SECOND PROBLÈME
PRODUCTION D'UN SIGNAL MODULÉ EN FRÉQUENCE

1. Le montage classique est donné ci-contre.

Les grandeurs x et y sont les tensions d'entrée et de sortie et vérifient:

$$y = -\frac{1}{RC}\int_0^t x(t)dt$$

si on note 0 l'instant où y était nul.

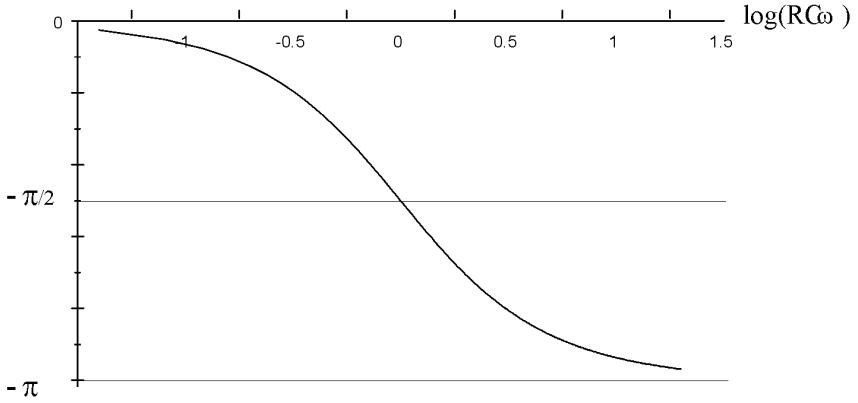
2. On identifie les tensions aux deux bornes d'entrée de l'amplificateur:

$$v_2 + \frac{v_1 - v_2}{2} = v_- = v_+ = \frac{1}{1 + iR'C\omega} v_1$$

d'où on déduit:

$$H = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1 - iR'C'w}{1 + iR'C'w}$$

Le diagramme de Bode en gain est plan ($G_{dB} = 0$).
Le diagramme de Bode en phase a l'allure ci-dessous.



Le réseau est donc un *déphaseur*.

3. De la même façon, on écrit:

$$v_2 \frac{R_4}{R_4 + R_2} = v_+ = v_- = \frac{R_1 v_S + R_3 v}{R_3 + R_1}$$

c'est-à-dire:

$$v_S = \frac{R_3}{R_1}\left[\frac{R_4(R_1 + R_3)}{R_3(R_2 + R_4)} v_2 - v\right]$$

qui fonctionne en soustracteur si:

$$1 = \frac{R_4(R_1 + R_3)}{R_3(R_2 + R_4)}$$

soit encore:

$$R_1R_4 = R_2R_3 \quad \text{d'où} \quad v_S = \frac{R_3}{R_1}(v_2 - v)$$

4. On a directement, compte tenu des hypothèses de l'énoncé:

$$y(t) = -\frac{1}{RC}\sin(\omega t) \quad \text{et} \quad v_2(t) = V_1 \sin(\omega_1 t)$$

On en déduit:

$$v_S = \frac{R_3}{R_1}\left[V_1 sin(w_1 t) + \frac{KV_1 x_0}{RCw} sin(wt) cos(w_1 t)\right]$$

qu'on pourra écrire sous la forme:

$$v_S = \frac{R_3}{R_1}\sqrt{V_1^2 + \frac{K^2 V_1^2 x_0^2}{R^2 C^2 w^2} sin^2(wt)}\, sin\left(w_1 t + j(t)\right)$$

soit, à condition de choisir ϕ tel que:

$$\text{tg}\varphi = \frac{Kx_0}{RC\omega}\sin(\omega t)$$

la forme demandée, avec:

$$\alpha = \frac{Kx_0}{RC\omega} \quad \text{et} \quad U_0 = \frac{R_3}{R_1} V_1$$

5. On peut alors écrire, au second ordre près en α:

$$\alpha << 1 \Rightarrow \text{tg}\varphi = \alpha \sin(\omega t) \approx \varphi \quad \text{et} \quad \sqrt{1+\alpha^2 \sin^2(\omega t)} \approx 1$$

d'où la relation demandée:

$$v_S(t) \approx U_0 \sin\left(\omega_1 t + \alpha \sin(\omega t)\right)$$

avec pour taux de modulation:

$$m = \alpha = \frac{Kx_0}{RC\omega}$$

m est bien sans dimension car l'unité de *K* est le volt^{-1}.

6. On obtient l'expression de la pulsation instantanée du signal:

$$\Omega(t) = w_1 + mwcos(wt) = w_1 + \frac{K}{RC}x(t)$$

La fréquence de la porteuse est modulée proportionnellement au signal modulant, le coefficient de modulation étant indépendant de la fréquence.

7. L'utilisation de fréquences plus élevées pour le signal transmis que pour l'information elle-même permet de *s'affranchir des obstacles* liés à la propagation des ondes électromagnétiques dans l'air à basse fréquence (pour laquelle il y a absorption) et de *choisir la fréquence* d'émission en fonction des plages disponibles, permettant de diffuser de nombreux canaux de radio dans la même région ou de télévision par le même satellite.
Par rapport à la modulation d'amplitude, la modulation de fréquence est indépendante de tous les obstacles qui peuvent faire varier brutalement l'amplitude du signal en *absorbant* l'onde porteuse.