القسم : 3 رياضيات اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات المدة: 3 ساعات

التمرين الأول: (06 ن)

(I) المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة : $u_n = \int_{-1}^{1} \left(\frac{2|x|}{3} + \frac{e^{-2n|x|}}{3}\right) dx$

1) بين من أجل كل عدد طبيعي n أن : $u_n > 0$

2) بين من أجل كل عدد طبيعي n أن : $u_n = 2\int_{0}^{1} \left(\frac{2x}{3} + \frac{e^{-2nx}}{3}\right) dx$

3) برهن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}\int_{0}^{1} e^{-2(n+1)x}(1-e^{2x})\, dx$

4) استنتج إشارة $u_{n+1} - u_n$ ثم برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة .

5) عين عبارة u_n بدلالة n ثم أعطي نهاية المتتالية (u_n) .

(II) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$: $v_n = 2n\,u_n$

1) اكتب الحد العام v_n بدلالة n .

2) المتتالية العددية (w_n) معرفة على $\mathbb{N}$: $w_n = v_n - \frac{4n}{3} - \frac{2}{3}$

أ) عين عبارة w_n بدلالة n . ثم برهن المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعين أساسها

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1+3+5+\ldots+(2n+1) = (n+1)^2$

ج) من أجل كل عدد طبيعي n , نضع $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \ldots + w_n$ و $S'_n = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_n$

احسب S_n بدلالة n , ثم استنتج S'_n بدلالة n

التمرين الثاني: (06 ن)

يحتوي كيس U على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها : 7 حمراء تحمل الأرقام 0 ، 1، 2 ، 3 ، 4 ، 5 و 6 و 3 خضراء تحمل الأرقام 4 ، 2− و 3− .

نسحب من هذا الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

1) احسب احتمال الأحداث التالية :

A " الحصول على 3 كريات من نفس اللون . B " الحصول على كريتين حمراوين على الأقل "

C " الحصول على كرية خضراء على الأكثر وتحمل عددا سالبا تماما. D " الحصول على 3 كريات جداء أرقامها معدوم "

E " الحصول على 3 كريات جداء أرقامها عدد سالب تماما "

2) المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

أ / عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب / احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

3) زهرة نرد غير مزيفة ذات 6 أوجه ، 4 منها تحمل الرقم 1 واثنتان يحملان الرقم 2 .

نعرف التجربة التالية : يرمي اللاعب زهرة النرد إذا ظهر الرقم 1 يسحب كريتين على التوالي دون إرجاع من U

وإذا ظهر الرقم 2 يسحب كريتين على التوالي مع إرجاع من U .

أ / شكل شجرة الاحتمالات .

ب / احسب احتمال ظهور الرقم 1 علما أن الكريتين المسحوبتين من لونين مختلفين

التمرين الثالث(06 ن):

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $3^{3n}-1$ يقبل القسمة على 13 .

2) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يقبل كل من العددين $3^{3n+1}-3$ و $3^{3n+2}-9$ القسمة على 13 .

3) عين، حسب قيم n ، باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^{3n} على 13 ، واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13 .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p = 3^p + 3^{2p} + 3^{3p}$.

1) من أجل $p = 3n$ ، عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 .

2) برهن أنه إذا كان $p = 3n+1$ فإن A_p يقبل القسمة على 13 .

3) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A_p على 13 من أجل $p = 3n+2$.

5) يكتب العددان الطبيعيان a و b في نظام العد ذي الأساس 3 كما يلي: $a = \overline{1001001000}$ و $b = \overline{1000100010000}$

1) تحقق أن العددين a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 13.

التمرين الرابع (02 ن):

حافلة صغيرة لنقل المسافرين بها 27 راكب مصنفين إلى ثلاث أصناف: مجموعة دفعت 20 دج (صنف A) و مجموعة أخرى دفعت 12 دج (صنف B) أما المجموعة الثالثة فلم تدفع شيئا (صنف C) إذا علمت أن المبلغ الإجمالي المدفوع هو 468 دج

أحسب عدد الركاب من كل صنف.

انتهى بالتوفيق