CHƯƠNG 3: NGUYÊN HÀM -TÍCH PHÂN -ỨNG DỤNG

BÀI 2: TÍCH PHÂN

A – LÝ THUYẾT

B – PHƯƠNG PHÁP GIẢI

I. Sử dụng định nghĩa, tính chất của tích phân + bảng nguyên hàm các hàm số

1. Dạng 1: Các câu hỏi liên quan đến lý thuyết

2. Dạng 2: Tìm tích phân bằng cách sử dụng bảng nguyên hàm cơ bản, mở rộng và định nghĩa, tính chất của tích phân

3. Dạng 3: Tính tích phân hàm có chứa dấu giá trị tuyệt đối

II. Phương pháp đổi biến số

1. Dạng 1: Phương pháp đổi biến số dạng 1: Đặt $u=u(x)$

2. Dạng 2: Phương pháp đổi biến số dạng 2: Đặt $x=u(t)$ **(Đổi biến qua lượng giác)**

3. Dạng 3: Đổi biến dựa vào cận

III. Phương pháp tính tích phân từng phần

Phương pháp: ….

1. Dạng 1:

2. Dạng 2:

3. Dạng 3:

4. Dạng 4: Kết hợp đổi biến và tích phân từng phần

IV. MỘT SỐ DẠNG TÍCH PHÂN KHÁC

1. Dạng 1: Tích phân của một số hàm đặc biệt (tích phân hàm chẵn, lẻ, tuần hoàn và một số tích phân khác)

Ví dụ 1: Nội dung

A. B. C. D.

Lời giải

Chọn ……

Giải theo tự luận

Giải theo pp trắc nghiệm

(Giải theo Casio nếu có).

Nhận xét:

Ví dụ 2: Nội dung

A. B. C. D.

……..

2. Tích phân hạn chế casio:

a) Dạng 1: Sử dụng các tính chất của tích phân để giải

Các tính chất của tích phân:

Tính chất 1: $\int_a^b k.f(x)dx = k.\int_a^b f(x)dx$.

Tính chất 2: $\int_a^b \left(f(x) \pm g(x)\right)dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$.

Tính chất 3: $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \quad , \quad (a < c < b)$.

Lưu ý:

+) $\int_a^a f(x)dx = 0$ và $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$.

+) Tích phân chỉ phụ thuộc vào hàm f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào biến:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(t)dt$$

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-2;3)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(-2;3)$. Tính $I = \int_{-1}^{2} \left[f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x$, biết $F(-1) = 1$, $F(2) = 4$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 10$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 9$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $I = \int_{-1}^{2} \left[f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x = \left(F(x) + x^2\right)\Big|_{-1}^{2} = F(2) - F(-1) + 2^2 - (-1)^2 = 6$

Ví dụ 2: Cho $\int_1^3 f(x)dx = -5$, $\int_1^3 \left[f(x) - 2g(x)\right]dx = 9$. Tính $I = \int_1^3 g(x)dx$.

A. $I = 14$. **B.** $I = -14$. **C.** $I = 7$. **D.** $I = -7$.

Lời giải

Chọn D.

$$\int_1^3 \left[f(x) - 2g(x)\right]dx = 9 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x)dx - \int_1^3 2g(x)dx = 9 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x)dx - 2\int_1^3 g(x)dx = 9$$

$\Leftrightarrow -5-2I=9\Leftrightarrow I=-7$.

Ví dụ 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $P=\int_0^2 f(x)dx+\int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P=10$. **B.** $P=4$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $P=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x+\int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x-\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x$

$=\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x-\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x=7-3=4$

b) Dạng 2: Tích phân có chứa tham số trên cận.

Ví dụ 1: Có bao nhiêu số $a\in(0;20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x.\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{2}{7}$.

A. 9. **B.** 10. **C.** 19. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\frac{2}{7}=\int_0^a \sin^5 x.\sin 2x\mathrm{d}x=2\int_0^a \sin^6 x.\cos x\mathrm{d}x=2\int_0^a \sin^6 x.\mathrm{d}(\sin x)=\left.\frac{2\sin^7 x}{7}\right|_0^a=\frac{2\sin^7 a}{7}$

$\Rightarrow \sin^7 a=1\Leftrightarrow \sin a=1\Leftrightarrow a=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ ,k\in\mathbb{Z}.$

Vì $a\in(o;20\pi)\Rightarrow 0<\frac{\pi}{2}+k2\pi<20\pi\Rightarrow -\frac{1}{4}<k<\frac{39}{4}\Rightarrow k\in\{0;1;2;3;...;9\}$.

Vậy có 10 giá trị của k.

Ví dụ 2: Tìm tất cả các số hữu tỉ m dương thỏa mãn $\int_0^m \frac{x^2}{x+1}\mathrm{d}x=\ln 2-\frac{1}{2}$.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m>3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int_0^m \frac{x^2}{x+1}dx=\int_0^m\left(x-1+\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x=\left.\left(\frac{1}{2}x^2-x+\ln|x+1|\right)\right|_0^m=\frac{m^2}{2}-m+\ln(m+1)=\ln 2-\frac{1}{2}$

$\begin{cases} \dfrac{m^2}{2}-m=\dfrac{1}{2}\Rightarrow m=1 \\ m+1=2 \end{cases}$ thỏa mãn $m\in\mathbb{Q}$

Ví dụ 3: Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a<b$ và $\int\limits_a^b x\sin x\mathrm{d}x=\pi$ đồng thời $a\cos a=0$ và $b\cos b=-\pi$. Tính tích phân $I=\int\limits_a^b \cos x\mathrm{d}x$.

A. $I=-\pi$. **B.** $I=\pi$. **C.** $I=\dfrac{145}{12}$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\sin x dx \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=-\cos x \end{cases}$

$\Rightarrow \pi=-x\cos x\Big|_a^b+\int\limits_a^b \cos x\mathrm{d}x=-\left(b\cos b-a\cos a\right)-I=\pi-I\Leftrightarrow I=0$

Ví dụ 4: Có bao nhiêu giá trị thực của a thuộc đoạn $\left[\dfrac{\pi}{4};2\pi\right]$ thỏa mãn $\int\limits_0^a \dfrac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}}=\dfrac{2}{3}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t=\sqrt{1+3\cos x}\Rightarrow t^2=1+3\cos x\Rightarrow 2tdt=-3\sin x dx\Rightarrow \sin x dx=-\dfrac{2}{3}tdt.$

Suy ra :

$$\frac{2}{3}=\int\limits_0^a \frac{\sin x dx}{\sqrt{1+3\cos x}}=-\frac{2}{3}\int\limits_2^{\sqrt{1+3\cos a}}\frac{tdt}{t}=\frac{2}{3}\int\limits_{\sqrt{1+3\cos a}}^2 dt=\frac{2}{3}t\Big|_{\sqrt{1+3\cos a}}^2=\frac{2}{3}\left(2-\sqrt{1+3\cos a}\right)$$

$$\Rightarrow 2-\sqrt{1+3\cos a}=1\Leftrightarrow\sqrt{1+3\cos a}\Leftrightarrow\cos a=0\Leftrightarrow a=\frac{\pi}{2}+k\pi$$

$$\xrightarrow{a\in\left[\frac{\pi}{4};2\pi\right];k\in\mathbb{Z}} k\in\{0;1\}\Rightarrow a\in\left\{\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right\}.$$

Nghĩa là có 2 giá trị a thỏa mãn bài toán

c) Dạng 3: Tích phân có chứa tham số dưới dấu tích phân

Ví dụ 1: Biết $\int xe^{2x}dx=axe^{2x}+be^{2x}+C$, với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính tích $a.b$.

A. $a.b=-\dfrac{1}{4}$. **B.** $a.b=\dfrac{1}{4}$. **C.** $a.b=-\dfrac{1}{8}$. **D.** $a.b=\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x}dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \dfrac{1}{2}e^{2x} \end{cases} \Rightarrow I = \dfrac{1}{2}x.e^{x} - \int \dfrac{1}{2}e^{2x}dx = \dfrac{1}{2}x.e^{x} - \dfrac{1}{4}e^{2x}dx + C.$

Suy ra $\begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = -\dfrac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a.b = -\dfrac{1}{8}$.

Ví dụ 2: Biết $\int_0^1 \dfrac{x+2}{x^2+4x+7}dx = a\ln\sqrt{12} + b\ln\sqrt{7}$, với a,b là các số nguyên. Tổng $a+b$ là :

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+4x+7}dx = \frac{1}{2}\int_0^1 \frac{d\left(x^2+4x+7\right)}{x^2+4x+7}dx = \frac{1}{2}\ln\left|x^2+4x+7\right|\Big|_0^1 = \frac{1}{2}\ln 12 - \frac{1}{2}\ln 7$$
$$= \ln\sqrt{12} - \ln\sqrt{7} \quad = a\ln\sqrt{12} + b\ln\sqrt{7}$$

Do $a,b \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 0.$

Ví dụ 2: Cho m thỏa mãn $\int_1^2 \left[m^2 + (4-4m)x + 4x^3\right]dx = \int_2^4 2xdx$. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+m) = 1$ là:

A. $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_1^2 \left[m^2 + (4-4m)x + 4x^3\right]dx = \left(m^2x + (2-2m)x^2 + x^4\right)\Big|_1^2 = m^2 - 6m + 21$

và $\int_2^4 2xdx = x^2\Big|_2^4 = 12$

Suy ra: $m^2 - 6m + 21 = 12 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Khi đó: $\log_3(x+3) = 1 \Leftrightarrow x + 3 = 3 \Leftrightarrow x = 0.$

Ví dụ 3: Tính tích phân $I=\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I=a\ln 3+b\ln 5$ với a,b là các số hữu tỉ. Giá trị của $a^2+ab+3b^2$ là

A. 4. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t=\sqrt{3x+1}\Rightarrow t^2=3x+1\Rightarrow \begin{cases} dx=\frac{2}{3}t\mathrm{d}t \\ x=\frac{t^2-1}{2} \end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases} x=1\Rightarrow t=2 \\ x=5\Rightarrow t=4 \end{cases}$

Khi đó $I=\int_2^4 \frac{\frac{2}{3}t\mathrm{d}t}{\frac{t^2-1}{3}.t}=2\int_2^4 \frac{\mathrm{d}t}{(t-1).(t+1)}=\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|_2^4=\ln\frac{9}{5}=2\ln 3-\ln 5=a\ln 3+b\ln 5$

Suy ra $a=2;b=-1\Rightarrow a^2+ab+3b^2=5$.

Chú ý: ta có công thức tính nhanh với dạng nguyên hàm

$$\int \frac{dx}{(ax+b)(cx+d)}=\frac{1}{ad\text{-}bc}\left(\ln\left|\frac{ax+b}{cx+d}\right|\right)+C.$$

d) Dạng 4: Một số dạng khác

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{1}{3}} f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{2}} f(2x)\mathrm{d}x=13$. Tính tích phân $I=\int_0^1 x^2 f\left(x^3\right)\mathrm{d}x.$

A. $I=6.$ **B.** $I=7.$ **C.** $I=8.$ **D.** $I=9.$

Lời giải

Chọn D.

Xét $\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{2}} f(2x)dx=13 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\int_{\frac{1}{3}}^{1} f(t)dt=13 \Leftrightarrow \int_{\frac{1}{3}}^{1} f(t)dt=26$ hay $\int_{\frac{1}{3}}^{1} f(x)dx=26.$

Tích phân $I=\int_0^1 x^2 f\left(x^3\right)dx.$ Đặt $t=x^3 \Leftrightarrow dt=3x^2dx \Rightarrow x^2dx=\frac{1}{3}dt$.

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=1 \end{cases}$.

$$I=\frac{1}{3}\int_0^1 f(t)dt=\frac{1}{3}\int_0^1 f(x)dx=\frac{1}{3}\left(\int_0^{\frac{1}{3}} f(x)dx+\int_{\frac{1}{3}}^1 f(x)dx\right)=\frac{1}{3}(1+26)=9.$$

Khi đó

Ví dụ 2: Cho $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=-3.$ Tính $\int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$.

A. -6. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** -1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Đặt $t=\frac{x}{2}\Rightarrow 2t=x\Leftrightarrow \mathrm{d}x=2\mathrm{d}t$

Khi đó $\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x=2\int_1^2 f(t)\,\mathrm{d}t=2\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2.(-3)=-6$.

Cách 2: Chọn $f(x)=-3$ thỏa mãn $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_1^2(-3)\,\mathrm{d}x=-3x\big|_1^2=-3$.

Suy ra $\int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=\int_2^4 -3\mathrm{d}x=-6$.

Ví dụ 3: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-12$. **B.** $I=8$. **C.** $I=12$. **D.** $I=-8$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=\int f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}$.

Suy ra $10=\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=(x+1)f(x)\big|_0^1-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 10=2f(1)-f(0)-I\Leftrightarrow 10=2-I\Leftrightarrow I=-8$.

Cách 2: (Dùng phương pháp chọn hàm)

Do bài toán có 2 điều kiện (2 phương trình) liên quan tới $f(x)$ nên ta chọn hàm $f(x)$ chứa 2 tham số. Cụ thể, ta chọn $f(x)=ax+b\Rightarrow f'(x)=a$.

Khi đó: $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow a\int_0^1 (x+1)f(x)\mathrm{d}x=10$

$\Leftrightarrow \frac{3a}{2}=10\Leftrightarrow a=\frac{20}{3}\Rightarrow f(x)=\frac{20}{3}x+b$.

Suy ra $2=2f(1)-f(0)=2\left(\frac{20}{3}+b\right)-b\Leftrightarrow b=-\frac{34}{3}\Rightarrow f(x)=\frac{20}{3}x-\frac{34}{3}$.

Suy ra: $I=\int_0^1\left(\frac{20}{3}x-\frac{34}{3}\right)\mathrm{d}x=-8$.

Ví dụ 4: Cho hai hàm số liên tục $f(x)$ và $g(x)$ có nguyên hàm lần lượt là $F(x)$ và $G(x)$ trên $[0;2]$.

Biết $F(0)=0,F(2)=1,G(2)=1$ và $\int_0^2 F(x)g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính tích phân hàm: $I=\int_0^2 G(x)f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=0$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=-4$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $\begin{cases}u=G(x)\\ dv=f(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=G(x)'\mathrm{d}x=g(x)\mathrm{d}x\\ v=\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)\end{cases}$

Suy ra: $I=G(x).F(x)\Big|_0^2-\int_0^2 F(x)g(x)\mathrm{d}x=G(2)F(2)-G(0)F(0)-3=1-0-3=-2\rightarrow$

BÀI TẬP VẬN DỤNG (Có chia mức độ)

THÔNG HIỂU.

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $I=\int_1^2\left[3f(x)-2\right]\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. $I=2$. **B.** $I=3$. **C.** $I=4$. **D.** $I=1$.

Câu 2. Nếu $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$ và đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6};0\right)$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x)=\frac{\sqrt{3}}{3}-\cot x$. **B.** $F(x)=-\frac{\sqrt{3}}{3}+\cot x$.

C. $F(x)=-\sqrt{3}+\cot x$. **D.** $F(x)=\sqrt{3}-\cot x$.

Câu 3. Tìm các số a, b để hàm số $f(x)=a\sin\pi x+b$ thỏa mãn: $f(1)=2$ và $\int_0^1 f(x)\,dx=4$

A. $a=\pi,b=2$. **B.** $a=-\pi,b=2$. **C.** $a=\frac{\pi}{2},b=2$. **D.** $a=-\frac{\pi}{2},b=2$

Câu 4. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx = a\ln 2 + b\ln 3$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=2$. **B.** $a-2b=0$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a+2b=0$.

Câu 5. Kết quả của tích phân $\int_{-1}^{0}\left(x+1+\frac{2}{x-1}\right)dx$ được viết dưới dạng $a+b\ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó $a+b$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{5}{2}$.

VẬN DỤNG.

Câu 6. Biết rằng $\int_1^2 \ln(x+1)\,dx = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=2$. **D.** $S=-2$.

Câu 7. Ta có tích phân $I = 4\int_1^e x(1+\ln x)\,dx = a.e^2 + b.$ Tính $M = ab+4(a+b)$ (trong đó $a,b \in \mathbb{Z}$)

A. $M=-5$. **B.** $M=-2$. **C.** $M=5$. **D.** $M=-6$.

Câu 8. Cho tích phân $I=\int_{\frac{1}{2}}^{3}\frac{dx}{(x+1)\sqrt{2x+3}}.$ Đặt $t=\sqrt{2x+3},$ ta được $I=\int_2^3 \frac{m}{t^2+n}dt$ (với $m,n\in\mathbb{Z}$). Tính $T=3m+n.$

A. $T=7.$ **B.** $T=2.$ **C.** $T=4.$ **D.** $T=5.$

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $\int_0^1 f(x)dx=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f'\left(\sqrt{x}\right)dx.$

A. $I=-1.$ **B.** $I=1.$ **C.** $I=2.$ **D.** $I=-2.$

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2016)=a$, $f(2017)=b$ $(a;b\in\mathbb{R})$. Giá trị $I=\int_{2017}^{2016} 2015.f'(x).f^{2014}(x).dx$ bằng:

A. $I=b^{2017}-a^{2017}.$ **B.** $I=a^{2016}-b^{2016}.$

C. $I=a^{2015}-b^{2015}.$ **D.** $I=b^{2015}-a^{2015}.$

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x)dx=3.$ Tính $I=\int_{-1}^{1} f(|2x|)dx.$

A. $I=0.$ **B.** $I=\frac{3}{2}.$ **C.** $I=3.$ **D.** $I=6.$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $a>0$. Giả sử rằng với mọi $x\in[0;a]$, ta có $f(x)>0$ và $f(x)f(a-x)=1$. Tính $I=\int_0^a \frac{dx}{1+f(x)}$.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $a\ln(a+1)$.

Câu 13. Nếu $\int_a^x \frac{f(t)}{t^2}dt+6=2\sqrt{x}$ với $x>0$ thì hệ số a bằng:

A. 5. **B.** 9. **C.** 19. **D.** 29.

Câu 14. Biết rằng $\int_1^2 \ln(x+1)dx=a\ln 3+b\ln 2+c$ với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=2$. **D.** $S=-2$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực lớn hơn 1 của tham số m thỏa mãn

$$\int_1^m \ln^2 x dx=m.\ln m(\ln m-2)+2^{1000}.$$

A. $m=2^{1000}$.. **B.** $m=2^{1000}+1$.. **C.** $m=2^{999}+1$.. **D.** $m=2^{999}+2$.

Câu 16. Biết $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x}dx=m\pi+n\ln 2\ (m,\ n\in\mathbb{R})$, hãy tính giá trị của biểu thức $P=2m+n$

A. $P=1$. **B.** $P=0,75$. **C.** $P=0,25$. **D.** $P=0$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx=4$ và $\int_0^{\pi/2} f(\sin x)\cos x dx=2.$

Tích phân $I=\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. $I=2$. **B.** $I=6$. **C.** $I=4$. **D.** $I=10$.

Câu 18. Giả sử $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3}dx=a\ln 5+b\ln 3;\ a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $P=ab$.

A. $P=8$. **B.** $P=-6$. **C.** $P=-4$. **D.** $P=-5$.

Câu 19. Biết rằng $\int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}}dx=\frac{a}{5}e^2+\frac{b}{3}e+c\ (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính $T=a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}$.

A. $T=6$. **B.** $T=9$. **C.** $T=10$. **D.** $T=5$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)+2f(x)=0$. Tính $f(-1)$, biết rằng $f(1)=1$.

A. e^{-2}. **B.** e^{3}. **C.** e^{4}. **D.** 3.

Câu 21. Biết rằng $\int e^{2x}\cos 3x\,dx=e^{2x}\left(a\cos 3x+b\sin 3x\right)+c$, trong đó a, b, c là các hằng số, khi đó tổng a + b có giá trị là

A. $-\frac{1}{13}$. **B.** $-\frac{5}{13}$. **C.** $\frac{5}{13}$. **D.** $\frac{1}{13}$

VẬN DỤNG CAO.

Câu 22. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+3f(-x)=\frac{1}{4+x^2}$. Tính $I=\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$.

A. $I=\frac{\pi}{10}$. **B.** $I=-\frac{\pi}{10}$. **C.** $I=\frac{\pi}{20}$. **D.** $I=-\frac{\pi}{20}$.

Bảng đáp án

1C	**2D**	**3A**	**4A**	**5B**	**6B**	**7C**	**8D**	**9C**	**10C**
11C	**12A**	**13B**	**14B**	**15C**	**16A**	**17C**	**18B**	**19C**	**20C**
21C	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**

Hướng dẫn giải chi tiết