

Chapitre M2

Aire et périmètres

I. Périmètre

Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son bord. Un périmètre est donc mesuré en mètres (ou dans une de ses sous-unités).

Par exemple, le périmètre d'un carré de 5 cm de côté égale :

$$5 + 5 + 5 + 5 = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$$

Formulaire

Figure	Périmètre
Carré de côté c	$P = 4 \times c$
Rectangle de longueur L et de largeur l	$P = 2 \times L + 2 \times l$ $P = (L + l) \times 2$
Losange de côté c	$P = 4 \times c$
Parallélogramme de grand côté L et de petit côté l	$P = 2 \times L + 2 \times l$ $P = (L + l) \times 2$
Cercle de rayon R	$P = 2 \times R \times \pi$

D'une manière générale, lorsque l'on calcule le périmètre d'un **polygone** (triangle, trapèze,...), on **additionne** les longueurs des côtés.

π est un nombre dont la valeur est 3,1459265359...

Exemples

- Le périmètre d'un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 2 cm vaut :

$$P = 3 + 2 + 3 + 2 = 3 \times 2 + 2 \times 2 = 10 \text{ cm}$$

- Le périmètre d'un cercle de 5 cm de rayon vaut :

$$P = 2 \times R \times \pi = 2 \times 5 \times \pi = 10\pi \text{ cm} \text{ (valeur exacte)}$$

$$P \approx 10 \times 3,14 \approx 31,4 \text{ cm} \text{ (valeur approchée)}$$

II. Aire

L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface. Elle est exprimée en mètres-carré (m^2). 1 m^2 représente la surface d'un carré de 1m de côté.

$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 1 000 000 \text{ m}^2$$

1 are (a) représente un dam², soit la surface d'un carré de 10m de côté.

1 hectare (ha) représente 1 hm², soit la surface d'un carré de 100m de côté.

Exemples de conversion

$$12,5 \text{ m}^2 = 0,125 \text{ dam}^2$$

$$550 000 \text{ km}^2 = 550 000 000 000 \text{ m}^2$$

$$0,000153 \text{ m}^2 = 1,53 \text{ cm}^2$$

$$3,52 \text{ ha} = 352 \text{ a}$$

Tableau de conversion

km²	hm² (ha)	dam² (a)	m²	dm²	cm²	mm²
		0,	1 2	5		
55000	0 0 0 0	0 0	0 0	0 0	0 1, 5	5 3
		3 5 2				

Formulaire

Figure

Carré de côté c

Aire

$$A = c \times c$$

Rectangle de longueur L et de largeur l

$$A = L \times l$$

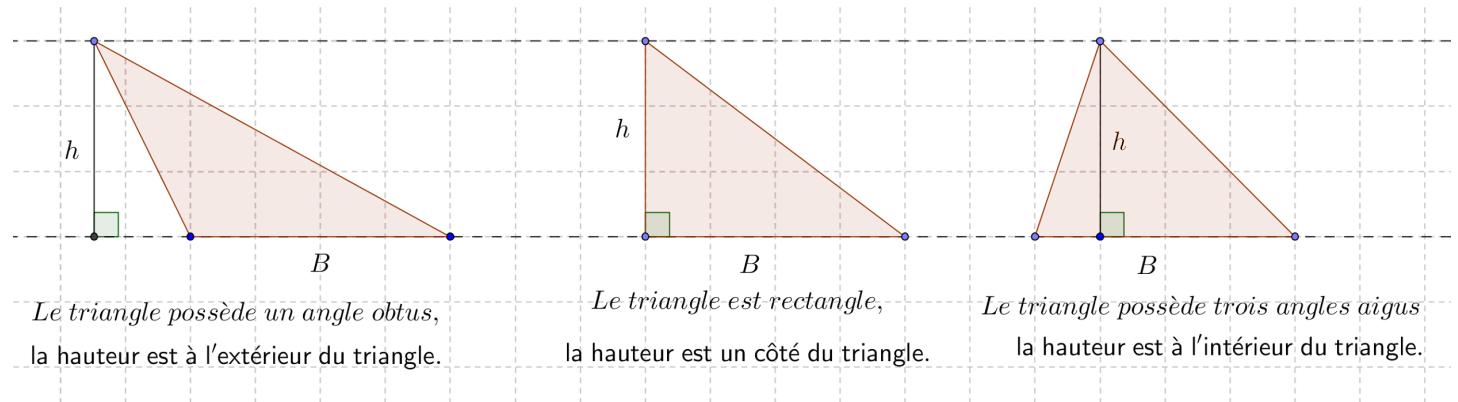
Triangle de base B et de hauteur h

$$A = \frac{B \times h}{2}$$

Disque de rayon R

$$A = R \times R \times \pi$$

Remarque : une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet du triangle et perpendiculaire au côté opposé. Cette hauteur peut être à l'extérieur du triangle.



Exemple

L'aire des triangles ci-dessus vaut :

$$A = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$$

Remarque : l'aire des trois triangles est égale.

Figure complexe

Pour calculer le **périmètre** de cette figure, on remarque qu'elle est formée de 4 demi-cercles, c'est-à-dire de 2 cercles de rayon 1 cm et de 8 segments de 1 cm de longueur. On déduit que son périmètre vaut :

$$P = 2 \times 2 \times 1 \times \pi + 8 = 4\pi + 8 \text{ cm (valeur exacte)}$$

$$P \approx 20,6 \text{ cm (arrondi à 0,1 près)}$$

Pour calculer l'aire de cette figure, on remarque qu'elle est formée de 4 demi-disques, c'est-à-dire de 2 disques de rayon 1 cm et d'un carré de 4 cm de côté. On déduit que son aire vaut :

$$A = 2 \times 1 \times 1 \times \pi + 4 \times 4 = 2\pi + 16 \text{ cm}^2 \text{ (valeur exacte)}$$

$$A \approx 22,3 \text{ cm}^2 \text{ (arrondi à 0,1 près)}$$

