

Урок по теме «Решение оптимизационных задач в среде электронных таблиц EXCEL»

Цели:

- Формирование у учащихся умения составлять математические модели и использовать надстройку **Поиск решения** для решения простейших оптимизационных задач.
- Формирование умений и навыков, носящих в современных условиях общенаучный и общеинтеллектуальный характер.
- Развитие у школьников теоретического, творческого мышления, а также формирование операционного мышления, направленного на выбор оптимальных решений.
- Научить учащихся применять современное программное обеспечение в решении нестандартных задач.

Задачи урока:

- **Воспитательная:** развитие познавательного интереса, воспитание информационной культуры.
- **Учебная:** изучить и закрепить основные навыки работы с электронными таблицами, научить применять надстройку **Поиск решения** для решения задач.
- **Развивающая:** развитие логического мышления, расширение кругозора.

Оборудование:

- компьютеры;
- пакет Microsoft Office;
- интерактивная доска;
- Карточки с задачами для самостоятельной работы.

План урока:

- Организационный момент
- Актуализация знаний
- Изложение алгоритма решения задачи оптимизации с помощью ЭТ
- Деловая игра
- Подведение итогов
- Домашнее задание

Ход урока

Учитель. С древних времен человека интересовали задачи связанные с отысканием наименьших и наибольших величин. Бурный рост промышленности в XVII-XVIII веках привел к необходимости исследования более сложных задач на экстремум. Однако лишь в XX веке при огромном размахе производства и осознании ограниченности ресурсов Земли стала актуальной задача оптимального использования энергии, материалов, рабочего времени. Большую актуальность приобрели вопросы наилучшего управления различными процессами физики, техники экономики, управления и др. Сюда относятся:

- Задача на скорейшее достижение точки назначения;

- Задача организации производства с целью получения максимальной прибыли при заданных затратах ресурсов;
- Задача управления системой гидростанций и водохранилищ с целью получения максимального количества электроэнергии;
- Задача о быстрейшем нагреве или остывании металла до заданного температурного режима и другие.

Многие задачи сводятся к отысканию наименьшего или наибольшего значения некоторой функции, которую принято называть целевой функцией или критерием качества. Задачи оптимизации могут быть успешно решены с помощью компьютера. Они решаются по обычной схеме – составление математической модели, компьютерной модели и исследование модели.

1. Актуализация опорных знаний.

Учитель. Что такое модель? (модель упрощенное представление оригинала, отражающий некоторые существенные характеристики объекта, процесса, явления).

Учитель. Почему бы не исследовать сам оригинал, а не строить его модель? (Анализировать модели проще и дешевле, чем экспериментировать с объектами реального мира)

Учитель. Приведите примеры информационных моделей и докажите, что они являются таковыми. (Графики, диаграммы, чертежи, схемы, карты, таблицы, уравнения математические. Эти модели содержат описание объекта, информацию об объекте).

Учитель. На прошлых уроках мы убедились, что электронная таблица Excel позволяет не только производить расчеты, но и решать задачи в различных сферах деятельности. К примеру, это задачи с использованием функции *Подбор параметра*. Задачи могут быть и более сложными, когда интересует не конкретный результат, а минимально или максимально возможный. **Учитель.** Назовите механизм в электронной таблице, который позволяет находить оптимальные решения. (Надстройка **Поиск решения**). Сегодня мы будем решать старинную русскую задачу.

2. **Задача.** Пошла баба на базар на людей посмотреть да кое-что продать. Сколько надо бабе на базар для продажи живых гусей, уток и кур, чтобы выручить как можно больше денег, если она может взять товара массой не более P килограмм? Причем известно, что:

масса одной курицы - B_2 , стоимость - C_2

масса одной утки - B_3 , стоимость - C_3

масса одного гуся – B_4 , стоимость – C_4

Учитель.

Математическая модель задачи

D_2, D_3, D_4 – число кур, уток и гусей соответственно, взятых бабой для продажи.

Задача бабы- выручить как можно больше денег- описывается целевой функцией:

$$C_2 \cdot D_2 + C_3 \cdot D_3 + C_4 \cdot D_4 \rightarrow \max.$$

Так как баба может взять не более P кг товара, то должно выполняться условие:

$$B_2 \cdot D_2 + B_3 \cdot D_3 + B_4 \cdot D_4 \leq P$$

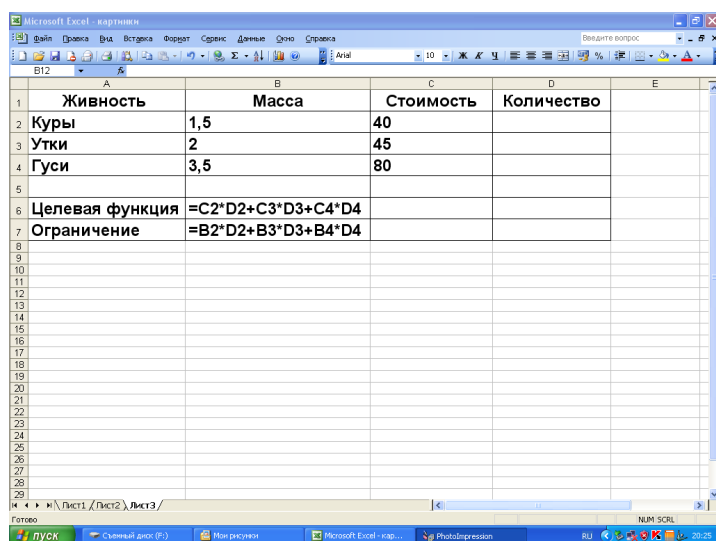
Кроме того, имеют место ограничения:

$$D_2 \geq 0, D_3 \geq 0, D_4 \geq 0,$$

D2, D3, D4 – целые.

Порядок выполнения работы

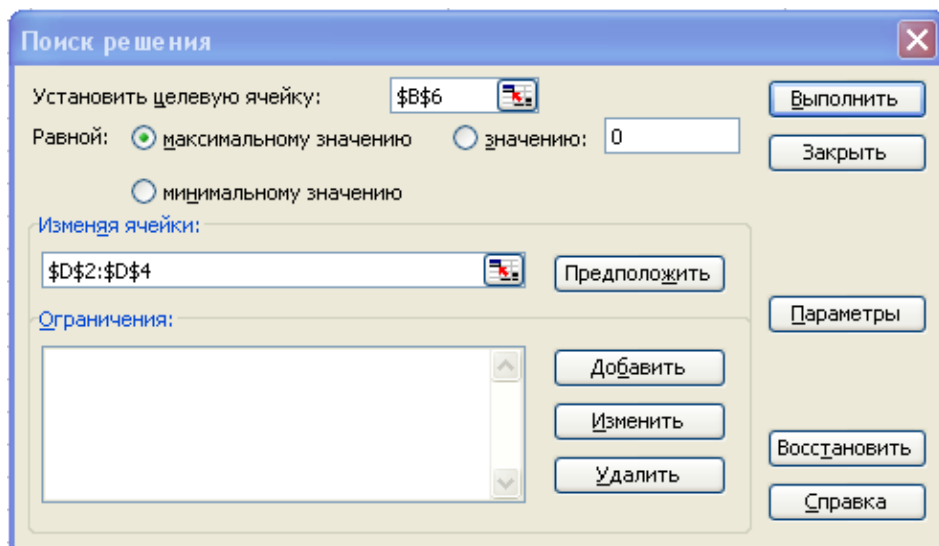
Откройте Microsoft Excel. Введите исходные данные и расчетные формулы в таблицу следующим образом:



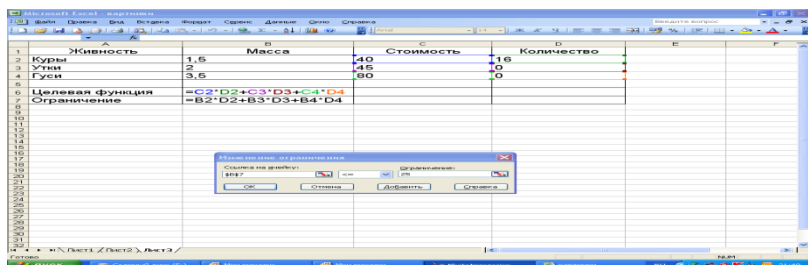
	A	B	C	D	E
1	Живность	Масса	Стоимость	Количество	
2	Куры	1,5	40		
3	Утки	2	45		
4	Гуси	3,5	80		
5					
6	Целевая функция	$=C2*D2+C3*D3+C4*D4$			
7	Ограничение	$=B2*D2+B3*D3+B4*D4$			
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					

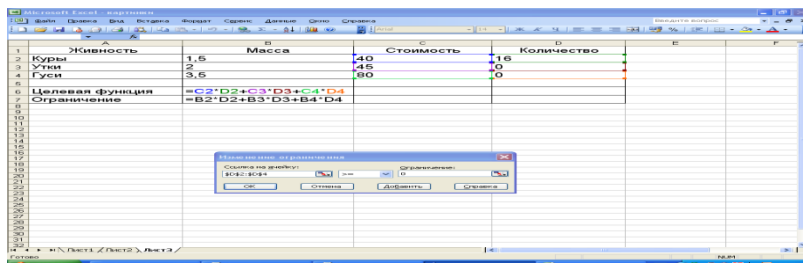
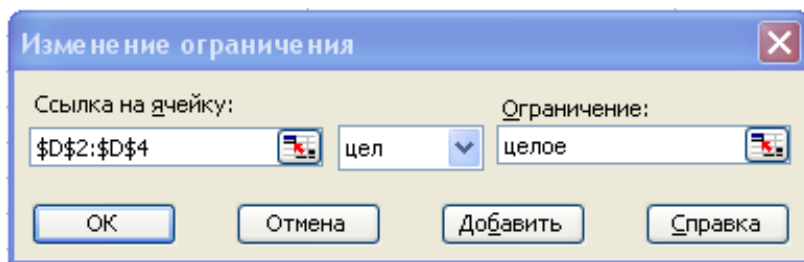
Выбрав в меню команду **Сервис, Поиск решения**, заполните поля диалогового окна следующим образом (диапазон ячеек D2:D4 можно вводить с клавиатуры, можно выделять с помощью мыши):

1. Выделить целевую ячейку **B6**.
2. Активизируйте кнопку **максимальному значению**.
3. В поле **Изменяя ячейки** укажите диапазон изменяемых ячеек D2:D4 (можно выделением).



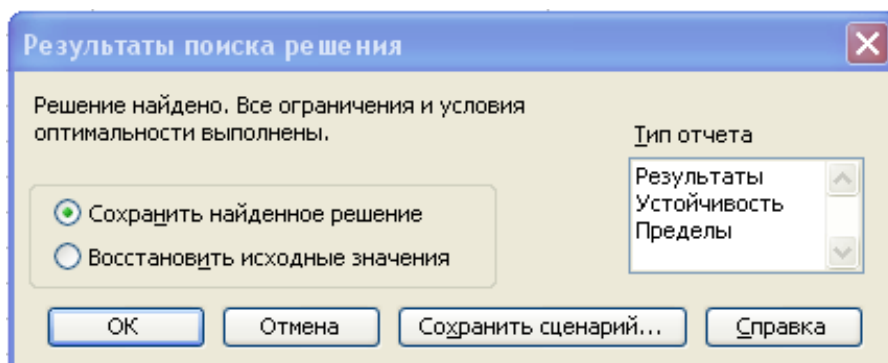
4. Перейдите в поле **Ограничения** (щелчком мыши) и выберите кнопку **Добавить**.





5. После записи каждого ограничения нажимайте кнопку **Добавить** (для последнего ограничения - **ОК**).
6. В диалоговом окне после ввода ограничений нажмите кнопку **Выполнить**.

В появившемся окне **Результаты поиска решения** активизируйте кнопку **Сохранить найденное решение**, а потом нажмите **ОК**.



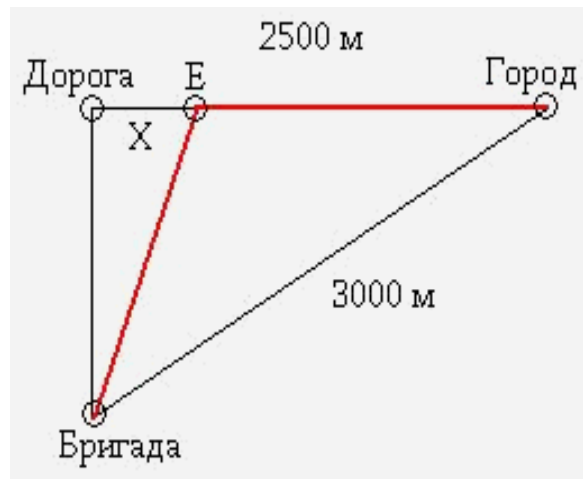
В ячейках D2:D4 таблицы появится решение задачи.

3. **Учитель.** Продолжим тему сельского хозяйства. Представьте себя сотрудниками фирмы «Оптим+». К вам обратились работники Акционерного общества «Урожай» с просьбой помочь решить такие их проблемы.

Задача 1. Бригаде рабочих, находящейся в поле, необходимо как можно скорее эвакуировать неисправную технику в город. Попасть в город можно тремя путями:

- по кратчайшему пути от точки Б (бригада) до точки Г (город), при этом скорость эвакуатора будет равна скорости движения по полю, $V_{\text{поля}} = 25 \text{ км/ч}$;
- сначала по кратчайшему пути на дорогу от точки Б до точки Д (дорога), со скоростью $V_{\text{поля}} = 25 \text{ км/ч}$, потом по дороге от точки Д до точки Г со скоростью $V_{\text{дор}} = 80 \text{ км/ч}$;
- сначала в некоторую точку Е на дороге, со скоростью $V_{\text{поля}}$, а потом по дороге до точки Г со скоростью $V_{\text{дор}}$.

Решить задачу – значит найти оптимальный путь, при котором время, затраченное на доставку неисправной техники, будет наименьшим.



Математической модель.

1) Оптимизируемая величина – время движения, т.к. в задаче требуется выяснить, когда время будет наименьшим. Обозначим время буквой t , а маршрут движения – буквами $БЕГ$.

2) Время зависит от расстояния, поэтому обозначим расстояние $ДЕ=x$.

Тогда $ЕГ=ДГ-ЕД=25-x$ (км), т.к. по т. Пифагора $БД = \sqrt{БГ^2 - ДГ^2} = \sqrt{30^2 - 25^2} = 16,58$ (км). Т.о., реальные границы изменения независимой переменной $0 \leq x \leq 25$.

3) Для вычисления $t_{\text{движения}}$ также найдем по теореме Пифагора расстояние $БЕ = \sqrt{БД^2 + ДЕ^2} = \sqrt{275 + x^2}$

(км), тогда
$$t_{\text{общее}} = \frac{БЕ}{v_{\text{поля}}} + \frac{ЕГ}{v_{\text{дороги}}} = \frac{\sqrt{275 + x^2}}{25} + \frac{25 - x}{80}$$
 (ч), $x \in [a; b]$.

$$t_{\text{общее}} = \frac{БЕ}{v_{\text{поля}}} + \frac{ЕГ}{v_{\text{дороги}}} = \frac{\sqrt{275 + x^2}}{25} + \frac{25 - x}{80}$$

Целевая функция:

Ограничения: $0 \leq x \leq 25$.

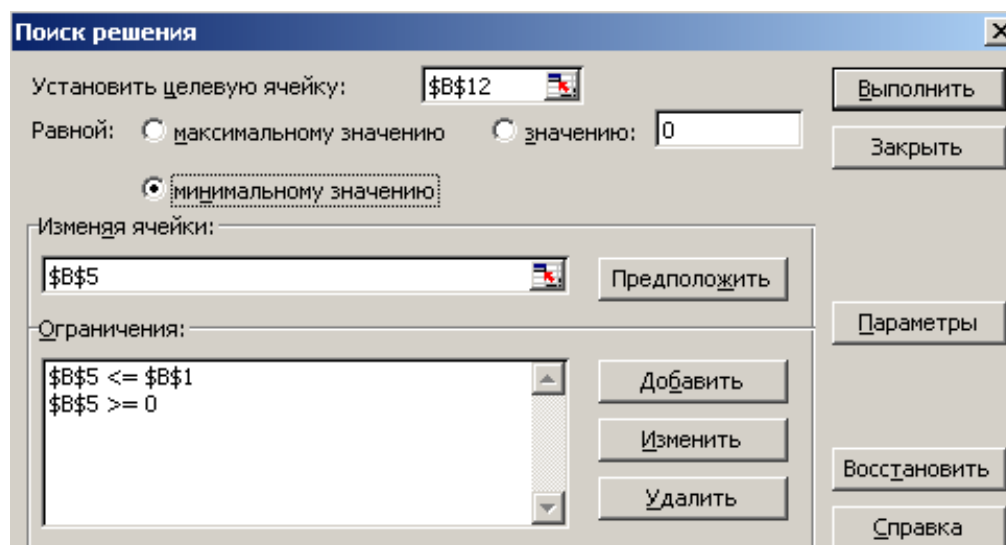
Данную задачу предлагается решить средствами электронных таблиц Excel. Для этого необходимо заполнить таблицу в соответствии с условием задачи:

	А	В	С	Д
1	ДГ=	2500	м	Заполняем ячейки А1:С4 исходя из условия задачи
2	БГ=	3000	м	
3	$V_{\text{поля}}=$	25,0	км/ч	
4	$V_{\text{дороги}}=$	130	км/ч	
5	ДЕ=X	1000	м	Вводим изначально любое число, ≤ 2500 м
6	$БГ^2 - ДГ^2 =$	2750000	м ²	По т. Пифагора квадрат $В6 = (В2)^2 - (В1)^2$
7	БД=	1658,312	м	БД= корень(В6)

8	$BE^2=$	3750000	м ²	Вводим формулу: $= (B7)^2+(B5)^2$
9	$BE=$	1936,492	м	$B9=\text{корень}(B8)$
10	$t=$	77,46	мин	Время = Расстояние/Скорость, поэтому вводим формулы: $B10=B9/B3$ и $B11=(B1-B5)/B4$
11	$t_{ег}=$	11,53846	мин	
12	$t_{общ}=$	89,00	мин	$B12=B11+B10$ и $B12$ в итоге должна быть минимальной

Заполнив таблицу, выделяем ячейку B12 и выполняем команду: “Сервис” → “Поиск решения”.

В появившемся диалоговом окне “Поиск решения” устанавливаем целевую ячейку $\$B\12 равную минимальному значению. Изменяя ячейку $\$B\5 , добавляем ограничения: $\$B\$5 \leq \$B\1 и $\$B\$5 \geq 0$.



После указания всех ограничений, задаем Параметры поиска решения: Линейная модель, Неотрицательные значения, ОК. После этого нажимаем команду “Выполнить”, предоставляя компьютеру ПК самостоятельно найти решение.

В результате решение задачи выглядит следующим образом: Для транспортировки неисправной техники в город эвакуатор должен попасть сначала в некоторую точку Е на дороге, удаленную от точки Д на 545,5447 метров, со скоростью 25 км/ч, а потом по дороге со скоростью 80 км/ч. При этом бригада рабочих проделает

путь: $BE+EG = \sqrt{275 + 29,76} = 37$ км, а время, затраченное на доставку неисправной техники, будет наименьшим $t_{общее} = 0,94$ мин.

	А	В	С
1	ДГ=	25	км
2	БГ=	30	км
3	$V_{поля}=$	25	км/ч
4	$V_{дороги}=$	80	км/ч
5	ДЕ=X	5,455447	км
6	$БГ^2 - ДГ^2 =$	275	км ²

7	БД=	16,58312	км
8	БЕ ² =	304,7619	км ²
9	БЕ=	17,45743	км
10	t _{поля} =	0,70	ч
11	t _{дороги} =	0,244307	ч
12	t _{общ} =	0,94	ч
13	БЕГ	37,00	км

Провести исследование:

1. Доказать, что путь **БЕГ** является самым коротким, сравнив его с путем **БДГ** и **БГ**.
2. Какое условие доставки техники надо изменить, чтобы сократить время. Доказать.

Задача 2. Пусть в колхозе требуется распределить площадь пашни между двумя культурами в соответствии со следующими данными:

чения во влияющих ячейках. построением диаг

Культура	Площадь, га	Урожай, ц/га	Затраты, руб./га	Цена за 1 ц, руб.	Затраты, человеко-дней на 1 га.
1	x	10	50	6	2
2	y	15	80	8	10

Кроме того, заданы **ресурсы производства:**

земли – 1800 га, человеко-дней – 8000.

Величины x и y являются неизвестными и подлежат определению.

Построение математической модели задачи включает в себя:

- задание целевой функции (ее надо максимизировать или минимизировать);
- задание системы ограничений в форме линейных уравнений и неравенств;
- требование неотрицательности переменных.

Решим задачу по оптимизации критерия, а именно по максимуму прибыли.

Ограничения задачи имеют следующий вид:

ограничение по площади: $x + y \leq 1800$; (1)

ограничение по человеко-дням: $2x + 10y \leq 8000$, или $x + 5y \leq 4000$ (2)

Кроме того, ясно, что $x \geq 0$, $y \geq 0$ (3)

Для прибыли (согласно данным таблицы) имеем формулу:

$$\Pi = 6 \cdot 10x + 8 \cdot 15y - 50x - 80y = 10(x + 4y) \quad (4)$$

Учтя все условия задачи, приходим к её математической модели неотрицательных целочисленных решений системы линейных неравенств

$$x + y \leq 1800$$

$$x + 5y \leq 4000$$

- ограничения

найти такое, которое соответствует максимуму линейной функции $F = 10(x + 4y)$ - целевая функция

Теперь заполним расчетную форму в табличном процессоре Excel.

Введем:

в столбец А - подписи к величинам и расчетным формулам,

в столбец В – расчетные формулы (отображаются вычисленные по этим формулам значения),

	А	В
1		
2		
3	<i>Переменные</i>	
4	площадь 1 культуры (x)	0
5	площадь 2 культуры (y)	0
6		
7	<i>Целевая функция</i>	
8	прибыль 10(x+4y)	=10*(B4+4*B5)
9		
10	<i>ограничения</i>	
11	по площади	=B4+B5
12	по человекодням	=B4+5*B5

В меню **Сервис** выбираем **Поиск решения** и заполняем открывшееся диалоговое окно следующим образом:

Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной: ☒ максимальному значению ☐ значению:

☐ минимальному значению

Изменяя ячейки:

Ограничения:

Buttons: Выполнить, Закреть, Параметры, Восстановить, Справка

Далее щелкаем в этом окне на кнопке **Параметры** и в открывшемся диалоговом окне **Параметры поиска решения** устанавливаем флажки **Линейная модель** и **Неотрицательные значения**. Щелкаем по кнопке **ОК**.

В окне **Поиск решения** щелкаем на кнопке **Выполнить**.

Оптимальное решение найдено:

<i>Переменные</i>	
площадь 1 культуры (x)	1250
площадь 2 культуры (y)	550
<i>Целевая функция</i>	
прибыль $10(x+4y)$	34500
<i>ограничения</i>	
по площади	1800
по человекодням	4000

Таким образом, $x = 1250$ (га), $y = 550$ (га) - *искомый оптимальный вариант* распределения площади пашни между двумя культурами, при котором достигается максимальная прибыль, и выполняются все условия задачи.

Самостоятельно сохранить найденное решение, используя различные типы отчета.

Провести исследование.

1. В результате инфляции затраты рублей на гектар увеличились на 6%. Как изменится прибыль?
2. В результате засушливого лета урожая собрали на 4% меньше, а затраты человеко-дней увеличились на 3 и 11 соответственно. Как изменится прибыль?
3. Чтобы увеличить прибыль на 2%, какие условия производства надо изменить и как?

Учитель. Предлагаю разделить на две группы, Чтобы параллельно решить эти две проблемы и таким образом помочь труженикам села.

4. Итоги.

Так с помощью команды Поиск решения можно оптимизировать решение многих практических задач. С помощью этой команды можно решать уравнения. Вообще слово оптимизация в толковом словаре истолковывается как наиболее благоприятный. Эта тема очень актуальна не только для вас, учеников, но так же и для тех, например, кто занимается бизнесом, производством и т.д. В условиях экономической нестабильности как никогда важно уметь оптимизировать свою профессиональную деятельность.

5. Домашнее задание.

Задача

Предполагается, что рацион коров составляется из двух видов кормов – сена и концентратов. Суточная потребность кормов на 1 корову равна 20 кормовых единиц. В таблице приведены числовые данные о себестоимости кормов в данном хозяйстве.

Виды кормов	Содержание кормовых единиц в 1 кг кормов	Себестоимость кормов, в рублях.
Сено	0,5	1,5
Концентраты	1,0	2,5

Найти самый дешевый рацион, если ежедневный рацион кормления сельскохозяйственных животных должен включать не менее 16 кг. сена.

(Ограничения:

$$x \geq 16, \quad y \geq 0,$$

$$0.5x + y = 20;$$

Целевая функция: $F(x, y) = 1.5x + 2.5y$)