# 1

# الإزاحة والمتجهات

**لمحة تاريخية**

✓ المتجهة أداة مساعدة في حل مسائل مرتبطة بالتوازي والاستقامة . ويلعب مفهوم المتجهة دورا هاما في ميادين أخرى ( كالاقتصاد ومعالجة الصورة .....) .

✓ يعتبر Roberval ( 1602-1675) من بين الأوائل الذين استعملوا قاعدة متوازي أضلاع في جمع القوى والسرعة أما استعمال مفهوم المتجهة دون ربطه بالإحداثيات واستعمال الرمز فقد تم في أواسط القرن التاسع عشر ويرجع الفضل في ذالك للعالمين الرياضيين :

Wilam Hamilton(1805-1865) . H ermann Grassmann(1809-1877). وتشير الأبحاث إلى أن المهندس الدنمركي Caspar Wessel استعمل مفهوم المتجهة لتمثيل الأعداد العقدية هندسيا وذالك سنة 1799.

✓ شال عالم رياضي فرنسي (1793 -1880) من مؤسسي الهندسة الحديثة . تفرغ للبحث العلمي وتاريخ العلوم واشتهر بالعلاقة المتهجية التي تعتبر أساس جزء كبير من الحساب المتهجي والعديد من الخاصيات.

# تصميم الدرس

## الكفايات المستهدفة

- تعرف مفهوم المتجهة والعمليات عليها.
-
- التعرف على صورة نقطة بإزاحة معلومة.
- التعرف على الإزاحة التي تحول النقطة A إلى النقطة B .
- إنشاء صورة نقطة بإزاحة معلومة.
- التعرف على صورة قطعة و مستقيم ونصف مستقيم وزاوية ودائرة بإزاحة.
- استعمال إزاحة في حل مسائل هندسية.
- إنشاء و .
- إنشاء حيث عدد حقيقي في
- استعمال علاقة شال.

## التوجيهات التربوية

- يتم التذكير ودعم مكتسبات التلاميذ حول المتجهات.
- التأكيد على الحفاظ على المسافة و قياس الزوايا.
- يقدم ضرب متجهة في عدد حقيقي انطلاقا من وضعيات هندسية بسيطة علما أن تحقيق هذه الكفاية سيتم في الجذع المشترك العلمي و الجذع المشترك التكنولوجي.

## 

- تعريف متجهة ـ تساوي متجهتين وربطه بمتوازي الأضلاع ـ
- علاقة شال في المتجهات
- ـ حيث عدد صحيح نسبي
- ـمفهوم الإزاحة ـ إنشاء صورة نقطة

## الامتدادات

- الحساب المتجهي ( الجذع المشترك )
- الازاحة و التحاكي والتماثل المركزي ( التعريف المتجهي لهذه التحويلات)
- الهندسة التحليلية
- العلوم الفزيائية

## 

- التمييز بين القطعة والمتجهة.
- التعرف على منظم متجهة انطلاقا من تعبير ما المتجهي
- استنتاج مجموع متجهي

# أنشطة بنائية

## نشاط 1 مميزات متجهة +مجموع متجهتين+مقابل متجهة +علاقة شال

ABCD متوازي أضلاع

- انشئ الشكل.
- حدد مميزات المتجهتين التاليتين و
- أذكر متجهتين لهما نفس المميزات.
- أذكر متجهتين لما نفس الاتجاه وليس لهما نفس المنحى.
  - ✓ ماذا يمكن القول عن المنحيين؟
  - ✓ ماذا يمكن القول عن المتجهتين؟
- لتكن منتصف حدد بحيث
  - ✓ بين أن الرباعي متوازي أضلاع .
- لتكن مركز المتوازي الأضلاع
  - ✓ أكتب بدلالة
  - ✓ بسط و

# أنشطة بنائية

## نشاط 2 ضرب متجهة في عدد حقيقي

انقل الشكل التالي الى دفترك و أجب عن الأسئلة:

- أنشئ النقطة P بحيث و و لهما نفس المنحى .
- هل توجد على المستقيم نقطة تخالف بحيث .
- ماذا يمكن القول عن المتجهتين و .
- أنشئ النقطة من بحيث و و لهما منحيان متعاكسان.
- ماذا يمكن القول عن النقط ؟
- أنشئ نقطتين و خارج بحيث
- بين أن المستقيمين متوازيان.
- اتمم بالعدد الحقيقي المناسب الفراغات التالية:
  - ✓
  - ✓
  - ✓
  - ✓

# أنشطة بنائية

## نشاط 3 الإزاحة

مستطيل و مركزه و دائرة

- أنشئ و و و ' و ' صور على التوالي بالإزاحة التي تحول
- ما طبيعة الرباعي ؟ ععلل جوابك
- ما طبيعة الرباعي
- قارن المسافتين و
- قارن الزاويتين و
- حدد الوضع النسبي للمستقيمين و .
- ارسم دائرة 'C المحيطة بالمثلث

✓ استنتج أن صورة هي الدائرة المحيطة بهذا المثلث.

# معارف أساسية

الفقرة 1 المتجهات

نقطتان من المستوى الزوج يحدد متجهة نرمز لها بالرمز وتتميز بما يلي:

- ✓ الاتجاه : هو اتجاه المستقيم .
- ✓ المنحى: من نحو .
- ✓ المنظم : هو المسافة
- ✓ النقطة : تسمى الأصل.
- ✓ النقطة : تسمى الطرف.

مثال

حدد مميزات المتجهة

المتجهة المنعدمة هي كل متجهة يكون أصلها منطبق مع طرفها ومنظمها منعدم.

أمثلة:

# معارف أساسية

أربع نقط من المستوى يكون لدينا:

إذا كان للمتجهتين و

- ✓ نفس الإتجاه أي ( AB)//(DC)
- ✓ لهما نفس المنحى.
- ✓ لهما نفس المنظم أى AB=DC

مثال

و و نقط من المستوى المنسوب إلى معلم متعامد .

لنحدد إحداثيتي النقطة D لكي يكون ABCD متوازي الأضلاع .

ABCD متوازي الأضلاع يعني أن :

أي :

خاصية

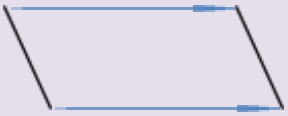
أربع ن كون لدينا

إذا كان والنقط لا تنتمي إلى نفس المستقيم فإن متوازي أضلاع

إذا كان والنقط تنتمي إلى نفس المستقيم فإن و لهما نفس المنتصف

# معارف أساسية

مثال



ل

ثلاث نقط من المستوى

منتصف  يعني أن

أربع نقط من المستوى بحيث ABCD  متوازي أضلاع

المتجهة  تسمى مجموع المتجهتين  ونكتب

**ماحوظة**

إذا كانت

# معارف أساسية

مهما كانت النقط  من المستوى فإن  تسمى علاقة شال

متجهة غير منعدمة و $\alpha$ عدد حقيقي

نقول إن المتجهة  هي جداء المتجهة  في العدد الحقيقي $\alpha$ إذا كانت  هي نقطة من  ونكتب

- ✓ ويكون لـ  نفس المنحى في حالة و  لدينا  .
- ✓ ويكون لـ  منحيان متعاكسان في حالة  ولدينا  .
- ✓ تكون  منطبقة مع  في حالة  .

## أمثلة

قطعة و M منتصفها  لدينا :

- ✓ والمتجهتين  و  لهما نفس المنحى و
- ✓ والمتجهتين  و  لهما منحيان متعاكستان  و

## خاصية

من المستوى

تكون النقط  مستقيمية إذا وفقط إذا كانت  بحيث  عدد حقيقي  غير منعدم

# معارف أساسية

الفقرة 2 الإزاحة

و نقطتان من المستوى
صورة بالإزاحة التي تحول إلى يعني

**نتيجة**

نعتبر الإ إلى
إذا كانت صورة بـ هي '
فإن
وصورة بـ هي

**خاصية**

# معارف أساسية

خاصية

خاصية

# معارف أساسية

خاصية

# تمارين ومسائل

## تمارين تطبيقية

### تمرين 1

**تمرين 1** ــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ

مثلث

(1 أنشئ بحيث :

(2 أنشئ بحيث : .

(3 استنتج أن منتصف

### تمرين 2

ABCD متوازي الاضلاع مركزه o

– أنشئ بحيث : .

بين أن: ONCD متوازي الاضلاع

### تمرين 3

### تمرين 4

بسط ما يلي:

### تمرين 5

ABCD متوازي الأضلاع . M مماثلة A بالنسبة للنقطة B و N نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (MC) .

(1 أنشئ الشكل .

(2 برهن أن : .

(3 برهن أن : .

### تمرين 6

ليكن ABCD متوازي الأضلاع

# تمارين ومسائل

## تمارين تطبيقية

### التمرين 7

**التمرين الأول:**

بسط ما يلي :

.

.

.

.

### التمرين 8

ليكن ABCD متوازي الأضلاع مركزه .

نعتبر O منتصف [AB] و A′ ، B و O′ صور A ، O و B على التوالي بإزاحة .

- بين أن O′ منتصف [AB]؟
- أنشئ D′ و C′ صورتي D وC على التوالي بنفس الإزاحة .
- لتكن I′ صورة I بالإزاحة.
  بين أن I′ مركز A′B′C′D′

# تمارين ومسائل

## تمارين لتقوية التعلمات

### التمرين 1

ليكن مثلثا

أنشئ النقط بحيث :

.

.

### التمرين 2

ليكن مثلثا

- أنشئ النقط بحيث :

، و

2) بين أن:

3) بين أن: Kو Lو Mمستقيمية

### التمرين 3

ABCD متوازي الأضلاع و E هي صورة A بالإزاحة التي متجهتها .

F هي صورة B بالإزاحة التي متجهتها .

(1 – بين أن E هي صورة D بالإزاحة التي متجهتها .

(2 – بين أن F هي صورة C بالإزاحة التي متجهتها .

(3 – استنتج أن : .

### التمرين 4

# تمارين ومسائل

## تمارين لتقوية التعلمات

### التمرين 5

ليكن ABCD متوازي الأضلاع مركزه .

نعتبر O منتصف [AB] و A ، B ، A' ، O' صور O و A و B على التوالي بإزاحة .

- بين أن O' منتصف [AB] ؟
- أنشئ D' و C' صورتي D و C على التوالي بنفس الإزاحة .
- لتكن I' صورة I بالإزاحة.

بين أن I' مركز A'B'C'D'

### التمرين 6

ABC مثلث قائم الزاوية في الرأس A و I منتصف وتره [BC] .

J نقطة بحيث : .

1) – أنشئ الشكل .

2) – بين أن J هي صورة النقطة B بالإزاحة

### التمرين 7

ABC مثلث .

1) – أنشئ النقطتين E و F بحيث و .

2) – أثبت أن : .

3) – استنتج أن النقط A و E و F مستقيمية

### التمرين 8

ABC – مثلث معلوم.

- أنشئ النقط M ، N و E بحيث : و و
- بين أن : .
- أكتب المتجهة بدلالة المتجهتين و .
- (استنتج أن E صورة B بالإزاحة ذات المتجهة .

# تمارين ومسائل

## تمارين توليفية

### التمرين 1

نعتبر الشكـل التالي :

(1 – أنشئ M صورة A بالإزاحة ذات المتجهة .

(2 – حدد صورة المستقيم (AH) بالإزاحة ذات المتجهة .

(3 – بين أن المستقيم (IM) هو واسط القطعة [HC] .

### التمرين 2

EFG مثلث و I منتصف القطعة [EG] و H مماثلة F بالنسبة للنقطة I .

لتكن t الإزاحة التي تحول E إلى F .

1) أ(أنشئ النقطة K صورة G بالإزاحة t .

ب( بين أن G هي صورة H بالإزاحة t

ج(استنتج أن G هي منتصف القطعة [HK] .

2) لتكن (C) الدائرة التي أحد أقطارها [HK] حدد صورة الدائرة (C) بالإزاحة t .

### التمرين 3

# تمارين ومسائل

## تمارين توليفية

### التمرين 4

ليكن ABCD مستطيلا و O نقطة من المستوى .

المستقيم المار من A و العمودي على المستقيم (OC) و المستقيم المار من B والعمودي على المستقيم (OD) يتقاطعان في نقطة K . ) أنظر الشكل ( .

- أنشئ و صورتي (OC) و (OD) على التوالي بالإزاحة t التي تحول C إلى B .

المستقيمان و يتقاطعان في نقطة H .

أ( ماذا تمثل النقطة K بالنسبة للمثلث ABH ؟

ب( استنتج أن (KH) عمودي (AB) .

ج( ما صورة O بالإزاحة t ؟ استنتج أن (OH) عمودي على (AB) .

- استنتج أن (OK) و (AB) متعامدان .

### التمرين 5

BDS مثلث في المستوى و I منتصف القطعة [SD]

– أنشئ النقطة H مماثلة النقطة B بالنسبة للنقطة I ثم بين أن H هي صورة D بالإزاحة التي تحول B إلى S .

2 --- أ( -- أنشئ النقطة R صورة D بالإزاحة ذات المتجهة .

ب( -- ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة D ؟ علل جوابك .