

Unidad de aprendizaje N° 3

Explorando el Mundo de los Sólidos de Revolución: Cilindro, Cono y Tronco de Cono en Nuestro Entorno

I. Datos Informativos

- 1.1. Grado: Quinto de Educación Secundaria
 - 1.2. Área Curricular: Matemática
 - 1.3. Duración Estimada: 8 sesiones (aproximadamente 3 semanas)
 - 1.4. Fecha de Ejecución: 26 de mayo – 13 de junio de 2025
 - 1.5. Docente:
 - 1.6. Directora:
-

II. Propósito de aprendizaje

En esta unidad, los estudiantes de quinto grado de educación secundaria **resolverán problemas de forma, movimiento y localización** relacionados con sólidos de revolución (cilindro, cono y tronco de cono), calculando su área y volumen, y representando sus vistas. Para lograr esto, **modelarán objetos con formas geométricas tridimensionales**, comunicarán su comprensión sobre las propiedades de las formas geométricas, usarán estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio y argumentarán afirmaciones sobre relaciones geométricas. Se busca desarrollar su **razonamiento espacial, capacidad de resolución de problemas y pensamiento crítico**, aplicando estos conocimientos en contextos reales y cotidianos.

III. Recursos y materiales

- **Tecnológicos:** Proyector, laptop, software de geometría dinámica (GeoGebra), calculadoras científicas, plataformas virtuales para colaboración (Google Classroom, Jamboard).
- **Manipulables y Didácticos:**
 - Sólidos de revolución de diferentes tamaños (cilindros, conos, troncos de cono) de plástico, madera o cartón.

- o Materiales para construir sólidos (cartulina, tijeras, pegamento, compases, reglas, cinta métrica).
 - o Objetos cotidianos con formas de sólidos de revolución (latas de conservas, vasos, conos de helado, conos de señalización, embudos, rollos de papel, macetas).
 - o Plantillas para desarrollar cilindros y conos.
 - o Hojas cuadriculadas y milimetradas.
 - o Plumones, pizarra.
- **Textos y Lecturas:** Libro de texto de Matemática de 5° de secundaria (MINEDU), fichas de trabajo, artículos sobre aplicaciones de sólidos de revolución en la ingeniería y arquitectura.
-

IV. Situación significativa

En la región de Cajamarca, donde se encuentra Cutervo, la ingeniería y la arquitectura juegan un papel crucial en el desarrollo de infraestructuras y edificaciones que se adaptan a las características geográficas y climáticas. Los estudiantes de 5° de secundaria observan a diario elementos como reservorios de agua, silos agrícolas, techos de algunas construcciones, e incluso objetos de uso común como vasos, latas y conos de helado, que poseen formas de sólidos de revolución.

Imaginemos que la municipalidad de Cutervo ha lanzado un concurso de diseño para mejorar el mobiliario urbano de un parque local, incluyendo elementos como papeleras, bancas y luminarias, o quizás para optimizar el diseño de un reservorio de agua comunitario para una zona rural. Para participar, los estudiantes deben presentar propuestas que incluyan el **diseño de objetos con formas de sólidos de revolución**, justificar su elección de forma, calcular la cantidad de material necesaria para su fabricación (área) y determinar su capacidad (volumen). Además, deben ser capaces de representar estos diseños mediante vistas apropiadas para que los constructores puedan interpretarlos.

¿Cómo podemos aplicar nuestros conocimientos sobre el área y volumen de cilindros, conos y troncos de cono para resolver problemas prácticos en nuestra comunidad? ¿De qué manera el diseño y la construcción de estos objetos se relacionan con la eficiencia de los recursos y la sostenibilidad? ¿Cómo podríamos representar gráficamente estos objetos para que otras personas comprendan sus dimensiones y características desde diferentes perspectivas?

V. Competencia, capacidades y desempeños

Competencia

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

Capacidades

- Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.
- Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.
- Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Desempeños (Quinto grado de Educación Secundaria)

- **Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones:**
 - o Establece relaciones entre las propiedades y atributos medibles de objetos reales o imaginarios, y los representa con formas bidimensionales y tridimensionales, sus elementos y sus vistas (cilindros, conos y troncos de cono).
 - o Expresa, con lenguaje geométrico, la comprensión de las propiedades de prismas, pirámides, cilindros, conos y esferas y los clasifica.
- **Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas:**
 - o Expresa con dibujos, construcciones con regla y compás, con material concreto y con lenguaje geométrico, su comprensión sobre las propiedades de los cilindros, conos y troncos de cono, así como sus elementos y sus vistas (frontal, superior y lateral).
 - o Lee planos y mapas a diferentes escalas, y los usa para representar el área y volumen de objetos o la superficie de un objeto real.
- **Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio:**
 - o Selecciona y adapta diversas estrategias y procedimientos para determinar el área y el volumen de cilindros, conos y troncos de cono, empleando unidades convencionales (centímetros cuadrados, metros cuadrados, centímetros cúbicos, metros cúbicos) y no convencionales.
 - o Elabora y ejecuta un plan de múltiples pasos para resolver problemas relacionados con áreas y volúmenes de sólidos de revolución.
- **Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas:**

- o Plantea y justifica conjeturas sobre las relaciones y propiedades que descubre entre las formas geométricas, y las verifica mediante ejemplos, contraejemplos o procedimientos geométricos.
 - o Justifica la validez de las relaciones entre las dimensiones y los atributos medibles de formas geométricas compuestas, mediante el uso de propiedades y fórmulas.
-

VI. Enfoques transversales

- **Enfoque Orientación al Bien Común:** Promueve la responsabilidad social y el trabajo cooperativo, buscando soluciones a problemas que beneficien a la comunidad (diseño de mobiliario urbano, reservorios).
 - **Enfoque de Búsqueda de la Excelencia:** Fomenta la perseverancia, la mejora continua y el uso de herramientas tecnológicas para optimizar el aprendizaje y la resolución de problemas (uso de GeoGebra, precisión en cálculos).
 - **Enfoque Ambiental:** Impulsa la conciencia sobre la importancia del uso eficiente de los recursos y la sostenibilidad en el diseño y construcción de objetos (cálculo de materiales, optimización de diseños).
 - **Enfoque de Derechos:** Impulsa el diálogo y la deliberación sobre temas de interés social, valorando la diversidad de ideas y perspectivas en el trabajo en equipo.
-

VII. Estrategias didácticas

- **Aprendizaje Basado en Problemas (ABP):** La situación significativa del concurso de diseño municipal será el eje central de la unidad, donde los estudiantes aplicarán sus conocimientos para resolver un desafío real.
- **Aprendizaje Colaborativo:** Trabajo en equipos para la investigación, discusión, diseño y construcción de prototipos, fomentando la interacción y el intercambio de ideas.
- **Modelización Matemática:** Uso de objetos concretos y representaciones gráficas para comprender y construir modelos matemáticos de sólidos de revolución.
- **Uso de las TIC:** Integración de software de geometría dinámica (GeoGebra) para visualizar, explorar y manipular sólidos de revolución, así como para verificar cálculos.
- **Método de Proyectos:** Los estudiantes desarrollarán un proyecto final que involucre el diseño, cálculo y representación de un objeto con formas de sólidos de revolución.

- **Exploración y Descubrimiento:** Actividades que promuevan la manipulación de materiales y el descubrimiento de las propiedades de los sólidos.
 - **Retroalimentación Continua:** Monitoreo constante del proceso de aprendizaje, brindando retroalimentación formativa a los estudiantes.
-

VIII. Secuencia de actividades de aprendizaje

La secuencia de actividades se desarrollará en varias sesiones, idealmente en un período de 2 a 3 semanas, dependiendo de la intensidad y el horario de clases.

Actividad 1: ¡Explorando las Formas de Nuestro Entorno! (Inicio)

- **Tiempo:** 2 horas pedagógicas.
- **Descripción:**
 - **Motivación:** Iniciar con una lluvia de ideas sobre objetos cotidianos que tengan formas curvas y tridimensionales. Presentar imágenes o traer objetos reales (latas, vasos, conos de helado, etc.).
 - **Pregunta generadora:** "¿Qué tienen en común todas estas formas? ¿Cómo podríamos clasificarlas o describirlas matemáticamente?"
 - **Introducción al concepto:** Presentar la idea de "sólido de revolución" mediante una breve explicación y visualización de cómo se generan un cilindro y un cono al girar una figura plana alrededor de un eje (usar GeoGebra o demostración con una cartulina y un lápiz).
 - **Actividad práctica:** En grupos, los estudiantes recorrerán el aula o la escuela (si es posible) y tomarán fotografías o dibujarán objetos que identifiquen como sólidos de revolución. Luego, los clasificarán preliminarmente en "cilindro" o "cono".
 - **Reflexión:** Compartir hallazgos y discutir la omnipresencia de estas formas en su entorno. Conectar con la situación significativa del concurso de diseño.

Actividad 2: Desplegando los Sólidos: Área del Cilindro

- **Tiempo:** 3 horas pedagógicas.
- **Descripción:**
 - **Reactivación:** Recordar el área de un círculo y de un rectángulo.

- o **Manipulación:** Entregar a cada grupo cilindros de cartulina ya contruidos (o latas). Pedirles que los desarmen (desplieguen) para observar sus componentes.
- o **Descubrimiento:** Guiar a los estudiantes para que identifiquen el desarrollo plano del cilindro: dos círculos (bases) y un rectángulo (área lateral). Relacionar las dimensiones del rectángulo con el cilindro (altura y perímetro de la base).
- o **Formulación:** A partir del descubrimiento, deducir la fórmula del área total del cilindro: $A_{total}=2 \cdot A_{base}+A_{lateral}=2 \cdot \pi r^2+2\pi rh$.
- o **Aplicación:** Resolver problemas sencillos de cálculo de área de cilindros a partir de sus dimensiones. Conectar con la cantidad de material necesario para fabricar envases.

Actividad 3: Conteniendo el Espacio: Volumen del Cilindro

- **Tiempo:** 2 horas pedagógicas.
- **Descripción:**
 - o **Reactivación:** Recordar el concepto de volumen como espacio ocupado.
 - o **Analogía y deducción:** Utilizar la analogía de "capas" de círculos apilados para deducir la fórmula del volumen del cilindro: $V=A_{base} \cdot h=\pi r^2h$. Se puede usar una pila de monedas para ilustrar cómo el volumen de un cilindro es el área de la base multiplicada por la altura.
 - o **Experimentación:** Si es posible, llenar un cilindro con agua o arena para visualizar su capacidad. Comparar el volumen de diferentes cilindros.
 - o **Resolución de problemas:** Calcular el volumen de objetos cilíndricos de la vida real (ej. capacidad de un tanque de agua cilíndrico, cuánto líquido cabe en una lata de refresco).

Actividad 4: Desarrollando el Cono: Área del Cono

- **Tiempo:** 3 horas pedagógicas.
- **Descripción:**
 - o **Generación del Cono:** Mostrar cómo se genera un cono al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Introducir los elementos: radio, altura y generatriz.

- o **Manipulación:** Entregar conos de cartulina a los grupos y pedirles que los desarmen para observar su desarrollo plano. Identificar un círculo (base) y un sector circular (área lateral).
- o **Descubrimiento y Formulación:** Guiar la deducción de la fórmula del área lateral del cono: $A_{\text{lateral}} = \pi r g$. Para el área total: $A_{\text{total}} = A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}} = \pi r^2 + \pi r g$. Explicar el concepto de generatriz (g) y cómo calcularla usando el Teorema de Pitágoras ($g^2 = r^2 + h^2$).
- o **Aplicación:** Resolver problemas de cálculo de área de conos, como la superficie de un gorro de fiesta o el material para un cono de tráfico.

Actividad 5: La Capacidad Cónica: Volumen del Cono

- **Tiempo:** 2 horas pedagógicas.
- **Descripción:**
 - o **Experimentación Comparativa:** Si se cuenta con un cilindro y un cono con la misma base y altura, realizar una demostración práctica. Llenar el cono con arena o agua y vaciarlo en el cilindro. Observar que se necesitan 3 conos para llenar el cilindro.
 - o **Deducción de la fórmula:** A partir de la experimentación, deducir que el volumen del cono es un tercio del volumen del cilindro con la misma base y altura: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.
 - o **Resolución de problemas:** Calcular la capacidad de objetos cónicos (ej. conos de helado, embudos).

Actividad 6: El Tronco de Cono: Área y Volumen

- **Tiempo:** 3 horas pedagógicas.
- **Descripción:**
 - o **Introducción al Tronco de Cono:** Explicar cómo se forma un tronco de cono al cortar un cono con un plano paralelo a su base. Identificar sus elementos: dos radios (base mayor R y base menor r), altura h y generatriz G.
 - o **Visualización en GeoGebra:** Utilizar GeoGebra para visualizar la formación del tronco de cono y explorar sus elementos.
 - o **Deducción de Fórmulas (con apoyo):** Proporcionar las fórmulas del área y volumen del tronco de cono, explicando cada término. No se espera que los estudiantes las deduzcan completamente por sí solos, sino que comprendan su estructura y aplicación.

- $A_{total}=A_{base1}+A_{base2}+A_{lateral}=\pi R^2+\pi r^2+\pi G(R+r)$
- $V=\frac{1}{3}\pi h(R^2+r^2+Rr)$
- o **Resolución de problemas:** Aplicar las fórmulas para calcular el área y volumen de objetos con forma de tronco de cono (ej. macetas, vasos truncados, cesto de basura).

Actividad 7: Vistas de Sólidos de Revolución (Proyecciones Ortogonales)

- **Tiempo:** 2 horas pedagógicas.
- **Descripción:**
 - o **Introducción a las Vistas:** Explicar la importancia de las vistas (frontal, superior, lateral) en el dibujo técnico y diseño para representar un objeto tridimensional en un plano bidimensional.
 - o **Actividad Práctica:** Los estudiantes trabajarán con los sólidos de revolución físicos (cilindro, cono, tronco de cono). Se les pedirá que los coloquen en diferentes posiciones y dibujen lo que ven desde el frente, desde arriba y desde un lado.
 - o **Uso de GeoGebra:** Demostrar cómo se pueden obtener las vistas de los sólidos de revolución en GeoGebra, comparando con los dibujos de los estudiantes.
 - o **Modelado y dibujo:** Practicar el dibujo de las vistas de diferentes sólidos de revolución en papel cuadriculado.

Actividad 8: Proyecto Final: Diseño de un Elemento Urbano para Cutervo (Aplicación y Cierre)

- **Tiempo:** 4-6 horas pedagógicas (distribuidas en varias sesiones de trabajo en clase y fuera de ella).
- **Descripción:**
 - o **Reactivación de la Situación Significativa:** Recordar el concurso de diseño municipal.
 - o **Trabajo en Equipo:** Los estudiantes en equipos seleccionarán un elemento urbano para diseñar (papelera, luminaria, parte de una banca, un pequeño reservorio de agua, etc.) que incorpore al menos dos sólidos de revolución estudiados (cilindro, cono, tronco de cono).
 - o **Fases del Proyecto:**

1. **Conceptualización y Boceto:** Diseñar un boceto del objeto, indicando las dimensiones clave.
 2. **Cálculos:** Calcular el área total y el volumen de cada parte del objeto que corresponde a un sólido de revolución. Estimar la cantidad de material y la capacidad.
 3. **Dibujo Técnico:** Realizar las vistas frontal, superior y lateral del objeto diseñado, a escala, en papel milimetrado.
 4. **Representación 3D (Opcional/Desafío):** Construir una maqueta a escala reducida del objeto o crear un modelo 3D simple en GeoGebra (si el tiempo y la habilidad lo permiten).
 5. **Presentación:** Cada equipo presentará su diseño, explicando sus elecciones de forma, los cálculos realizados y la funcionalidad del objeto para la comunidad de Cutervo.
 - o **Retroalimentación y Coevaluación:** Los equipos recibirán retroalimentación del docente y coevaluarán los proyectos de sus compañeros.
-

IX. Evaluación Formativa

La evaluación formativa se llevará a cabo de manera continua a lo largo de toda la unidad, utilizando diversas estrategias:

- **Observación directa:** Registro de la participación de los estudiantes en las actividades individuales y grupales, su nivel de involucramiento y la forma en que abordan los problemas.
- **Preguntas y repreguntas:** Utilización de preguntas abiertas y cerradas para verificar la comprensión de conceptos y procedimientos.
- **Retroalimentación inmediata:** Brindar comentarios oportunos y específicos a los estudiantes durante el desarrollo de las actividades, tanto de forma individual como grupal.
- **Revisión de trabajos en clase:** Monitoreo del avance en la resolución de ejercicios y problemas, así como la elaboración de los dibujos y maquetas.
- **Diarios de aprendizaje/Cuadernos:** Revisión de las anotaciones, reflexiones y resolución de problemas en sus cuadernos.
- **Lista de cotejo o rúbricas sencillas:** Para evaluar la participación, la comprensión de conceptos clave y la aplicación de fórmulas en actividades específicas.

- **Uso de GeoGebra:** Observar cómo los estudiantes interactúan con el software para modelar y explorar las propiedades de los sólidos.
 - **Puestas en común:** Fomentar la socialización de soluciones y estrategias para que los estudiantes aprendan de sus pares y reciban retroalimentación grupal.
-

X. Evaluación Sumativa

Instrumentos de Evaluación

1. **Rúbrica de evaluación del Proyecto Final:** Para el diseño del elemento urbano.
2. **Lista de cotejo para el dibujo técnico:** Para las vistas y dimensiones del objeto diseñado.
3. **Prueba escrita:** Con problemas que integren el cálculo de área y volumen de cilindros, conos y troncos de cono, así como preguntas sobre las propiedades y vistas.

Producto o Evidencia de Aprendizaje

- **Proyecto Final:** Presentación del diseño de un elemento urbano para Cutervo, que incluye:
 - **Boceto:** Dibujo a mano alzada del objeto con sus dimensiones principales.
 - **Cálculos:** Hoja de cálculos donde se detalle el área y volumen de cada parte del objeto con forma de sólido de revolución.
 - **Dibujo Técnico:** Representación de las vistas (frontal, superior, lateral) del objeto a escala en papel milimetrado.
 - **Presentación oral:** Exposición del equipo sobre su diseño, funcionalidad y los aprendizajes obtenidos.
- **Resolución de problemas de la prueba escrita:** Demostración de la aplicación de fórmulas y comprensión de conceptos.

Criterios de Evaluación

Para el Proyecto Final (Diseño de un elemento urbano):

- **Modelamiento:**
 - Representa de forma clara y precisa el objeto utilizando formas de cilindros, conos y/o troncos de cono.

- o Establece las relaciones correctas entre las dimensiones del objeto y las de los sólidos de revolución que lo componen.
- **Comunicación:**
 - o Dibuja las vistas (frontal, superior, lateral) del objeto de forma correcta y a escala.
 - o Presenta los cálculos de área y volumen de manera organizada y comprensible.
 - o Explica de forma coherente su diseño y los procesos seguidos en la presentación oral.
- **Uso de estrategias y procedimientos:**
 - o Selecciona y aplica correctamente las fórmulas de área y volumen para cilindros, conos y/o troncos de cono.
 - o Realiza cálculos numéricos con precisión y utiliza las unidades adecuadas.
 - o Optimiza el diseño para un uso eficiente de materiales (si aplica en la justificación).
- **Argumentación:**
 - o Justifica la elección de las formas geométricas para el diseño del objeto, considerando su funcionalidad.
 - o Sustenta las relaciones entre las dimensiones y los cálculos realizados.
 - o Relaciona su diseño con la situación significativa y su impacto en la comunidad.

Para la Prueba Escrita:

- Identifica y diferencia los elementos de un cilindro, cono y tronco de cono.
- Aplica correctamente las fórmulas para calcular el área total de cilindros y conos.
- Aplica correctamente las fórmulas para calcular el volumen de cilindros y conos.
- Aplica correctamente las fórmulas para calcular el área y volumen de troncos de cono.
- Representa correctamente las vistas (frontal, superior, lateral) de cilindros, conos y troncos de cono.
- Resuelve problemas que implican el cálculo de área y volumen de sólidos de revolución en contextos reales.
- Demuestra comprensión conceptual de la generación de sólidos de revolución.

Pichugán, lunes, 26 de mayo de 2025

Juan Carlos Guarniz Vargas
Docente de Matemática