
1.- En un congreso de 200 jóvenes profesionales se pasa una encuesta para conocer los hábitos en cuanto a contratar los viajes por Internet. Se observa que 120 son hombres y que, de estos, 84 contratan los viajes por Internet, mientras que 24 de las mujeres no emplean esa vía.
Elegido un congresista al azar, calcule la probabilidad de que:
a) No contrate sus viajes por Internet.

Resolución

Sean los sucesos I = "El congresista contrata los viajes por Internet" H = "El congresista es hombre"
Usamos una tabla de contingencia con los datos

	I	I^c	Total
H	84	120 – 84 = 36	120
H^c	80 – 24 = 56	24	200 – 120 = 80
Total	140	60	200

Se pide $p\left(I^C\right) = \frac{60}{200} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$

b) Use Internet para contratar los viajes, si la persona elegida es una mujer.

Resolución Se pide $p\left(\frac{I}{H^c}\right) = \frac{p\left(I \cap H^c\right)}{p\left(H^c\right)} = \frac{56/200}{80/200} = \frac{7}{10} = 0,7 = 70\%$

c) Sea hombre, sabiendo que contrata sus viajes por Internet.

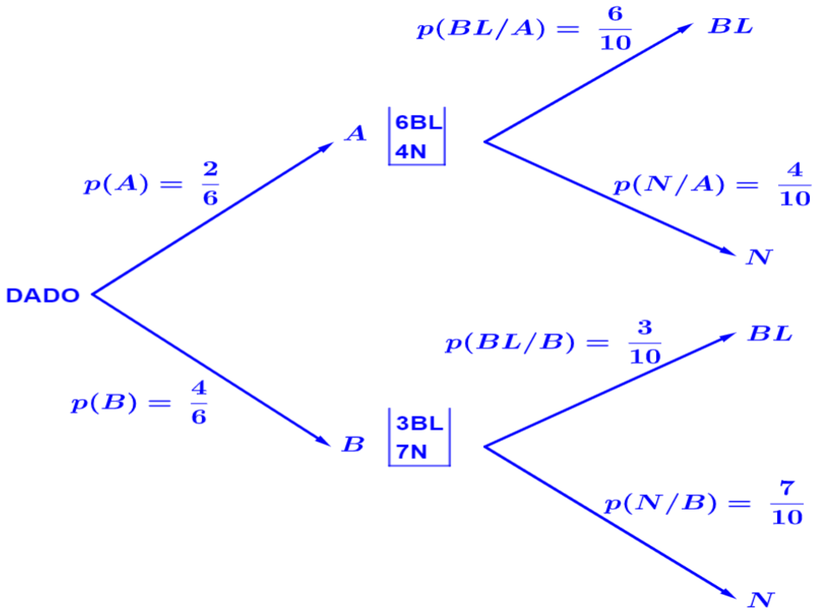
Resolución Se pide $p\left(\frac{H}{I}\right) = \frac{p(H \cap I)}{p(I)} = \frac{84/200}{140/200} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$

2.- Lanzamos un dado, si sale 5 o 6 extraemos una bola de una urna A, que contiene 6 bolas blancas y 4 negras. Si sale otro resultado se extrae una bola de la urna B, que contiene 3 bolas blancas y 7 negras. Calcule:
a) La probabilidad de que la bola extraída sea negra.

Resolución

Sean los sucesos:
A = "salir 5 ó 6" = "sacar bola de la urna A" , B = "no salir 5 ni 6" = "sacar bola de la urna B"

BL = "sacar bola blanca" , N = "sacar bola negra"



Por el teorema de la probabilidad total,

$$p(N) = p(N \cap A) + p(N \cap B) = p(A).\ p(N/A) + p(B).\, p(N/B) = \frac{2}{6}\frac{4}{10} + \frac{4}{6}\frac{7}{10} = \frac{36}{60} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$$

b) La probabilidad de que la bola sea negra y de la urna B.

Resolución

La probabilidad que se pide es $p(N \cap B) = p(B).\, p(N/B) = \frac{4}{6}\frac{7}{10} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15} \cong 0,4667 = 46,67\%$

c) La probabilidad de que haya salido menos de 5 si la bola extraída ha sido blanca.

Resolución

Ha salido menos de 5 ⇔ se ha sacado bola de la urna B. Luego, la probabilidad que se pide es

$$p\left(\frac{B}{BL}\right) = \frac{p(B \cap BL)}{p(BL)} = \frac{p(B)\,.\,p(BL/B)}{1 - p(N)} = \frac{\frac{4}{6}\frac{3}{10}}{1 - \frac{28}{60}} = \frac{12/60}{32/60} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$$

3.- Se ha impartido un curso de "conducción eficiente" a 200 personas. De los asistentes al curso, 60 son profesores de autoescuela y, de ellos, el 95% han mejorado su conducción. Este porcentaje baja al 80% en el resto de los asistentes. Halle la probabilidad de que, elegido un asistente al azar:
a) No haya mejorado su conducción.

Resolución

Sean los sucesos A = "El asistente es profesor de autoescuela" M = "El asistente ha mejorado su conducción". Usamos una tabla de contingencia con los datos

	M	M^c	Total
A	95% de 60 = 57	60 – 57 = 3	60
A^c	80% de 140 = 112	140 – 112 = 28	200 – 60 = 140
Total	169	31	200

Se pide $p(M^c) = \frac{31}{200} = 0,155 = 15,5\%$

b) No sea profesor de autoescuela, sabiendo que ha mejorado su conducción.

Resolución Se pide $p(A^c/M) = \frac{p(A^c \cap M)}{p(M)} = \frac{112/200}{169/200} = \frac{112}{169} \cong 0,6627 = 66,27\%$

4.- Se sabe que el 44% de la población activa de cierta provincia está formada por mujeres. También se sabe que, de ellas, el 25% está en paro y que el 20% de los hombres de la población activa también están en paro.
a) Elegida, al azar, una persona de la población activa de esa provincia, calcule la probabilidad de que esté en paro.

Resolución

Sean los sucesos H = "La persona es hombre" P = "La persona está en paro"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	P	P^c	Total
H	20% del 56% = 11,2%	56% – 11,2% = 44,8%	100% – 44% = 56%
H^c	25% del 44% = 11%	44% – 11% = 33%	44%
Total	22,2%	77,8%	100%

Se pide p(P) = 22,2%

b) Si hemos elegido, al azar, una persona que trabaja, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre?

Resolución Se pide $p\left(\frac{H}{P^c}\right) = \frac{p(H \cap P^c)}{p(P^c)} = \frac{44{,}8\%}{77{,}8\%} = \frac{0{,}448}{0{,}778} \cong 0,5758 = 57,58\%$

5.- (prueba extraordinaria) Un pescador tiene tres tipos de carnada de las que sólo una es adecuada para pescar salmón. Si utiliza la carnada correcta la probabilidad de que pesque un salmón es 1/3, mientras que si usa una de las inadecuadas esa probabilidad se reduce a 1/5.
a) Si elige aleatoriamente la carnada, ¿cuál es la probabilidad de que pesque un salmón?

Resolución

Sean los sucesos: C = "elegir la carnada adecuada" , P = "pescar salmón"

Según el enunciado, $p(C) = \frac{1}{3} \Rightarrow p(C^c) = \frac{2}{3}$, $p(P/C) = \frac{1}{3}$ y $p(P/C^c) = \frac{1}{5}$

Por el teorema de la probabilidad total,

$$p(P) = p(P \cap C) + p(P \cap C^c) = p(C).\ p(P/C) + p(C^c).p(P/C^c) = \frac{1}{3}\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{1}{5} = \frac{11}{45} \cong 0,2444 = 24,44\%$$

b) Si ha pescado un salmón, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho con la carnada adecuada?

Resolución

Se pide $p\left(\frac{C}{P}\right) = \frac{p(C \cap P)}{p(P)} = \frac{p(C).p(P/C)}{p(P)} = \frac{\frac{1}{3}\frac{1}{3}}{\frac{11}{45}} = \frac{1/9}{11/45} = \frac{5}{11} \cong 0,4545 = 45,45\%$

6.- (prueba extraordinaria) Sean A y B dos sucesos de un espacio muestral, de los que se conocen las probabilidades p(A) = 0,60 y p(B) = 0,25. Determine las probabilidades que deben asignarse a los sucesos A ∪ B y A ∩ B en cada uno de los siguientes supuestos:

a) Si A y B fuesen incompatibles.

Resolución

Al ser incompatibles, p(A ∩ B) = 0.

Por otra parte, p(A ∪ B) = p(A) + p(B) – p(A ∩ B) = 0,6 + 0,25 – 0 = 0,85

b) Si A y B fueran independientes.

Resolución

Al ser independientes, p(A ∩ B) = p(A) . p(B) = 0,6 . 0,25 = 0,15.

Por otra parte, p(A ∪ B) = p(A) + p(B) – p(A ∩ B) = p(A) + p(B) – p(A)p(B) = 0,6 + 0,25 – 0,15 = 0,7

c) Si p(A/B) = 0,40

Resolución

Si $0,4 = p\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Rightarrow p(A \cap B) = 0,4 \,.\, p(B) = 0,4 \,.\, 0,25 = 0,1$.

Por otra parte, p(A ∪ B) = p(A) + p(B) – p(A ∩ B) = 0,6 + 0,25 – 0,1 = 0,75.

7.- (prueba ordinaria) Una compañía de seguros ha hecho un seguimiento durante un año a 50000 coches de la marca A, a 20000 de la marca B y a 30000 de la C, que tenía asegurados, obteniendo que, de ellos, habían tenido accidente 650 coches de la marca A, 200 de la B y 150 de la C. A la vista de estos datos:

a) ¿Cuál de las tres marcas de coches tiene menos proporción de accidentes?

Resolución

A = "El coche es de la marca A" B = "El coche es de la marca B" C = "El coche es de la marca C"

D = "El coche tiene accidente"

Usamos una tabla de contingencia con los datos

	A	B	C	Total
D	650	200	150	1000
D^c	50000 – 650 = 49350	20000 – 200 =19800	30000 – 150 = 29850	100000 – 1000 = 99000
Total	50000	20000	30000	100000

$p(D/A) = \frac{p(D \cap A)}{p(A)} = \frac{650/100000}{50000/100000} = \frac{13}{1000} = 0,013 = 1,3\%$

$$p(D/B) = \frac{p(D \cap B)}{p(B)} = \frac{200/100000}{20000/100000} = \frac{1}{100} = 0,01 = 1\%$$

$$p(D/C) = \frac{p(D \cap C)}{p(C)} = \frac{150/100000}{30000/100000} = \frac{1}{200} = 0,005 = 0,5\%$$

Luego, la de menor proporción de accidentes es la marca C

b) Si, elegido al azar uno de los coches observados, ha tenido un accidente, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca C?

Resolución Se pide $p(C/D) = \frac{p(D \cap C)}{p(D)} = \frac{150/100000}{1000/100000} = \frac{3}{20} = 0,15 = 15\%$

8.- (prueba ordinaria) En una localidad hay solamente dos supermercados A y B. El 58% de los habitantes compra en el A,
el 35% en el B y el 12% compra en ambos.
Si se elige un ciudadano al azar, calcule la probabilidad de que:
a) Compre en algún supermercado.

Resolución

Sean los sucesos A = "Comprar en el supermercado A" B = "Comprar en el supermercado B"
Según el enunciado, $p(A) = 0{,}58$ $p(B) = 0{,}35$ $p(A \cap B) = 0{,}12$

Se pide $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}58 + 0{,}35 - 0{,}12 = 0{,}81 = 81\%$

b) No compre en ningún supermercado.

Resolución

Por una de las leyes de Morgan, $p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0{,}81 = 0{,}19 = 19\%$

c) Compre solamente en un supermercado.

Resolución

$p(A \cap B^c) + p(A^c \cap B) = p(A) - p(A \cap B) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) - 2.p(A \cap B) = 0{,}69 = 69\%$

d) Compre en el supermercado A, sabiendo que no compra en B.

Resolución

Se pide $p\left(\frac{A}{B^c}\right) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{1 - p(B)} = \frac{0{,}58 - 0{,}12}{1 - 0{,}35} = \frac{0{,}46}{0{,}65} \cong 0,7077 = 70,77\%$

9.- Una empresa dispone de tres máquinas A, B y C, que fabrican, respectivamente, el 60%, 30% y 10% de los artículos que comercializa. El 5% de los artículos que fabrica A, el 4% de los de B y el 3% de los de C son defectuosos. Elegido, al azar, un artículo de los que se fabrican en la empresa:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso y esté fabricado por la máquina C?

Resolución

Sean los sucesos A = "El artículo lo fabricó la máquina A" B = "El artículo lo fabricó la máquina B"

C = "El artículo lo fabricó la máquina C" D = "El artículo es defectuoso"

Formamos una tabla de porcentajes

	A	B	C	Total
D	5% del 60% = 3%	4% del 30% = 1,2%	3% del 10% = 0,3%	4,5%
D^c	60% – 3% = 57%	30% – 1,2% = 28,8%	10% – 0,3% = 9,7%	95,5 %
Total	60%	30%	10%	100%

Se pide $p(D \cap C) = 0,3\%$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea defectuoso?

Resolución Se pide $p\left(D^c\right) = 95,5\%$

c) Si sabemos que no es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la máquina A?

Resolución Se pide $p\left(A/D^c\right) = \frac{p\left(A \cap D^c\right)}{p\left(D^c\right)} = \frac{57\%}{95{,}5\%} = \frac{57}{95{,}5} \cong 0,5969 = 59,69\%$

10.- Se sabe que el 90% de los estudiantes del último curso de una Universidad está preocupado por sus posibilidades de encontrar trabajo, el 30% está preocupado por sus notas y el 25% por ambas cosas.
a) Si hay 400 alumnos matriculados en el último curso de dicha Universidad, ¿cuántos de ellos no están preocupados por ninguna de las dos cosas?

Resolución

Sean los sucesos A = "El estudiante está preocupado por el trabajo"

B = "El estudiante está preocupado por sus notas".

Según el enunciado p(A) = 90% = 0,9 p(B) = 30% = 0,3 y p(A ∩ B) = 25% = 0,25

Sabemos que p(A ∪ B) = p(A) + p(B) – p(A ∩ B) = 0,9 + 0,3 – 0,25 = 0,95

Por una de las leyes de Morgan, $p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0{,}95 = 0{,}05 = 5\%$.

5% de 400 = 20. Luego, hay 20 estudiantes que no están preocupados por ninguna de las dos cosas.

b) Si un alumno del último curso, elegido al azar, no está preocupado por encontrar trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que esté preocupado por sus notas?

Resolución

Se pide $p\left(\frac{B}{A^c}\right) = \frac{p\left(B \cap A^c\right)}{p\left(A^c\right)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{1 - p(A)} = \frac{0{,}3 - 0{,}25}{1 - 0{,}9} = \frac{0{,}05}{0{,}1} = 0,5 = 50\%$

11.- Una urna contiene 25 bolas blancas sin marcar, 75 bolas blancas marcadas, 125 bolas negras sin marcar y 175 bolas negras marcadas. Se extrae una bola al azar.
a) Calcule la probabilidad de que sea blanca.

Resolución

Sean los sucesos B = "La bola es blanca" N = "La bola es negra" M = "La bola está marcada"

Formamos una tabla de contingencia con los datos

	B	N	Total
M	75	175	250
M^c	25	125	150
Total	100	200	400

Se pide $p(B) = \frac{100}{400} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca sabiendo que está marcada?

Resolución Se pide $p\left(\frac{B}{M}\right) = \frac{p(B \cap M)}{p(M)} = \frac{75/400}{250/400} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra y esté marcada?

Resolución Se pide $p(N \cap M) = \frac{175}{400} = \frac{7}{16} = 0,4375 = 43,75\%$

d) ¿Son independientes los sucesos "sacar bola marcada" y "sacar bola blanca"?

Resolución

$p(M).\,p(B) = \frac{250}{400} \; . \; \frac{100}{400} = \frac{5}{8} \; . \; \frac{1}{4} = \frac{5}{32} \neq p(M \cap B) = \frac{75}{400} = \frac{3}{16} \Rightarrow$ M y B son dependientes.

12.- Se consideran dos sucesos A y B asociados a un experimento aleatorio.
Se sabe que p(A) = 0,8 , p(B) = 0,7 y p(A ∪ B) = 0,94.
a) ¿Son A y B sucesos independientes?

Resolución

Sabemos que p(A ∪ B) = p(A) + p(B) – p(A ∩ B)

Despejando, p(A ∩ B) = p(A) + p(B) – p(A ∪ B) = 0,8 + 0,7 – 0,94 = 0,56

$p(A).\,p(B) = 0,8 \; . \; 0,7 = 0,56 = p(A \cap B) \Rightarrow$ A y B son independientes.

b) Calcule p(A/B)

Resolución Como A y B son independientes $p\left(\frac{A}{B}\right) = p(A) = 0,8$

c) Calcule $p(A^c \cup B^c)$

Resolución

Por una de las leyes de Morgan, $p(A^c \cup B^c) = p[(A \cap B)^c] = 1 - p(A \cap B) = 1 - 0,56 = 0,44$