

Klimatska priča Osijeka: Što nam otkriva 25 godina mjerenja

The Osijek Climate Story: What does 25 Years of Data Reveal

Učenici: Toni Alić, 7. r., Lovro Milić, 7. r., Matej Šobat, 7. r

Mentori: Krešimir Kojundžić i Vesna Lerinc

OŠ Antuna Mihanovića, Osijek

Sažetak

Ovaj rad analizira promjene u srednjim godišnjim temperaturama zraka i količinama oborina u Osijeku tijekom posljednjih 25 godina (2000.–2024.), koristeći podatke Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) i mjerenja provedena na školskoj meteorološkoj postaji. Cilj istraživanja bio je analizirati promjene u temperaturama i količini oborina tijekom 25-godišnjeg razdoblja te povezati lokane promjene s globalnim klimatskim procesima. Rezultati pokazuju porast srednjih godišnjih temperatura zraka za 0,08 °C (najizraženije ljeti), blaže zime s manje snježnih dana i prosječno povećanje količine oborina za 13 mm, uz velike godišnje razlike (od 317,0 mm do 1038,2 mm). Dobiveni rezultati su u skladu s globalnim klimatskim promjenama (IPCC, 2021). Promjene utječu na lokalnu zajednicu – sušnija razdoblja povećavaju potrebu za navodnjavanjem poljoprivrednih kultura, dok intenzivni pljuskovi predstavljaju izazov za odvodnju u urbanim područjima. Rad doprinosi boljem razumijevanju lokalnih klimatskih promjena te naglašava potrebu za kontinuiranim praćenjem i prilagodbom na buduće klimatske izazove.

Summary

This study analyzes changes in average annual air temperatures and precipitation quantities in Osijek over the last 25 years (2000-2024), using data from the Croatian Meteorological and Hydrological Service (DHMZ) and measurements from a school meteorological station. The research aimed to examine temperature and precipitation changes over this 25-year period and correlate local changes with global climate processes. Results show an increase in mean annual temperatures by 0.08°C (most pronounced in summer), milder winters with fewer snow cover days, and an average precipitation increase of 13 mm, with significant annual variations (ranging from 317.0 mm to 1038.2 mm). These findings align with global climate change patterns (IPCC, 2021). The observed temperature and precipitation changes impact the local community - drier periods increase irrigation needs for agricultural crops, while intense rainfall challenges urban drainage systems. This study contributes to better understanding of local climate changes and emphasizes the need for continuous monitoring and adaptation to future climate challenges.

Uvod

Posljednjih desetljeća bilježimo sve češće pojave ekstremnih vremenskih pojava - rekordne temperature, toplinski valovi, produžene suše i intenzivne oborine - što je u skladu s opažanim globalnim klimatskim promjenama. Regionalne razlike u prostornoj raspodjeli oborina rezultiraju sušnim uvjetima u pojedinim područjima i povećanim opasnostima od poplava u drugima. Ove promjene ugrožavaju kako ekosustave tako i ljudske zajednice. Urbanizacija i rast populacije dodatno povećavaju ranjivost gradova na toplinske valove i poplave. Osim ekoloških i ekonomskih učinaka, klimatske promjene duboko utječu i na ljudsko zdravlje, uzrokujući širenje bolesti povezanih s toplinom i povećanom vlagom. No, što to znači za naš grad? Ideja za ovo istraživanje rodila se upravo iz te zabrinutosti. Učenici naše škole već više od 25 godina sustavno provode atmosferska mjerenja, stvarajući pritom vrijednu bazu podataka koja pruža uvid u moguće klimatske promjene na lokalnoj razini. Posljednjih godina svjedočimo ljetima koja postaju nepodnošljivo vruća i zimama bez

snježnog pokrivača. S obzirom na sve češće vijesti o ekstremnim vremenskim događajima i globalnom zatopljenju, odlučili smo istražiti događa li se stvarno nešto neobično ili je riječ o prirodnoj varijaciji. Lokalna analiza klimatskih promjena ključna je jer daje uvid u specifične vremenske obrasce koji izravno utječu na naš svakodnevni život, poljoprivredu i prirodu oko nas. Osijek već osjeća učinke klimatskih promjena kroz toplija ljeta, učestalije sušne periode te promjene u količini i raspodjeli oborina tijekom godine. Ovim istraživanjem nastojimo analizirati promjene klime u gradu tijekom vremena i povezati ih s klimatskim procesima na širem području.

Cilj istraživanja

Cilj ovog istraživanja je analizirati promjene u srednjim godišnjim temperaturama zraka i godišnjim količinama oborina u Osijeku tijekom razdoblja od 2000. do 2024. godine. Posebna je pažnja usmjerena na usporedbu službenih podataka Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) i vlastitih mjerenja kako bi se: provjerila vjerodostojnost naših mjerenja, analizirale klimatske promjene u promatranom razdoblju, utvrdile razlike između izvora podataka te istražile sezonske varijacije temperaturnih i oborinskih parametara. Dobiveni rezultati mogu pridonijeti boljem razumijevanju promjena lokalnih klimatskih prilika i njihovih potencijalnih posljedica na okoliš i život u Osijeku.

Istraživačka pitanja

1. Postoji li značajan porast srednje godišnje temperature zraka u Osijeku tijekom promatranog razdoblja?
2. Koja dva godišnja doba pokazuju najveću promjenu srednjih mjesečnih temperatura u promatranom razdoblju?
3. Pokazuju li podatci o oborinama u Osijeku trend povećanja ili smanjenja tijekom posljednjih 25 godina?
4. U kojoj mjeri se službeni podaci DHMZ-a razlikuju od podataka izmjerenih na našoj meteorološkoj postaji?

Hipoteze

1. Srednja godišnja temperatura zraka u Osijeku pokazuje značajan trend rasta u razdoblju od 2000. do 2024. godine.
2. Najveći porast temperatura bilježi se tijekom zimskih i ljetnih mjeseci.
3. Nema značajnog povećanja ili smanjenja ukupne količine oborina u Osijeku tijekom promatranog razdoblja.
4. Podaci vlastitih mjerenja sustavno pokazuju više temperature u odnosu na službene podatke DHMZ-a.

Metode istraživanja

1. Izvori podataka

U ovom istraživanju korišteni su podaci temperature zraka i količine oborina iz naše GLOBE baze podataka koje smo svakodnevno mjerili na meteorološkoj postaji smještenoj u dvorištu Osnovne škole Antuna Mihanovića u Osijeku (geografske koordinate: 45,556765 °N, 18,683889 °E). Mjerenja su provedena tijekom posljednjih 25 godina (2000. – 2024.), a lokacija postaje ostala je ista kroz cijelo promatrano razdoblje. Iako je postaja bila smještena



na istom mjestu, u okolišu su se dogodile manje promjene – porasla su okolna stabla, što može utjecati na ventilaciju, a smanjila se biljna vegetacija sa stražnje strane meteorološke kućice, što može imati određeni utjecaj na izmjerene podatke. Uz vlastita mjerenja, korišteni su i službeni podaci Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) s Glavne meteorološke postaje (GMP) Osijek 1 o srednjim godišnjim temperaturama zraka i ukupnim godišnjim količinama oborina u istom vremenskom razdoblju (2000.–2024.).

Slika 1 Položaj meteorološke postaje OŠ Antuna Mihanovića i GMP Osijek 1 (DHMZ)

Figure 1: Location of the Antuna Mihanović Elementary School Weather Station and GMP Osijek 1 (DHMZ)

2. Obrada podataka

Prikupljeni podaci analizirani su sljedećim postupcima:

a) Izračunali smo:

1. srednju dnevnu temperaturu zraka prema formuli :
$$T_{\text{sred}} = (T_{\text{max}} + T_{\text{min}}) / 2$$
2. srednju mjesečnu temperaturu zraka računali smo prema formuli :
$$T_{\text{sred}_M} = (T_{\text{sre}_{D1}} + T_{\text{sre}_{D2}} + \dots + T_{\text{sre}_{Dn}}) / n$$
, gdje je n broj dana u mjesecu
3. srednju godišnju temperaturu zraka računali smo prema formuli :
$$T_{\text{sred}_G} = (T_{\text{sre}_{M1}} + T_{\text{sre}_{M2}} + \dots + T_{\text{sre}_{Mn}}) / n$$
, gdje je n broj mjeseci u godini
4. linearni trend (Prilog 1)

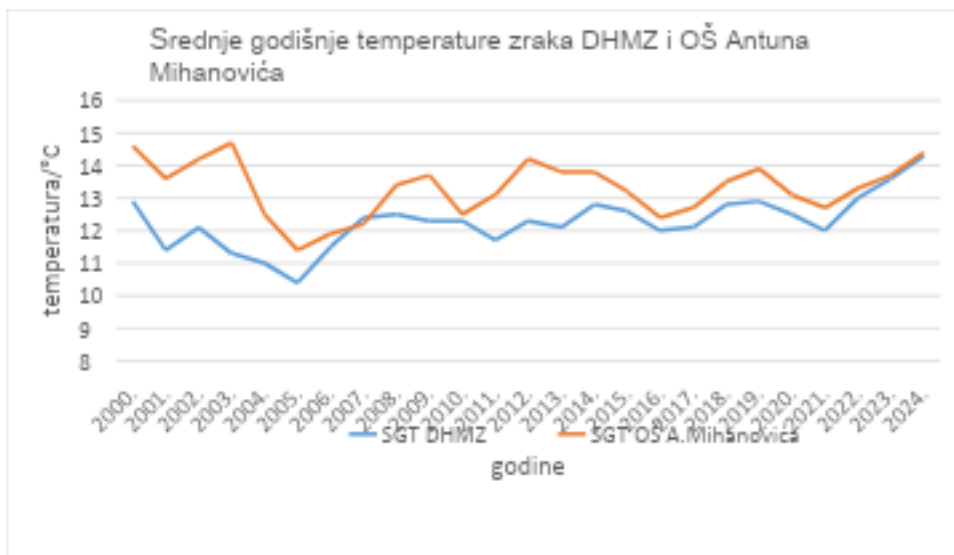
b) Sezonska analiza temperatura:

Srednje mjesečne temperature zraka podijeljene su po godišnjim dobima (proljeće, ljeto, jesen, zima) kako bi se uočile najveće promijene srednjih mjesečnih temperatura u promatranom razdoblju.

c) Analiza oborina: Godišnje količine oborina uspoređene su tijekom vremenskog razdoblja (2000. do 2024. godine) kako bi se uočile promjene u godišnjoj i sezonskoj količini oborina.

Analiza i prikaz podataka

Svi grafovi rađeni su u programu Microsoft Excel. Usporedili smo srednje godišnje temperature zraka iz službenih izvora GMP Osijek 1, Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) u razdoblju od 2000. do 2024. godine s našim podacima za isto vremensko razdoblje.



Slika 2. Usporedba srednjih godišnjih temperatura u razdoblju od 2000. do 2024.
Figure 2. Comparison of average annual temperatures between 2000 and 2024.

Službeni podaci DHMZ-a pokazuju blagi porast temperature kroz promatrano razdoblje, što odgovara globalnim trendovima zagrijavanja. Podaci s naše GLOBE postaje bilježe sličan trend rasta temperatura, ali s nešto višim vrijednostima u usporedbi sa službenim mjerenjima. Razlike u rezultatima vjerojatno proizlaze iz činjenice da su mjerenja provedena na različitim lokacijama, u različitim okolišnim uvjetima te uz primjenu različitih metodologija. Korišteni instrumenti i način izračuna dnevnih srednjaka također se razlikuju što neizbježno utječe na mjesečne i godišnje prosjeke. Također, važno je napomenuti da su najveća odstupanja između naše i službene postaje uočena u ranim godinama mjerenja, odnosno u početnom razdoblju našeg sudjelovanja u GLOBE programu. Unatoč ovim razlikama u pojedinim vrijednostima, usporedba dvaju izvora podataka pokazuje da naši rezultati dosljedno prate glavne klimatske trendove zabilježene u službenim mjerenjima. Ova podudarnost u promjenama temperature kroz vrijeme potvrđuje da su podaci prikupljeni na školskoj meteorološkoj postaji zadovoljavajuće pouzdan izvor informacija za praćenje klimatskih promjena u našem području.

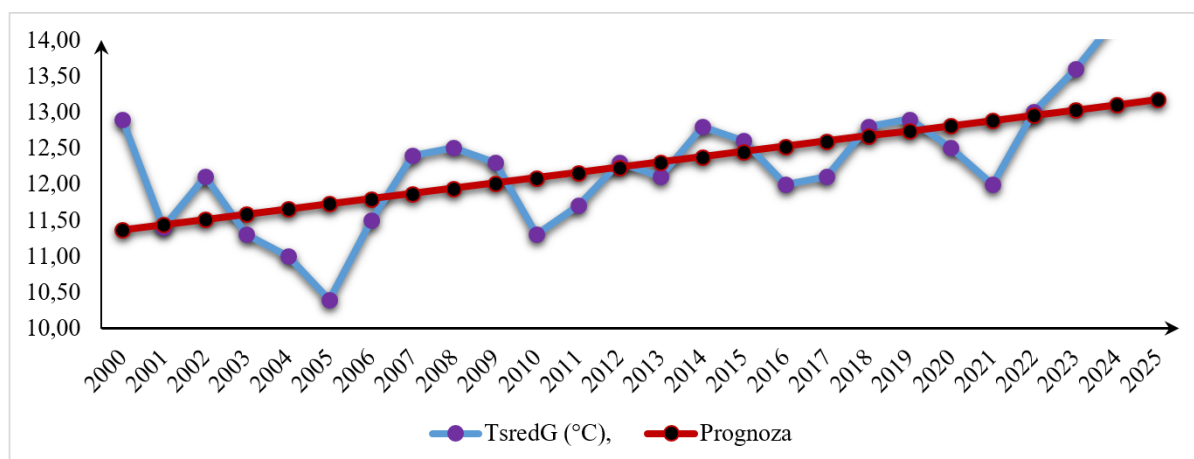
Tablica 1. Izračun referentne vrijednosti i odstupanja za svaku godinu u periodu od 2000. do 2024.godine

Table 1. Calculation of the reference value and deviations for each year in the period from 2000 to 2024.

Godina	Tsred _G (°C), podaci GMP Osijek 1 (DHMZ)	Srednja temperatura 25-godišnjeg razdoblja (°C)	Odstupanje (°C)
2000.	12,9	$\frac{\sum \text{vrijednosti za sve godine}}{\text{broj godina}} = \frac{306,8}{25} = 12,3$	0,6
2001.	11,4		-0,9
2002.	12,1		-0,2
2003.	11,3		-1,0
2004.	11,0		-1,3
2005.	10,4		-1,9
2006.	11,5		-0,8

2007.	12,4		0,1
2008.	12,5		0,2
2009.	12,3		0,0
2010.	11,3		-1,0
2011.	11,7		-0,6
2012.	12,3		0,0
2013.	12,1		-0,2
2014.	12,8		0,5
2015.	12,6		0,3
2016.	12,0		-0,3
2017.	12,1		-0,2
2018.	12,8		0,5
2019.	12,9		0,6
2020.	12,5		0,2
2021.	12,0		-0,3
2022.	13,0		0,7
2023.	13,6		1,3
2024.	14,3		2,0
Zbroj Tsred _G	306,8		

Nakon analize srednjih godišnjih temperatura u razdoblju od 2000. do 2024. godine, željeli smo vidjeti postoji li značajan porast srednje godišnje temperature zraka u Osijeku tijekom promatranog razdoblja. Kako bismo to vizualizirali na znanstveno utemeljen način, na graf smo dodali linearni trend, čiji je izračun proveden u suradnji s prof. dr. sc. Martinom Briš Alić s Ekonomskog fakulteta u Osijeku. Detaljan statistički postupak izračuna dostupan je u Prilogu 1.

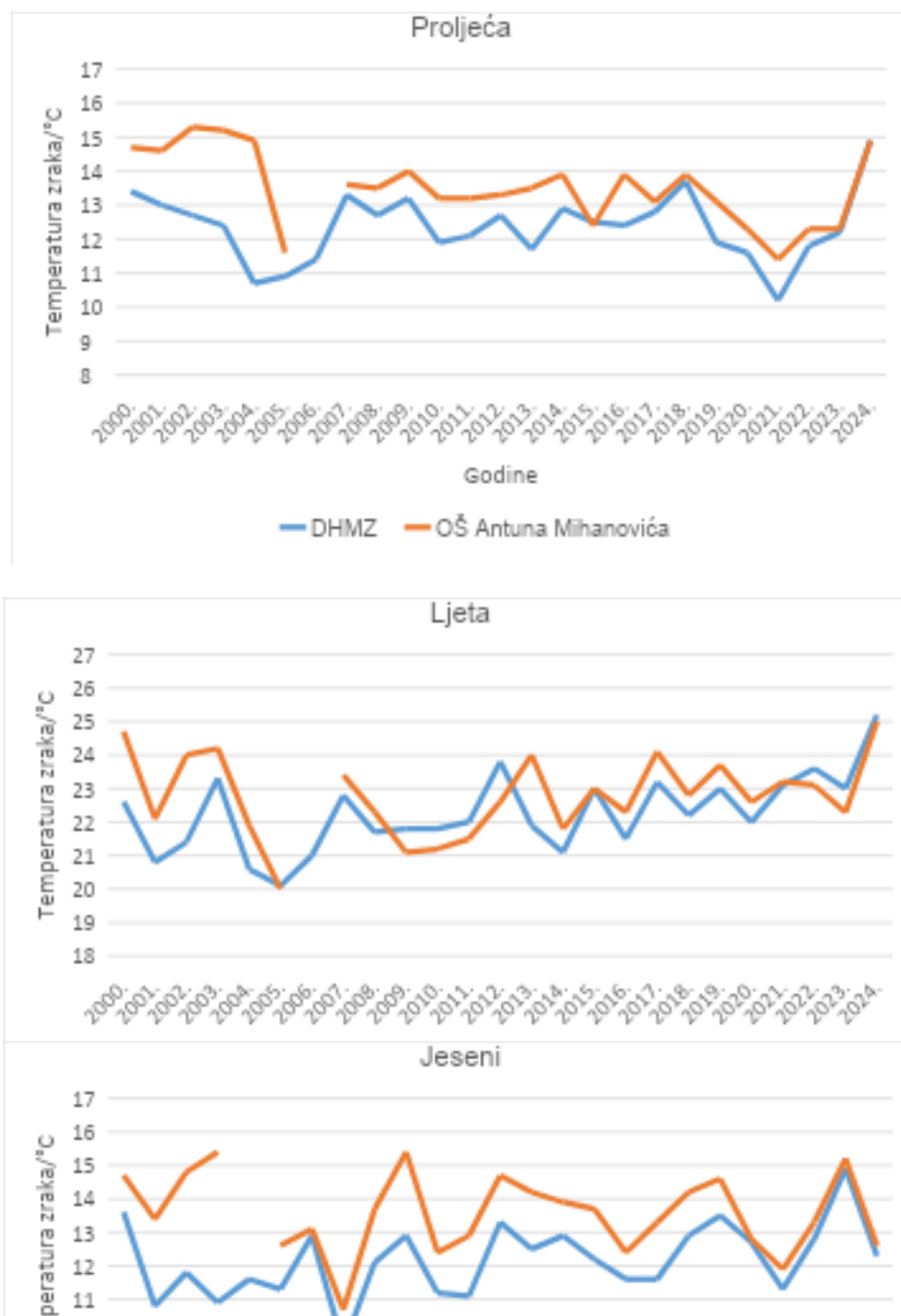


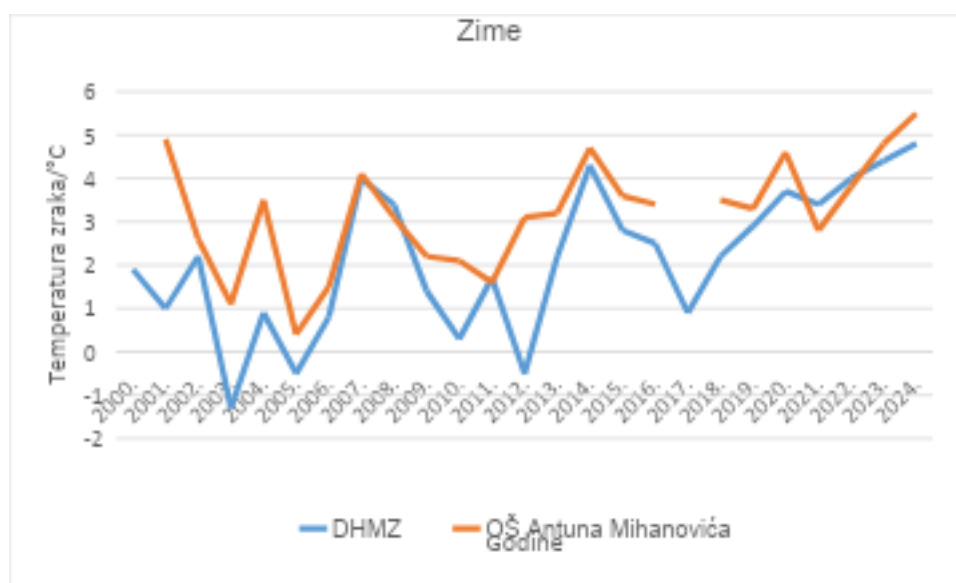
Slika 3. Srednje godišnje temperature zraka izmjerene na GMP Osijek 1 (DHMZ) od 2000. do 2024. godine i vrijednosti prognozirane linearnim trendom.

Figure 3. Annual average air temperatures measured at GMP Osijek 1 (DHMZ) from 2000 to 2024 and values projected by linear trend.

Slika 3 prikazuje srednje godišnje temperature zraka izmjerene na GMP Osijek 1 (DHMZ) od 2000. do 2024. godine i vrijednosti prognozirane linearnim trendom. Analiza potvrđuje statistički značajan uzlazni trend ($p < 0,05$), s prosječnim porastom od $\sim 0,08^{\circ}\text{C}/\text{god}$. Iako se u pojedinim godinama javljaju oscilacije (npr. niže vrijednosti 2005. i 2010. godine), općeniti pravac ukazuje na kontinuirano zatopljenje. Linearna projekcija predviđa da će srednja godišnja temperatura 2025. doseći $\sim 13,7^{\circ}\text{C}$, što bi značilo dodatni porast od $\sim 0,2^{\circ}\text{C}$ u odnosu na 2024. godinu. Ovi rezultati su u skladu s regionalnim studijama o ubrzanom zagrijavanju Panonske nizine (DHMZ, 2023).

Kako bismo potvrdili ispravnost podataka prikupljenih na školskoj meteorološkoj postaji, provedena je detaljna usporedba s referentnim podacima Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) za razdoblje od 2000. do 2024. godine. Analiza je obuhvatila sva četiri godišnja doba, s posebnim naglaskom na utvrđivanje sličnosti i razlika u promjenama temperatura između dvaju izvora podataka.





Slika 4.

Usporedba srednjih sezonskih temperatura (proljeće, ljeto, jesen, zima) izmjerenih na školskoj postaji i DHMZ postajama u razdoblju 2000.-2024.

Figure 4. Comparison of mean seasonal temperatures (spring, summer, autumn, winter) measured at the school weather station and DHMZ stations during 2000-2024.

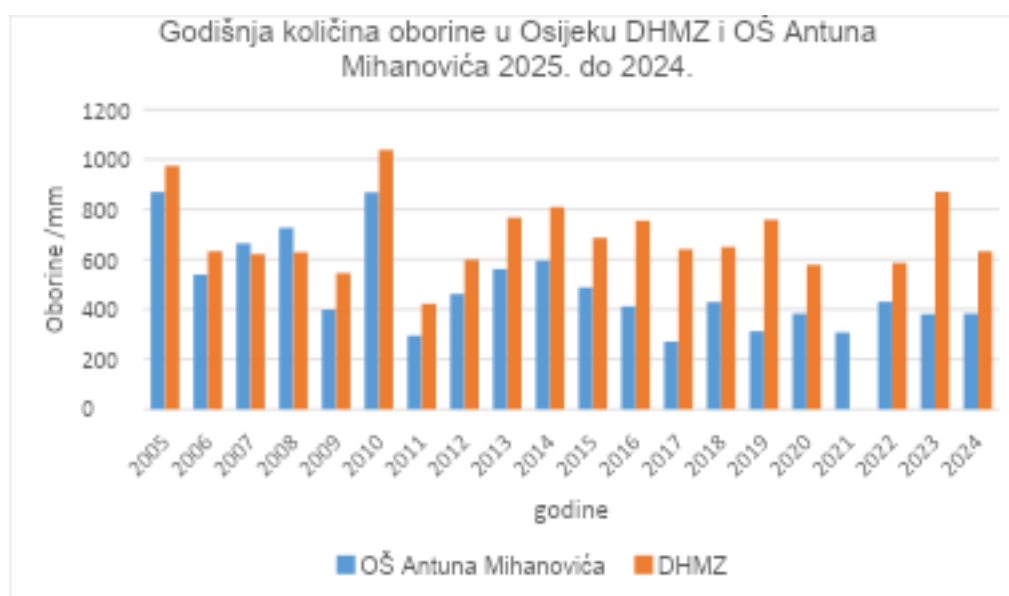
U analizi prosječnih temperatura po godišnjim dobima korišteni su podaci Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ), budući da raspolažemo nepotpunim skupom podataka. Iz slike 4 vidljivo je da nedostaju podaci za proljeće i ljeto 2006. godine, dok su za 2000. i 2017. godinu nedostajali podaci za zimsko razdoblje. Također, u 2004. godini nisu dostupni podaci za jesen. Iz grafa je vidljivo da je najniža temperatura u ljetnom razdoblju zabilježena u 2005. godini. Zima 2023. godine bila je najtoplija u promatranom razdoblju, a najniže zimske temperature zabilježene su 2000. godine. Kako bismo doznali koje godišnje doba je u promatranom periodu doživjelo najveće promjene izračunali smo referentnu vrijednost, odstupanja, ukupnu promjenu te prosječnu godišnju promjenu po godišnjim dobima.

Tablica 2. Izračun ukupne promjene i prosječnog godišnjeg porasta temperature zraka za proljeće ljeto, jesen i zimu u periodu od 2000. do 2024.

Table 2. Calculation of the total Change and average annual increase in air temperature for spring, summer, autumn, and winter in the period from 2000. to 2024.

Analiza prikazanih podataka ukazuje na to da su najizraženije promjene u srednjim mjesečnim temperaturama zraka tijekom promatranog razdoblja (2000. 2024.) zabilježene upravo u ljetnim i zimskim mjesecima. Oba godišnja doba bilježe identičan porast temperature od 0,1 °C, s ukupnim porastom od 2,9 °C u ljetnom i 2,7 °C u zimskom razdoblju. Proljetne temperature pokazuju umjeren porast s ukupnom promjenom od 1,5 °C i prosječnim godišnjim porastom od 0,06 °C. Zanimljivo je da jesensko razdoblje pokazuje gotovo neznatnu ukupnu promjenu (0,1 °C) te negativan trend kroz vrijeme, s prosječnim godišnjim padom od -0,05 °C, što ga čini jedinim godišnjim dobom s naznakom hlađenja u promatranom intervalu.

Kao početna godina za analizu oborina odabrana je 2005. godina iz razloga što u prijašnjim godinama u bazi podataka OŠ Antuna Mihanovića nije bilo dostupnih mjerenja.



Slika 5. Usporedba ukupnih godišnjih količina oborina u Osijeku za razdoblje od 2005. do 2024. godine

Figure 5. Comparison of total annual precipitation amounts in Osijek for the period from 2005 to 2024

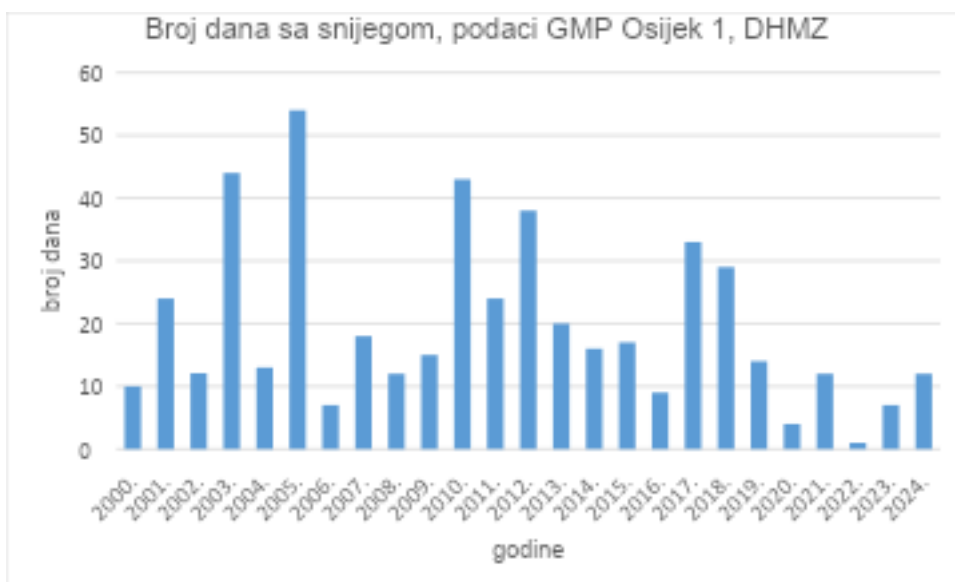
Usporedba godišnje količine oborina iz službenih izvora Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) i OŠ Antuna Mihanovića za razdoblje od 2005. do 2024. godine pokazuje sličan trend promjena kroz vrijeme. Službeni podaci pokazuju blag pad godišnje količine oborina, što je vidljivo i u školskim mjerenjima. Podaci OŠ Antuna Mihanovića pokazuju

godišnje doba	Referentna vrijednost	Ukupna promjena (°C)	Prosječni godišnji porast (°C)
proljeće	12,0	1,5	0,06
ljetno	22,3	2,9	0,1
jesen	12,2	0,1	- 0,05
zima	2,1	2,7	0,1

nešto niže vrijednosti u svim godinama osim u 2007. i 2008. Te razlike vjerojatno proizlaze iz

različitih uvjeta mjerenja, metodologije, lokacije i preciznosti mjernih instrumenata. Unatoč navedenim razlikama korelacija između službenih podataka DHMZ i OŠ Antuna Mihanovića je vidljiva.

Osim ukupnih godišnjih količina oborina, u analizu smo uključili i broj dana sa snježnim pokrivačem kako bismo dobili cjelovitiju sliku zimskih klimatskih uvjeta u promatranom razdoblju. Poseban naglasak stavljen je na praćenje broja dana s pojavom snijega, s ciljem utvrđivanja je li došlo do povećanja ili smanjenja učestalosti snježnih dana kroz godine.



Slika
broja

snijegom od 2000. do 2024. godine

6. Prikaz
dana sa

Figure 6. Representation of the number of snow days from 2000. to 2024.

Broj dana sa snijegom u Osijeku (2000.- 2024.) pokazuje izraženu intergodišnju varijabilnost, s maksimumom od preko 50 dana 2005. godine. Nakon 2010. godine uočava se opadajući trend, gdje se u posljednjem desetljeću broj snježnih dana kontinuirano smanjuje na jednocifrene vrijednosti. Ovi podaci sugeriraju postupan gubitak intenziteta zimskih uvjeta. Prosječan broj dana sa snijegom iznosi oko 20 dana godišnje, ali u posljednjih nekoliko godina taj broj je znatno niži. (Prilog 2)

Rasprava i zaključci

Rezultati ovog istraživanja potvrđuju postavljene hipoteze o dugoročnom porastu temperatura. Analiza srednjih godišnjih temperatura pokazala je trend porasta od 0.08°C godišnje, pri čemu su najizraženije promjene uočene u ljetnim i zimskim mjesecima. Ovaj trend je u skladu s globalnim klimatskim promjenama koje upućuju na porast prosječnih temperatura i povećanu učestalost toplinskih ekstrema, što je dokumentirano u najnovijim izvješćima IPCC-a (2021).

Najveća odstupanja od dugogodišnjeg prosjeka zabilježena su u posljednjem desetljeću, s izrazitim porastom ljetnih temperatura i blažim zimama s manjim brojem dana sa snježnim pokrivačem. Ove promjene imaju potencijalno značajne posljedice na lokalne ekosustave, poljoprivrednu proizvodnju i kvalitetu života stanovništva, posebno s obzirom na povećanu učestalost toplinskih valova i produljenja sušnih razdoblja.

Analiza podataka količine oborina nije pokazala postojan trend povećanja ili smanjenja godišnjih količina, ali je uočena značajna promjena u raspodjeli oborina. Ova promjena podudara se s rezultatima istraživanja koja ukazuju da porast globalnih temperatura utječe na elemente hidrološkog ciklusa, osobito kroz povećanu evaporaciju i promjene u prostornoj i vremenskoj distribuciji oborina (Trenberth, 2011). Topliji klimatski sustavi pokazuju tendenciju

ka kraćim, ali intenzivnijim oborinama, produljenim sušnim razdobljima između ekstremnih oborina.

Broj dana sa snijegom značajno varira iz godine u godinu, no u novijem razdoblju, osobito nakon 2020. godine, primjetna je opća tendencija smanjenja. Najviše dana sa snijegom zabilježeno je 2005. godine (54 dana), dok je najmanje bilo 2022. godine, kada je snijeg pao samo jedan dan. Iako prosjek za promatrano razdoblje iznosi oko 20 dana godišnje, u posljednjih nekoliko godina taj je broj osjetno niži. Takav pad može se povezati s višim zimskim temperaturama koje smanjuju vjerojatnost stvaranja i zadržavanja snježnog pokrivača.

Usporedba podataka s GLOBE postaje OŠ Antuna Mihanovića i službenih podataka Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) pokazala je manja odstupanja, koja se mogu objasniti lokalnim mikroklimatskim utjecajima i razlikama u metodologiji mjerenja. Unatoč tome, zabilježeni dugoročni smjerovi promjena ostaju usklađeni te upućuju na prisutnost klimatskih promjena na lokalnoj razini.

Literaturni izvori

1. Državni hidrometeorološki zavod (DHMZ). 2023. Godišnje izvješće o klimatskim promjenama u kontinentalnoj Hrvatskoj 2000-2025. Zagreb, Hrvatska.
2. Državni hidrometeorološki zavod (DHMZ). 2024. Klimatski podaci za Osijek (2000.-2024.). Preuzeto s <https://meteo.hr>, pristupljeno 3.1.2025.
3. Državni hidrometeorološki zavod (DHMZ). 2024. *Klimatski modeli i promjene*. Preuzeto s https://meteo.hr/klima.php?section=klima_modeli¶m=klima_promjene, pristupljeno 3.1.2025.
4. Državni hidrometeorološki zavod (DHMZ). 2024. *Meteorološki bilten*. Preuzeto s <https://radar2.dhz.hr/~stars2/bilten/2024/bilten0124.pdf>, pristupljeno 25.2.2025.
5. Europska komisija. 2024. *Posljedice klimatskih promjena*. Preuzeto s https://climate.ec.europa.eu/climate-change/consequences-climate-change_hr, pristupljeno 3.1.2025.
6. Europska unija (EU). 2025. *Što su klimatske promjene?* Preuzeto s https://youth.europa.eu/get-involved/sustainable-development/what-climate-change_hr, pristupljeno 25.2.2025.
7. GLOBE Program. 2017. *Atmosfera – priručnik*. Preuzeto s <https://globe.pomsk.hr/prirucnik/atmosfera.PDF>, pristupljeno 15.2.2025.
8. Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC). 2021. *Climate Change 2021: The Physical Science Basis*. Cambridge University Press. Preuzeto s <https://www.ipcc.ch/report/ar6/wg1/>, pristupljeno 3.1.2025.
9. Ministarstvo civilne zaštite RH. 2025. *Najnovije izvješće Međuvladinog povjerenstva za klimatske promjene*. Preuzeto s <https://civilna-zastita.gov.hr/vijesti/vijesti/objavljeno-najnovije-izvjesce-medjuvladino-g-povjerenstva-za-klimatske-promjene/4748>, pristupljeno 3.1.2025.
10. National Aeronautics and Space Administration (NASA). 2024. *Global Climate Change: Vital Signs of the Planet*. Preuzeto s <https://climate.nasa.gov/>, pristupljeno 3.1.2025.
11. Šoškić, Z., Vrdoljak, B. 2015. *Primijenjena statistika*. Školska knjiga, Zagreb.
12. Trenberth, K. E. 2011. *Changes in precipitation with climate change*. *Climate Research* 47(1-2): 123-138. <https://doi.org/10.3354/cr00953>
13. Zaninović, K., Gajić-Čapka, M., Perčec Tadić, M. i sur. 2008. Klimatski atlas Hrvatske 1961.-1990. i 1971.-2000.

Prilog 1

Metoda projekcije trenda

Metoda projekcije trenda ugrađuje pravac trenda u seriju točaka koje predstavljaju povijesne podatke, a zatim projicira nagib pravca u budućnost kako bi napravila srednjoročne i dugoročne prognoze (Briš Alić i sur., 2022:361)¹. Za potrebe istraživačkog rada promatrana je projekcija linearnog trenda te je primijenjena metoda najmanjih kvadrata.

Pravac trenda moguće je izraziti pomoću jednadžbe zapisane formulom (Briš Alić i sur., 2022:361)²:

$$P_r = a + b * r$$

gdje su:

P_r = vrijednost varijable koju treba prognozirati – zavisna varijabla

a = sjecište s osi y

b = nagib pravca

r = poznate vrijednosti nezavisne varijable (u ovom slučaju razdoblje)

Visinu na kojoj pravac trenda sječe os y – označeno s a te očekivanu promjenu zavisne varijable prilikom jedinične promjene nezavisne varijable – označeno s b moguće je izračunati pomoću slijedećih formula (Briš Alić i sur., 2022:361-362)³:

$$a = \bar{y} - b * \bar{r} \qquad b = \frac{\sum r * y - R * \bar{r} * \bar{y}}{\sum r^2 - R * \bar{r}^2}$$

gdje su:

$\bar{y}$ = poznate vrijednosti zavisne varijable

$\bar{r}$ = prosjek svih r vrijednosti

$\bar{y}$ = prosjek svih y vrijednosti

Tablica 1 prikazuje srednje godišnje temperature zraka iz službenih izvora Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) u razdoblju od 2000. do 2024. godine.

¹ Briš Alić, M., Grubišić, D., Kaštelan Mrak, M., Martinović, M., Prester, J., & Vretenar, N. (2022). *Operacijski menadžment*. Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku; Sveučilište u Rijeci, Ekonomski fakultet; Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet; Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet.

² Briš Alić, M., Grubišić, D., Kaštelan Mrak, M., Martinović, M., Prester, J., & Vretenar, N. (2022). *Operacijski menadžment*. Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku; Sveučilište u Rijeci, Ekonomski fakultet; Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet; Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet.

³ Briš Alić, M., Grubišić, D., Kaštelan Mrak, M., Martinović, M., Prester, J., & Vretenar, N. (2022). *Operacijski menadžment*. Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Ekonomski fakultet u Osijeku; Sveučilište u Rijeci, Ekonomski fakultet; Sveučilište u Splitu, Ekonomski fakultet; Sveučilište u Zagrebu, Ekonomski fakultet.

Tablica 1. Srednje godišnje temperature zraka

Godina	T _{sredG} (°C), podatci DHMZ	Godina	T _{sredG} (°C), podatci DHMZ
2000.	12,9	2013.	12,1
2001.	11,4	2014.	12,8
2002.	12,1	2015.	12,6
2003.	11,3	2016.	12,0
2004.	11,0	2017.	12,1
2005.	10,4	2018.	12,8
2006.	11,5	2019.	12,9
2007.	12,4	2020.	12,5
2008.	12,5	2021.	12,0
2009.	12,3	2022.	13,0
2010.	11,3	2023.	13,6
2011.	11,7	2024.	14,3
2012.	12,3		

Izvor: Državni hidrometeorološki zavod (DHMZ)

Podaci potrebni za izračun parametra *b* nalaze se u tablici 2

Tablica 2 Podaci potrebni za izračun jednadžbe linearnog trenda

Godina	Razdoblje	T _{sredG} (°C)	Razdoblje * T _{sredG} (°C)	Razdoblje ²
2000	0	12,90	0,00	0
2001	1	11,40	11,40	1
2002	2	12,10	24,20	4
2003	3	11,30	33,90	9
2004	4	11,00	44,00	16
2005	5	10,40	52,00	25
2006	6	11,50	69,00	36
2007	7	12,40	86,80	49
2008	8	12,50	100,00	64
2009	9	12,30	110,70	81
2010	10	11,30	113,00	100
2011	11	11,70	128,70	121
2012	12	12,30	147,60	144
2013	13	12,10	157,30	169
2014	14	12,80	179,20	196
2015	15	12,60	189,00	225
2016	16	12,00	192,00	256
2017	17	12,10	205,70	289
2018	18	12,80	230,40	324

2019	19	12,90	245,10	361
2020	20	12,50	250,00	400
2021	21	12,00	252,00	441
2022	22	13,00	286,00	484
2023	23	13,60	312,80	529
2024	24	14,30	343,20	576
Σ	300,00	305,80	3764,00	4900,00

Osim podataka navedenih u tablici 2, za izračun parametra b potrebne su i sljedeće vrijednosti:

- prosječna vrijednost razdoblja ($\bar{r}$)

$$\bar{r} = \frac{\Sigma r}{R} = \frac{300}{25} = 12$$

- prosječna vrijednost stvarne potražnje ($\bar{y}$)

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{R} = \frac{305,80}{25} = 12,23$$

Sada je moguće izračunati parametar b i a :

$$b = \frac{\Sigma r \cdot y - R \cdot \bar{r} \cdot \bar{y}}{\Sigma r^2 - R \cdot \bar{r}^2} = \frac{3764 - 25 \cdot 12 \cdot 12,23}{4900 - 25 \cdot 12^2} = 0,073$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{r} = 12,23 - 0,073 \cdot 12 = 11,35$$

Visina na kojoj pravac trenda sječe os y , parametar a iznosi 11,35, dok nagib pravca linearnog trenda, parametar b , iznosi 0,073.

Na temelju izračunatih podataka dobiva se sljedeća jednadžba trenda:

$$P_r = a + b \cdot r = 11,35 + 0,073 \cdot r$$

Kada se prikazana jednadžba trenda primijeni na konkretne podatke, dobije se prognozirana vrijednost za 2000. godinu na sljedeći način:

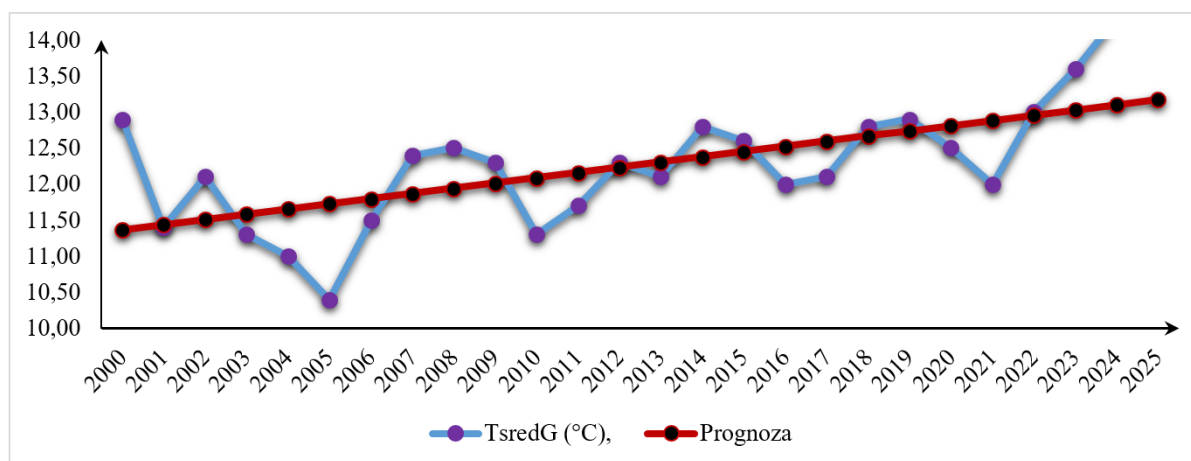
$$P_r = a + b \cdot r = 11,35 + 0,073 \cdot 0 = 11,35$$

Godina	Projekcija linearnog trenda	Godina	Projekcija linearnog trenda
--------	-----------------------------	--------	-----------------------------

2000.	11,35	2013.	12,30
2001.	11,42	2014.	12,37
2002.	11,50	2015.	12,45
2003.	11,57	2016.	12,52
2004.	11,64	2017.	12,59
2005.	11,72	2018.	12,66
2006.	11,79	2019.	12,74
2007.	11,86	2020.	12,81
2008.	11,93	2021.	12,88
2009.	12,01	2022.	12,96
2010.	12,08	2023.	13,03
2011.	12,15	2024.	13,10
2012.	12,23		

Izvor: izrada autora

Grafikon 1 prikazuje stvarne vrijednosti srednjih godišnjih temperatura zraka iz službenih izvora Državnog hidrometeorološkog zavoda (DHMZ) u razdoblju od 2000. do 2024. godine te prognozirane vrijednosti pomoću metode linearnog trenda.



Izvor: izrada autora

Grafikon 1 Projekcija linearnim trendom

Rješenje metode linearnog trenda moguće je napraviti i pomoću Excela što je moguće vidjeti na slici 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	PAOP	0,50	=SUM(H6:H30)/COUNT(H6:H30)			PAOP	0,50	=AVERAGE(H6:H30)		
2	PKP	0,40	=SUM(I6:I30)/COUNT(I6:I30)			PKP	0,40	=AVERAGE(I6:I30)		
3	PAPP	4,12%	=SUM(J6:J30)/COUNT(J6:J30)			PAPP	4,12%	=AVERAGE(J6:J30)		
4										
5	Godina	Razdoblje	T _{sredG} (°C)	Razdoblje * T _{sredG} (°C)	Razdoblje ²	Prognoza	Pogreška	Pogreška	Pogreška ²	% Pogreška
6	2000	0	12,90	0,00	0	11,35	1,55	1,55	2,40	12,02%
7	2001	1	11,40	11,40	1	11,42	-0,02	0,02	0,00	0,20%
8	2002	2	12,10	24,20	4	11,50	0,60	0,60	0,36	4,99%
9	2003	3	11,30	33,90	9	11,57	-0,27	0,27	0,07	2,38%
10	2004	4	11,00	44,00	16	11,64	-0,64	0,64	0,41	5,84%
11	2005	5	10,40	52,00	25	11,72	-1,32	1,32	1,73	12,64%
12	2006	6	11,50	69,00	36	11,79	-0,29	0,29	0,08	2,50%
13	2007	7	12,40	86,80	49	11,86	0,54	0,54	0,29	4,35%
14	2008	8	12,50	100,00	64	11,93	0,57	0,57	0,32	4,53%
15	2009	9	12,30	110,70	81	12,01	0,29	0,29	0,09	2,38%
16	2010	10	11,30	113,00	100	12,08	-0,78	0,78	0,61	6,90%
17	2011	11	11,70	128,70	121	12,15	-0,45	0,45	0,21	3,87%
18	2012	12	12,30	147,60	144	12,23	0,07	0,07	0,01	0,60%
19	2013	13	12,10	157,30	169	12,30	-0,20	0,20	0,04	1,64%
20	2014	14	12,80	179,20	196	12,37	0,43	0,43	0,18	3,34%
21	2015	15	12,60	189,00	225	12,45	0,15	0,15	0,02	1,23%
22	2016	16	12,00	192,00	256	12,52	-0,52	0,52	0,27	4,32%
23	2017	17	12,10	205,70	289	12,59	-0,49	0,49	0,24	4,06%
24	2018	18	12,80	230,40	324	12,66	0,14	0,14	0,02	1,06%
25	2019	19	12,90	245,10	361	12,74	0,16	0,16	0,03	1,26%
26	2020	20	12,50	250,00	400	12,81	-0,31	0,31	0,10	2,48%
27	2021	21	12,00	252,00	441	12,88	-0,88	0,88	0,78	7,36%
28	2022	22	13,00	286,00	484	12,96	0,04	0,04	0,00	0,34%
29	2023	23	13,60	312,80	529	13,03	0,57	0,57	0,33	4,20%
30	2024	24	14,30	343,20	576	13,10	1,20	1,20	1,44	8,38%
31	2025	25				13,18				
32					=B30*2		=C30-F30	=ABS(G30)	=G30*2	=H30/C30
33					=B\$39*2		=B\$39+(B\$40*B31)			
34										
35										
36	$\bar{y}$	12,00	=AVERAGE(B6:B30)							
37	$\bar{y}$	12,23	=ROUND(AVERAGE(C6:C30),2)							
38										
39	a =	11,35	=ROUND(B37-(B40*B36),2)							
40	b =	0,073	=ROUND((SUM(D6:D30)-((COUNT(B6:B30)*B36)*B37))/(SUM(E6:E30)-(COUNT(B6:B30)*(B36*2))))),3)							

Izvor: izrada autora

Slika 1 Projekcija potražnje linearnim trendom pomoću Excela

Prilog 2 Prosječan broj dana sa snijegom u periodu od 2000. do 2024.godine

Godina	Broj dana sa snijegom	Prosječan broj dana sa snijegom
2000.	10	$\frac{\sum \text{broj dana sa snijegom}}{\text{broj godina}}$ $\frac{499}{25}$ $= 19,96$ ≈ 20
2001.	24	
2002.	23	
2003.	44	
2004.	13	
2005.	54	
2006.	7	
2007.	18	
2008.	12	
2009.	15	
2010.	43	

2011.	24	
2012.	38	
2013.	20	
2014.	16	
2015.	17	
2016.	9	
2017.	33	
2018.	29	
2019.	14	
2020.	4	
2021.	12	
2022.	1	
2023.	7	
2024.	12	
Ukupno	499	