

CHƯƠNG 3: NGUYÊN HÀM -TÍCH PHÂN -ỨNG DỤNG

BÀI 2: TÍCH PHÂN

A – LÝ THUYẾT

B – PHƯƠNG PHÁP GIẢI

I. Sử dụng định nghĩa, tính chất của tích phân + bảng nguyên hàm các hàm số

1. Dạng 1: Các câu hỏi liên quan đến lý thuyết

2. Dạng 2: Tìm tích phân bằng cách sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản, mở rộng và định nghĩa, tính chất của tích phân

3. Dạng 3: Tính tích phân hàm có chứa dấu giá trị tuyệt đối

II. Phương pháp đổi biến số

1. Dạng 1: Phương pháp đổi biến số dạng 1: Đặt $u = u(x)$

2. Dạng 2: Phương pháp đổi biến số dạng 2: Đặt $x = u(t)$ (Đổi biến qua lượng giác)

3. Dạng 3: Đổi biến dựa vào cận

III. Phương pháp tính tích phân từng phần

Phương pháp:

1. Dạng 1:

2. Dạng 2:

3. Dạng 3:

4. Dạng 4: Kết hợp đổi biến và tích phân từng phần

IV. MỘT SỐ DẠNG TÍCH PHÂN KHÁC

1. Dạng 1: Tích phân của một số hàm đặc biệt (tích phân hàm chẵn, lẻ, tuần hoàn và một số tích phân khác)

Ví dụ 1: Nội dung

A. B. C. D.

Lời giải

Chọn

Giải theo tự luận

Giải theo pp trắc nghiệm

(Giải theo Casio nếu có).

Nhận xét:

Ví dụ 2: Nội dung

A. B. C. D.

.....

2. Tích phân hạn chế casio:

a) Dạng 1: Sử dụng các tính chất của tích phân để giải

Các tính chất của tích phân:

Tính chất 1:
$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

Tính chất 2:
$$\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

Tính chất 3:
$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \quad (a < c < b)$$

Lưu ý:

+)
$$\int_a^a f(x) dx = 0 \quad \text{và} \quad \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

+) Tích phân chỉ phụ thuộc vào hàm f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào biến:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$$

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2; 3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên

khoảng $(-2; 3)$. Tính $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$, biết $F(-1) = 1$, $F(2) = 4$.

A. $I = 6$.

B. $I = 10$.

C. $I = 3$.

D. $I = 9$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có
$$I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx = (F(x) + x^2) \Big|_{-1}^2 = F(2) - F(-1) + 2^2 - (-1)^2 = 6$$

Ví dụ 2: Cho $\int_1^3 f(x) dx = -5$, $\int_1^3 [f(x) - 2g(x)] dx = 9$. Tính $I = \int_1^3 g(x) dx$.

A. $I = 14$.

B. $I = -14$.

C. $I = 7$.

D. $I = -7$.

Lời giải

Chọn D.

$$\int_1^3 [f(x) - 2g(x)] dx = 9 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 2g(x) dx = 9 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx - 2 \int_1^3 g(x) dx = 9$$

$$\Leftrightarrow -5 - 2I = 9 \Leftrightarrow I = -7.$$

Ví dụ 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)dx = 7$ và $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$.

A. $P = 10$.

B. $P = 4$.

C. $P = 7$.

D. $P = -4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$P = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^6 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx - \int_2^6 f(x)dx$$

$$= \int_0^{10} f(x)dx - \int_2^6 f(x)dx = 7 - 3 = 4$$

b) Dạng 2: Tích phân có chứa tham số trên cận.

Ví dụ 1: Có bao nhiêu số $a \in (0; 20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \cdot \sin 2x dx = \frac{2}{7}$.

A. 9.

B. 10.

C. 19.

D. 20.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\frac{2}{7} = \int_0^a \sin^5 x \cdot \sin 2x dx = 2 \int_0^a \sin^6 x \cdot \cos x dx = 2 \int_0^a \sin^6 x \cdot d(\sin x) = \frac{2 \sin^7 x}{7} \Big|_0^a = \frac{2 \sin^7 a}{7}$$

$$\Rightarrow \sin^7 a = 1 \Leftrightarrow \sin a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $a \in (0; 20\pi) \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{2} + k2\pi < 20\pi \Rightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{39}{4} \Rightarrow k \in \{0; 1; 2; 3; \dots; 9\}$.

Vậy có 10 giá trị của k .

Ví dụ 2: Tìm tất cả các số hữu tỉ m dương thỏa mãn $\int_0^m \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 2 - \frac{1}{2}$.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\int_0^m \frac{x^2}{x+1} dx = \int_0^m \left(x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\frac{1}{2} x^2 - x + \ln |x+1| \right) \Big|_0^m = \frac{m^2}{2} - m + \ln(m+1) = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{m^2}{2} - m = \frac{1}{2} \\ m + 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow m = 1$$

thỏa mãn $m \in \mathbb{Q}$

Ví dụ 3: Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a < b$ và $\int_a^b x \sin x dx = \pi$ đồng thời $a \cos a = 0$ và

$$I = \int_a^b \cos x dx$$

$b \cos b = -\pi$. Tính tích phân

- A. $I = -\pi$. B. $I = \pi$. C. $I = \frac{145}{12}$. D. $I = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$

$$\Rightarrow \pi = -x \cos x \Big|_a^b + \int_a^b \cos x dx = -(b \cos b - a \cos a) - I = \pi - I \Leftrightarrow I = 0$$

Ví dụ 4: Có bao nhiêu giá trị thực của a thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{4}; 2\pi\right]$ thỏa mãn $\int_0^a \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}} = \frac{2}{3}$?

- A. 2 . B. 1 . C. 4 . D. 3 .

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = \sqrt{1+3\cos x} \Rightarrow t^2 = 1+3\cos x \Rightarrow 2t dt = -3\sin x dx \Rightarrow \sin x dx = -\frac{2}{3} t dt$.

Suy ra :

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= \int_0^a \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}} = -\frac{2}{3} \int_2^{\sqrt{1+3\cos a}} \frac{t dt}{t} = \frac{2}{3} \int_{\sqrt{1+3\cos a}}^2 dt = \frac{2}{3} t \Big|_{\sqrt{1+3\cos a}}^2 = \frac{2}{3} (2 - \sqrt{1+3\cos a}) \\ \Rightarrow 2 - \sqrt{1+3\cos a} &= 1 \Leftrightarrow \sqrt{1+3\cos a} = 1 \Leftrightarrow \cos a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ \underline{a \in \left[\frac{\pi}{4}; 2\pi\right]; k \in \mathbb{Z}} &\rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow a \in \left\{\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right\}. \end{aligned}$$

Nghĩa là có 2 giá trị a thỏa mãn bài toán

c) Dạng 3: Tích phân có chứa tham số dưới dấu tích phân

Ví dụ 1: Biết $\int x e^{2x} dx = a x e^{2x} + b e^{2x} + C$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính tích $a.b$.

- A. $a.b = -\frac{1}{4}$. B. $a.b = \frac{1}{4}$. C. $a.b = -\frac{1}{8}$. D. $a.b = \frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt
$$\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{1}{2} x.e^x - \int \frac{1}{2} e^{2x} dx = \frac{1}{2} x.e^x - \frac{1}{4} e^{2x} dx + C.$$

Suy ra
$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a.b = -\frac{1}{8}.$$

Ví dụ 2: Biết $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+4x+7} dx = a \ln \sqrt{12} + b \ln \sqrt{7}$, với a, b là các số nguyên. Tổng $a+b$ là :

- A.** -1 . **B.** 1 . **C.** 0 . **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{x+2}{x^2+4x+7} dx &= \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d(x^2+4x+7)}{x^2+4x+7} dx = \frac{1}{2} \ln |x^2+4x+7| \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \ln 12 - \frac{1}{2} \ln 7 \\ &= \ln \sqrt{12} - \ln \sqrt{7} = a \ln \sqrt{12} + b \ln \sqrt{7} \end{aligned}$$

Do $a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a+b = 0.$

Ví dụ 2: Cho m thỏa mãn $\int_1^2 [m^2 + (4-4m)x + 4x^3] dx = \int_2^4 2x dx$. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+m) = 1$ là:

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:
$$\int_1^2 [m^2 + (4-4m)x + 4x^3] dx = (m^2 x + (2-2m)x^2 + x^4) \Big|_1^2 = m^2 - 6m + 21$$

và
$$\int_2^4 2x dx = x^2 \Big|_2^4 = 12$$

Suy ra: $m^2 - 6m + 21 = 12 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = 3.$

Khi đó: $\log_3(x+3) = 1 \Leftrightarrow x+3 = 3 \Leftrightarrow x = 0.$

Ví dụ 3: Tính tích phân $\int_1^5 x\sqrt{3x+1}$ được kết quả $I = a \ln 3 + b \ln 5$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của $a^2 + ab + 3b^2$ là

A. 4. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow \begin{cases} dx = \frac{2}{3}t dt \\ x = \frac{t^2-1}{2} \end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=2 \\ x=5 \Rightarrow t=4 \end{cases}$

$$I = \int_2^4 \frac{\frac{2}{3}t dt}{\frac{t^2-1}{3}} = 2 \int_2^4 \frac{dt}{(t-1).(t+1)} = \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right|_2^4 = \ln \frac{9}{5} = 2 \ln 3 - \ln 5 = a \ln 3 + b \ln 5$$

Khi đó

Suy ra $a = 2; b = -1 \Rightarrow a^2 + ab + 3b^2 = 5$.

Chú ý: ta có công thức tính nhanh với dạng nguyên hàm

$$\int \frac{dx}{(ax+b)(cx+d)} = \frac{1}{ad-bc} \left(\ln \left| \frac{ax+b}{cx+d} \right| \right) + C.$$

d) Dạng 4: Một số dạng khác

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{1}{3}} f(x)dx = 1$, $\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{2}} f(2x)dx = 13$. Tính

$$I = \int_0^1 x^2 f(x^3) dx.$$
 tích phân

tích phân

A. $l = 6$.

B. $l = 7$.

C. $l = 8$.

D. $l = 9$.

Lời giải

Chọn D.

$$\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{2}} f(2x)dx = 13\frac{3}{4} \text{ (b)} \quad \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{3}}^1 f(t)dt = 13\frac{3}{4} \text{ (b)} \quad \int_{\frac{1}{3}}^1 f(t)dt = 26 \quad \int_{\frac{1}{3}}^1 f(x)dx = 26.$$

$$\text{Tích phân} \quad I = \int_0^1 x^2 f(x^3) dx. \quad \text{Đặt} \quad t = x^3 \Rightarrow dt = 3x^2 dx \Rightarrow x^2 dx = \frac{1}{3} dt.$$

Đôi cân

$\begin{array}{c} x = 0 \text{ @ } t = 0 \\ \vdots \\ x = 1 \text{ @ } t = 1 \end{array}$

$$I = \frac{1}{3} \int_0^1 f(t) dt = \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx + \int_{\frac{1}{3}}^1 f(x) dx = \frac{1}{3}(1+26) = 9.$$

Khi đó

Ví dụ 2: Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$. Tính $\int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

- A. -6 . B. $-\frac{3}{2}$. C. -1 . D. 5 .

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Đặt $t = \frac{x}{2} \Rightarrow 2t = x \Leftrightarrow dx = 2dt$

Khi đó $\int_2^4 f(x) dx = 2 \int_1^2 f(t) dt = 2 \int_1^2 f(x) dx = 2 \cdot (-3) = -6$

Cách 2: Chọn $f(x) = -3$ thỏa mãn $\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (-3) dx = -3x \Big|_1^2 = -3$

Suy ra $\int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right) dx = \int_2^4 -3 dx = -6$

Ví dụ 3: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = -12$. B. $I = 8$. C. $I = 12$. D. $I = -8$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \int f'(x) dx \end{cases}$

Suy ra $10 = \int_0^1 (x+1)f'(x) dx = (x+1)f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 f(x) dx$

$\Leftrightarrow 10 = 2f(1) - f(0) - I \Leftrightarrow 10 = 2 - I \Leftrightarrow I = -8$

Cách 2: (Dùng phương pháp chọn hàm)

Do bài toán có 2 điều kiện (2 phương trình) liên quan tới $f(x)$ nên ta chọn hàm $f(x)$ chứa 2 tham số. Cụ thể, ta chọn $f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$

Khi đó: $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10 \Leftrightarrow a \int_0^1 (x+1) dx = 10$

$\Leftrightarrow \frac{3a}{2} = 10 \Leftrightarrow a = \frac{20}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{20}{3}x + b$

Suy ra $2 = 2f(1) - f(0) = 2\left(\frac{20}{3} + b\right) - b \Leftrightarrow b = -\frac{34}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{20}{3}x - \frac{34}{3}$.

Suy ra: $I = \int_0^1 \left(\frac{20}{3}x - \frac{34}{3}\right) dx = -8$.

Ví dụ 4: Cho hai hàm số liên tục $f(x)$ và $g(x)$ có nguyên hàm lần lượt là $F(x)$ và $G(x)$ trên $[0; 2]$.

Biết $F(0) = 0, F(2) = 1, G(2) = 1$ và $\int_0^2 F(x)g(x)dx = 3$. Tính tích phân hàm:

$$I = \int_0^2 G(x)f(x)dx$$

- A. $I = 3$. B. $I = 0$. C. $I = -2$. D. $I = -4$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $\begin{cases} u = G(x) \\ dv = f(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = G'(x)dx = g(x)dx \\ v = \int f(x)dx = F(x) \end{cases}$

$$I = G(x).F(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 F(x)g(x)dx = G(2)F(2) - G(0)F(0) - 3 = 1 - 0 - 3 = -2 \rightarrow$$

Suy ra:

BÀI TẬP VẬN DỤNG (Có chia mức độ)

THÔNG HIỂU.

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ thì $I = \int_1^2 [3f(x) - 2]dx$ bằng bao nhiêu?

- A. $I = 2$. B. $I = 3$. C. $I = 4$. D. $I = 1$.

Câu 2. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$ và đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm

$M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$ thì $F(x)$ là:

- A. $F(x) = \frac{\sqrt{3}}{3} - \cot x$. B. $F(x) = -\frac{\sqrt{3}}{3} + \cot x$.
C. $F(x) = -\sqrt{3} + \cot x$. D. $F(x) = \sqrt{3} - \cot x$.

Câu 3. Tìm các số a, b để hàm số $f(x) = a \sin \pi x + b$ thỏa mãn: $f(1) = 2$ và $\int_0^1 f(x)dx = 4$

- A. $a = \pi, b = 2$. B. $a = -\pi, b = 2$. C. $a = \frac{\pi}{2}, b = 2$. D. $a = -\frac{\pi}{2}, b = 2$.

Câu 4. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a+b=2$. B. $a-2b=0$. C. $a+b=-2$. D. $a+2b=0$.

Câu 5. Kết quả của tích phân $\int_{-1}^0 \left(\frac{e^x}{x+1} + \frac{2}{x-1} \right) dx$ được viết dưới dạng $a + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a+b$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{3}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

VẬN DỤNG.

Câu 6. Biết rằng $\int_1^2 \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S=1$. B. $S=0$. C. $S=2$. D. $S=-2$.

Câu 7. Ta có tích phân $I = 4 \int_1^e x(1 + \ln x) dx = a.e^2 + b$. Tính $M = ab + 4(a+b)$ (trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$)

- A. $M=-5$. B. $M=-2$. C. $M=5$. D. $M=-6$.

Câu 8. Cho tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^3 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{2x+3}}$. Đặt $t = \sqrt{2x+3}$, ta được $I = \int_2^3 \frac{m}{t^2+n} dt$ (với $m, n \in \mathbb{Z}$). Tính $T = 3m + n$.

- A. $T=7$. B. $T=2$. C. $T=4$. D. $T=5$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f'(\sqrt{x}) dx$.

- A. $I = -1$. B. $I = 1$. C. $I = 2$. D. $I = -2$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2016)=a$, $f(2017)=b$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Giá trị $I = \int_{2017}^{2016} 2015.f'(x).f^{2014}(x).dx$ bằng:

- A. $I = b^{2017} - a^{2017}$. B. $I = a^{2016} - b^{2016}$.
C. $I = a^{2015} - b^{2015}$. D. $I = b^{2015} - a^{2015}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_{-1}^{-1} f(|2x|) dx$.

- A. $I=0$. B. $I=\frac{3}{2}$. C. $I=3$. D. $I=6$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên I và $a > 0$. Giả sử rằng với mọi $x \in [0; a]$, ta có

$$f(x) > 0 \text{ và } f(x)f(a-x) = 1. \text{ Tính } I = \int_0^a \frac{dx}{1+f(x)}.$$

- A. $\frac{a}{2}$. B. $2a$. C. $\frac{a}{3}$. D. $a \ln(a+1)$.

Câu 13. Nếu $\int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt + 6 = 2\sqrt{x}$ với $x > 0$ thì hệ số a bằng:

- A. 5. B. 9. C. 19. D. 29.

Câu 14. Biết rằng $\int_1^2 \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = 2$. D. $S = -2$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực lớn hơn 1 của tham số m thỏa mãn

$$\int_1^m \ln^2 x dx = m \cdot \ln m (\ln m - 2) + 2^{1000}.$$

- A. $m = 2^{1000}$. B. $m = 2^{1000} + 1$. C. $m = 2^{999} + 1$. D. $m = 2^{999} + 2$.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x} dx = m\pi + n \ln 2 \quad (m, n \in \mathbb{R})$$

Câu 16. Biết $\frac{\pi}{4}$, hãy tính giá trị của biểu thức $P = 2m + n$

- A. $P = 1$. B. $P = 0,75$. C. $P = 0,25$. D. $P = 0$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\pi/2} f(\sin x) \cos x dx = 2$.

Tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. $I = 2$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = 10$.

Câu 18. Giả sử $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$; $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = ab$.

- A. $P = 8$. B. $P = -6$. C. $P = -4$. D. $P = -5$.

Câu 19. Biết rằng $\int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \frac{a}{5} e^2 + \frac{b}{3} e + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

- A. $T = 6$. B. $T = 9$. C. $T = 10$. D. $T = 5$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x) > 0$, $x \in \mathbb{R}$ và $f'(x) + 2f(x) = 0$.
 Tính $f(-1)$, biết rằng $f(1) = 1$.
 A. e^{-2} . B. e^3 . C. e^4 . D. 3 .

Câu 21. Biết rằng $\int e^{2x} \cos 3x dx = e^{2x} (a \cos 3x + b \sin 3x) + c$, trong đó a, b, c là các hằng số, khi đó tổng a + b có giá trị là
 A. $-\frac{1}{13}$. B. $-\frac{5}{13}$. C. $\frac{5}{13}$. D. $\frac{1}{13}$.

VẬN DỤNG CAO.

Câu 22. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4+x^2}$. Tính $I = \int_{-2}^2 f(x) dx$.
 A. $I = \frac{\rho}{10}$. B. $I = -\frac{\rho}{10}$. C. $I = \frac{\rho}{20}$. D. $I = -\frac{\rho}{20}$.

Bảng đáp án

1C	2D	3A	4A	5B	6B	7C	8D	9C	10C
11C	12A	13B	14B	15C	16A	17C	18B	19C	20C
21C	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Hướng dẫn giải chi tiết