

Η πτώση ενός τετράγωνου πλαισίου.

Ένα τετράγωνο πλαίσιο πλευράς $a=0,5\text{m}$ και αντίστασης $R=0,2\Omega$ αφήνεται να πέσει από ορισμένο ύψος, με το επίπεδό του κατακόρυφο. Σε μια στιγμή συναντά στην πορεία του ένα ομογενές οριζόντιο μαγνητικό πεδίο, με δυναμικές γραμμές κάθετες στο πλαίσιο, έντασης $B=0,4\text{T}$ και στο σχήμα φαίνεται η θέση του πλαισίου τη στιγμή t_1 , όπου η ταχύτητά του είναι $v=2\text{m/s}$. Για τη στιγμή αυτή ζητούνται:

- Η ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στο πλαίσιο και η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.
- Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο πλαίσιο, καθώς και η ισχύς της δύναμης Laplace που το μαγνητικό πεδίο ασκεί στο πλαίσιο.
- Αν το πλαίσιο έχει μάζα $m=0,2\text{kg}$:
 - Ποια η επιτάχυνση του πλαισίου;
 - Ποιοι οι ρυθμοί μεταβολής της δυναμικής ενέργειας, της κινητικής ενέργειας και της μηχανικής ενέργειας του πλαισίου;

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:

- Θεωρούμε την κάθετη στο πλαίσιο με φορά προς τα έξω, ίδιας φοράς με την ένταση του πεδίου. Καθώς πέφτει το πλαίσιο, αυξάνεται το εμβαδόν του που βρίσκεται μέσα στο πεδίο, οπότε αυξάνεται και η αντίστοιχη μαγνητική ροή που περνά από το πλαίσιο, συνεπώς αναπτύσσεται πάνω του μια ΗΕΔ λόγω επαγωγής. Έτσι από τον νόμο της επαγωγής θα έχουμε:

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(Bay)}{dt} = -Ba\frac{dy}{dt} = -Bav \rightarrow$$

$$E = -Bav = -0,4 \cdot 0,5 \cdot 2\text{V} = -0,4\text{V}$$

Αλλά τότε τη στιγμή αυτή το πλαίσιο διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{-0,4\text{V}}{0,2\Omega} = -2\text{A}$$

Η φορά του ρεύματος, είναι αυτή που έχει σχεδιαστεί στο διπλανό σχήμα, αφού πρέπει να ασκηθεί δύναμη Laplace, η οποία να αντισταθεί στην είσοδο του πλαισίου στο πεδίο, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz. Αν λοιπόν το ρεύμα έχει φορά από το Γ στο Δ , τότε η ασκούμενη δύναμη Laplace που ασκείται στην $\Gamma\Delta$, σύμφωνα με τον κανόνα των τριών δακτύλων, θα έχει φορά προς τα πάνω, αντίθετη της ταχύτητας. Δυνάμεις από το πεδίο ασκούνται και στα τμήματα των πλευρικών πλευρών που βρίσκονται εντός του πεδίου, όπου όμως η συνισταμένη τους είναι μηδενική.

- Η ηλεκτρική ισχύς που εμφανίζεται στο κύκλωμα, ίση με την ισχύ της «πηγής» είναι:

$$P_{\eta\lambda} = |E| \cdot |I| = 0,4 \cdot 2\text{W} = 0,8\text{W}$$

Εξάλλου η δύναμη Laplace έχει μέτρο:

$$F_L = B \cdot I \cdot \ell = B \cdot I \cdot a = 0,4 \cdot 2 \cdot 0,5 \text{ N} = 0,4 \text{ N}$$

Οπότε η ισχύς της είναι ίση:

$$P_{FL} = F_L \cdot v \cdot \sin \alpha = 0,4 \cdot 2 \cdot (-1) \text{ W} = -0,8 \text{ W}$$

Πράγμα που σημαίνει ότι μέσω του έργου της δύναμης αφαιρείται μηχανική ενέργεια από το πλαίσιο και μετατρέπεται σε ηλεκτρική στο κύκλωμα.

iii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο πλαίσιο τη στιγμή t_1 . Για τα μέτρα των οριζόντιων δυνάμεων F_1 και F_2 έχουμε:

$$F_1 = F_2 = B \cdot I \cdot y$$

Συνεπώς και $\Sigma F_x = 0$.

α) Στην κατακόρυφη διεύθυνση έχουμε:

$$\begin{aligned} \Sigma F_y &= m \cdot \alpha \rightarrow mg - F_L = m \cdot \alpha \rightarrow \\ \alpha &= \frac{mg - F_L}{m} = \frac{0,2 \cdot 10 \text{ N} - 0,4 \text{ N}}{0,2 \text{ kg}} = 8 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

β) Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του πλαισίου συνδέεται με το έργο του βάρους με την σχέση:

$$\begin{aligned} W_w &= U_{\alpha\beta\chi} - U_{\tau\epsilon\lambda} \rightarrow \\ \frac{dU}{dt} &= -\frac{dW_w}{dt} = -\frac{w \cdot dy}{dt} = -mg \cdot v \rightarrow \\ \frac{dU}{dt} &= -0,2 \cdot 10 \cdot 2 \frac{\text{J}}{\text{s}} = -4 \frac{\text{J}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Εξάλλου εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \frac{dK}{dt} &= \frac{dW_{o\lambda}}{dt} = \frac{\Sigma F \cdot dy \cdot \sin \alpha}{dt} = \Sigma F \cdot v \cdot \sin \alpha \rightarrow \\ \frac{dK}{dt} &= (w - F_L) \cdot v \cdot \sin \alpha = (2 - 0,4) 2 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 3,2 \frac{\text{J}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Αλλά αν η δυναμική ενέργεια μειώνεται κατά 4 J/s , ενώ η κινητική ενέργεια αυξάνεται κατά $3,2 \text{ J/s}$, τα υπόλοιπα $(4 - 3,2) \text{ J/s} = 0,8 \text{ J/s}$ θα είναι ο ρυθμός με τον οποίο η μηχανική ενέργεια μετατρέπεται σε ηλεκτρική!

Πράγματι αυτή μπορεί να υπολογιστεί μέσω της ισχύος της δύναμης Laplace που ασκείται στο πλαίσιο από το πεδίο:

$$P_{FL} = F_L \cdot v \cdot \sin \alpha = 0,4 \text{ N} \cdot 2 \text{ m/s} \cdot (-1) = -0,8 \text{ W}$$

Όπου το αρνητικό πρόσημο μας δείχνει ότι η δύναμη αφαιρεί ενέργεια από το πλαίσιο, μετατρέποντάς την, στην περίπτωσή μας, σε ηλεκτρική στο κύκλωμα και η οποία τελικά ελευθερώνεται στο περιβάλλον ως θερμική ενέργεια.

