas (alargadas), la teoría de la flexión clásica difiere de la realidad, por eso se utiliza la teoría de la viga flexocomprimida.

Se considera una viga cargada con una carga distribuida q y una carga puntual P y largo de una longitud l , como se indica a continuación.



Maximizando su deformada:



Según la teoría de flexión clásica el momento en el punto C valdría: $M = q \cdot l^2 / 8$.

Sin embargo, el momento real en el punto C es mayor debido a la deformación de la barra y a la existencia de la carga P , y vale: $M = q \cdot l^2 / 8 + P \cdot \square$.

Tomando un diferencial de la barra y analizando su equilibrio ($\Sigma F = 0$, $\Sigma M = 0$) y planteando q como una función lineal $q = A \cdot x + B$ es posible obtener las ecuaciones de giro, momento, corte y carga.

$$v = C_1 \operatorname{sen} \lambda x + C_2 \cos \lambda x + C_3 x + C_4 + \frac{Ax^3}{6EI_z \lambda^2} + \frac{Bx^2}{2EI_z \lambda^2}$$

$$\theta = \frac{\partial v}{\partial x} = C_1 \lambda \cos \lambda x + C_2 \lambda \operatorname{sen} \lambda x + C_3 + \frac{Ax^2}{2EI_z \lambda^2} + \frac{Bx}{EI_z \lambda^2}$$

$$M = EI_z \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -EI_z (C_1 \lambda^2 \operatorname{sen} \lambda x + C_2 \lambda^2 \cos \lambda x) + \frac{Ax}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^2}$$

$$Q = -EI_z \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} = EI_z (C_1 \lambda^3 \cos \lambda x - C_2 \lambda^3 \operatorname{sen} \lambda x) + \frac{A}{\lambda^2}$$

Estas ecuaciones permiten analizar los distintos problemas cuando se conozcan las diferentes condiciones de borde.

Carga de pandeo de Euler:

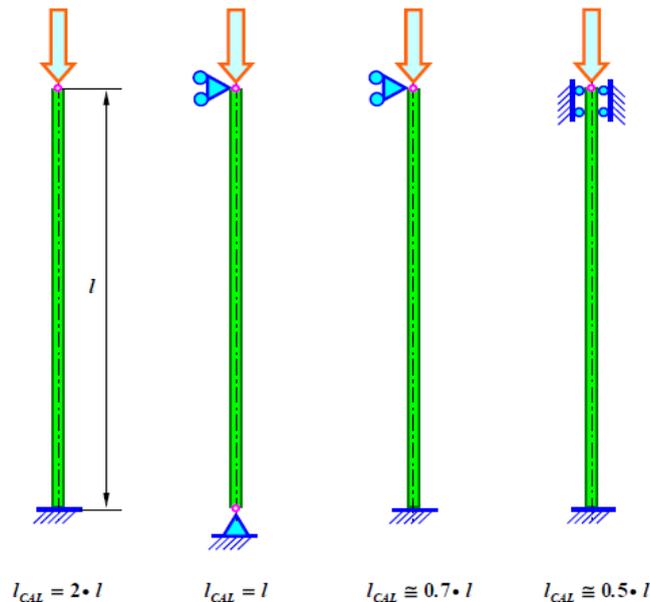
Partiendo de la ecuación diferencial de la deformada y planteando para cada tipo de vínculo su condición de borde, es posible obtener las respectivas deformadas y con éstas los valores de carga crítica, la cual es indeseable dado que provoca que la estructura sea inestable.

Para el caso de una viga que posee un vínculo doble en uno de sus extremos y uno simple en el otro se llega a la expresión

$$P_{CR} = \frac{n^2 \pi^2 EI_z}{l^2}$$

Donde n es un número natural, siendo su valor más importante $n=1$ ya que dará el valor de la menor carga crítica que genera pandeo.

Para barras con diferentes vinculaciones lo que se hace es obtener una longitud equivalente.



En donde:

l - Longitud Real de la Columna.
 l_{CAL} - Longitud de Cálculo.

En todos estos Casos, la Carga Crítica de Euler, que evidentemente se calcula para " $n = 1$ ", vale:

$$P_{CR} = \frac{\pi^2 E I_z}{l_{CAL}^2}$$

Apunte: Pandeo 1

Se considera pandeo al colapso de una estructura (o parte de ella) debido a la **rotura de su equilibrio resistente**. Para estructuras esbeltas la carga a la que se genera pandeo es menor a la de rotura de sección. La forma de resolver estructuras flexocomprimidas de Euler está dada por seis hipótesis, las cuales son:

- 1) Eje recto (material homogéneo e isótropo).
- 2) Deformaciones pequeñas ($1/r \approx (d^2y/dx^2)$).
- 3) Con apoyos que permiten su acortamiento.
- 4) Sometidos a cargas axiales de compresión aplicadas en sus extremos (compresión constante).
- 5) De sección constante (inercia constante).
- 6) Construidas con un material LINEAL ELÁSTICO.

A continuación consideraremos **que pasa si no se cumplen estas hipótesis**.

- ¿Qué pasa si el eje no es recto?

Para este caso, en el que el eje de la pieza presenta deformaciones previas, la carga crítica no varía, esta hipótesis solo se tiene en cuenta para simplificar el análisis y evitar indefiniciones.

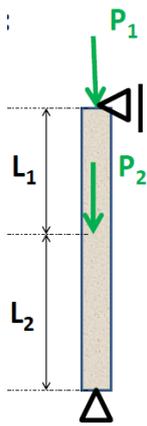
- ¿Qué pasa si las deformaciones no son pequeñas?

Si esto no se cumple se producen grandes flechas cuando la carga supera a la crítica. Es por esto que surge la necesidad de utilizar un modelo matemático diferente como lo es el método energético, en el que lo que se hace es igualar el trabajo interno de deformación con el trabajo de las cargas.

- ¿Qué pasa si los apoyos no permiten el acortamiento?

Lo que se hace en estos casos es considerar para cada tipo de vinculación una longitud equivalente, la cual permite encontrar el valor de la carga crítica fácilmente.

- ¿Qué pasa si hay diferentes tipos de cargas?



En este caso lo que se hace es definir:

$$[(P_1 + P_2) / P_1] = m$$

y con esto se tiene:

$$(P_2 + P_1)cr = \pi^2 \cdot E \cdot I / \xi^2 \quad \text{donde } \xi = \text{Luz reducida}$$

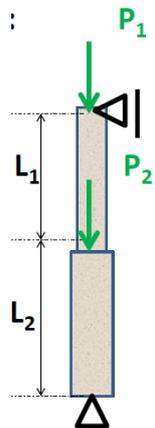
y es posible sacar la luz reducida entrando a una tabla con el valor m, y una vez que tenemos la luz podemos calcular la carga crítica.

Para el caso de que la carga sea distribuida se tiene:

$$(q \cdot L)cr = 0,793 (\pi^2 \cdot E \cdot I / L^2)$$

- ¿Qué pasa si la sección es variable?

En estos casos el momento de inercia de la barra varía respecto varíe la sección.



La forma de resolución de estas estructuras es similar al caso anterior.

Se define:

$$[(P_1 + P_2) / P_1] = m \quad \text{y} \quad n = l_2 / l_1$$

Donde se obtiene:

$$(P_2 + P_1)cr = \pi^2 \cdot E \cdot I / \xi^2 \quad \text{donde } \xi = \text{Luz reducida}$$

El valor de ξ se obtiene de una tabla entrando con los valores de m y n.

- ¿Qué pasa si el material no es lineal elástico?

En estos casos lo que se hace es tratar de encontrar cómo varía el módulo de elasticidad con respecto a la tensión ($E_\sigma = f(\sigma)$) y establecer:

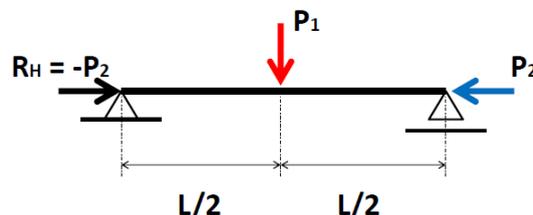
$$P_{CR} = \pi^2 \cdot E_\sigma \cdot I / L^2$$

Apunte: Efectos de segundo orden

Estos efectos se tienen en cuenta en casos en los que se necesite una mayor aproximación en el cálculo de estructuras.

Se utilizan estos efectos cuando no es posible (o no es lo más correcto) calcular las solicitaciones de la estructura en base a la geometría original de la pieza descargada, dado que las deformaciones que sufre esta inciden en el valor de las solicitaciones.

Un ejemplo de estos casos es el de estructuras con estados de carga como la siguiente:



Si utilizamos el cálculo por superposición de efectos tendremos que el esfuerzo normal que posee la barra es P_2 y que el momento máximo es $P_1 \cdot L/4$.

Pero si utilizamos el cálculo de segundo efecto tenemos que el esfuerzo normal sigue siendo P_2 pero el momento máximo es $(P_1 \cdot L/4) + P_2 \cdot \delta$, donde δ es la suma de las deformadas que causa tanto P_1 como P_2 (por el efecto de flexocompresión)

Para analizar este caso lo que se hace es trabajar la ecuación de la deformada hasta encontrar que la rotura del equilibrio se da para:

$$P_{2,cr} = \pi^2 \cdot E \cdot I / L^2$$

Y esto demuestra que la carga crítica no depende del valor de la carga transversal.

Los efectos de segundo orden hacen que se pierda la linealidad entre carga y deformación, esto se conoce como No Linealidad Geométrica. Muchas veces trabajar con teorías no lineales es engorroso, lo que se hace es aproximar el comportamiento mediante la aplicación de sucesivos cálculos lineales que siguen la evolución del fenómeno no lineal.

Apunte: Análisis experimental de estructuras.

El análisis del comportamiento de estructuras se realiza aplicando alguna de las teorías de la Resistencia de Materiales, la cual se basa en modelos que aproximan la realidad, y a esta realidad se la estudia por medio del análisis experimental de estructuras.

El análisis experimental de estructuras se divide en dos ramas, por un lado se estudia las deformaciones que sufre una pieza cargada y con esto se determina la “resistencia teórica básica”, y por otra parte se encarga de la detección de defectos, fallas o procesos de deterioro en marcha que permiten obtener su “resistencia real”.

- **Determinaciones experimentales no destructivas:** Son métodos que permiten detectar características estructurales sin alterar la estructura que se estudia. Se pueden dividir en:
 - Superficiales: Se utilizan para poner de manifiesto fisuras o defectos que están sobre la superficie, algunos de estos ensayos son: inspección visual, tinta penetrante, partículas magnéticas, magnetismo (corrientes de Eddy o de Foucault), etc. También se considera ensayo superficial a las percusiones calibradas que, midiendo el rebote del cuerpo que golpea a la estructura, permita estimar las características resistentes.
 - Internos: Por lo general son trenes de ondas que recorren el interior de la estructura y permiten detectar la existencia de huecos, fisuras u otro tipo de defecto que presente la pieza. El más común de estos ensayos es el de ultrasonido.

También son ensayos no destructivos aquellos ensayos de carga que no superan los estados de servicio de las piezas. Un ejemplo es el ensayo de strain gauge: Consiste en un sensor que mide microdeformaciones y emite una corriente, *este ensayo es utilizado para obtener el estado de sollicitación de la estructura siempre y cuando esta no supere a la de trabajo.*

- **Determinaciones experimentales “poco” destructivas:** Son ejemplos los ensayos de dureza normalizados, donde se le imprime una pequeña deformación a la pieza. Siempre que ésta no se aplique en una zona donde comprometa a la estructura, no la afectará en absoluto.
- **Determinaciones experimentales destructivas:** Los ensayos se realizan generalmente sobre modelos o prototipos a escala dispuestos en bancos de pruebas. También son experimentos destructivos los ensayos realizados sobre probetas normalizadas, éstas están diseñadas para poner de manifiesto alguna variable de interés. Las determinaciones comunes de ensayos destructivos son las relaciones entre cargas y deformaciones.

¿Qué variables se pueden medir y cuáles no en un ensayo de laboratorio?

Se pueden medir (con una precisión que dependerá del instrumental) las cargas externas (*con una balanza o un dinamómetro*), las dimensiones geométricas (*con una regla*), deformaciones (cambio de distancias entre dos puntos dados) (*con comparadores*), y el tiempo (*con un reloj*).

No pueden ser medidos, pero sí aproximados aquellas variables que tienen un trasfondo *matemático* como son las deformaciones específicas y las tensiones (que son cocientes incrementales entre longitudes y secciones respectivamente), es decir:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta L \rightarrow 0} \frac{\Delta L}{L} \qquad \sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A}$$

Proyecto experimental de estructuras.

En principio lo que se busca es establecer experimentalmente la respuesta de las estructuras frente a acciones externas, entendiendo por respuesta, a las deformaciones y características resistentes que ellas sufren en tales condiciones.

Consiste en un procedimiento de proyecto mediante el cual, realizando ensayos de carga en un número limitado de especímenes representativos, se determina la respuesta de la estructura y de sus miembros. Estos ensayos experimentales se realizan principalmente para sortear las dificultades que traen aparejados los modelos analíticos, o para obtener otra visión respecto del problema, por ejemplo la utilización en conjunto de sistemas numéricos (parte analítica) para cálculos de diseño de estructuras, con modelos a escala de ensayo en túneles de viento (parte experimental)

Informe de laboratorio.

El informe debe contener la información solicitada. La mayoría de los informes están normalizados y en general solicitan: *una previsión teórica del resultado, una descripción de los especímenes ensayados, los procedimientos de ensayo, medidas de variables tomadas y croquis o imágenes que complementen la interpretación.*

Apunte: Bases y fundamentos del proyecto estructural.

Se entiende por proyectar una estructura a imaginarla (en su entorno y con las características deseadas), dimensionarla y, finalmente, construirla, con el fin de que ésta cumpla de manera satisfactoria los objetivos funcionales para los que fue pensada y resista las sollicitaciones existentes.

Las limitaciones del proyecto estructural radica en la *imaginación* de los proyectistas y en cuanto éstos se atrevan a crear. Es decir “proyectar es crear” y materializarlo.

La acción de proyectar una estructura resistente comprende varios aspectos o etapas fundamentales:

- Determinar con precisión las funciones que deba cumplir la estructura, el ambiente al cual va a pertenecer, el tipo de mantenimiento periódico al que va a estar sometido y la durabilidad que se espera que tenga.
- Definir el material a utilizar, el coeficiente de seguridad, determinar los tipos de sollicitaciones a los que va a estar sometida y seleccionar el tipo de estructura que parezca más adecuado.
- Elegir el modelo matemático con el cual se va a calcular la estructura, teniendo en cuenta que las hipótesis que plantea el modelo se asemejen a la realidad.
- Resolver el problema matemático y, una vez que tenemos el resultado, interpretarlo físicamente y compararlo con la realidad. Al finalizar este paso vamos a tener un predimensionamiento de la estructura.
- Una vez que tenemos el predimensionamiento, pasamos a su verificación, la cual puede ser por medio del método de elementos finitos, diferencias finitas o cualquier otro que considere útil o complementario como se mencionó con el túnel de viento. Si la estructura se verifica, estará en condiciones de soportar las sollicitaciones actuantes, en caso de que no verifique se deberá rever el modelo matemático establecido y los cálculos realizados.
- Cuando tenemos las dimensiones definitivas, se deberá describir un procedimiento constructivo que sea viable tanto técnica como económica y temporalmente.