



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS
Instituto de Física e Matemática
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática

PROGRAMA ANALÍTICO E EMENTA DE DISCIPLINA DA PÓS-GRADUAÇÃO

IDENTIFICAÇÃO (campos obrigatórios)

Disciplina: Cálculo Variacional e Aplicações

Código da Disciplina: 11100135

Departamento: Matemática e Estatística

Sigla da Unidade: IFM

Professor Responsável: Leslie Darien Perez Fernandez

Matrícula SIAPE: 2010665

Modalidade: Presencial Semi Presencial À Distância

Este componente curricular utiliza animais vertebrados vivos? Sim * Não

* De acordo com a [Lei N° 11.794/08](#), a [Resolução Normativa N° 53](#), de 19 de maio de 2021, do Concea, em complemento à Diretriz Brasileira para o Cuidado e a Utilização de Animais em Atividades de Ensino ou de Pesquisa Científica – DBCA e a existência da Comissão de Ética no Uso de Animais - CEUA-UFPel, informamos que é necessário preencher o Formulário Unificado para solicitação/autorização do uso de animais.

Informações detalhadas em: <https://wp.ufpel.edu.br/ceua/como-submeter-um-projeto/>

OUTROS PROFESSORES ENVOLVIDOS

NOME	SIAPE
Alexandre Molter	1716756
Jairo Valões de Alencar Ramalho	2543001
Claudio Zen Petersen	1923567

CARGA HORÁRIA (campos obrigatórios)

Teórica: 72

Exercício: 0

Prática: 0

Número de créditos total: 04

Exigência de horário na oferta: Sim Não

TIPO DE AVALIAÇÃO

A, B, C (padrão Pós-Graduação)	X
Frequente / Infrequente	
Satisfatório / Não Satisfatório	

PRÉ-REQUISITOS (se houver)

Nenhum

EMENTA

Método das variações para problemas de fronteira fixa. Funcionais. A variação e suas propriedades. Equação de Euler. Funcionais que dependem de várias incógnitas e suas derivadas de primeira ordem. Funcionais que dependem de uma incógnita e suas derivadas de ordens superiores. Funcionais que dependem de várias variáveis independentes. Problemas em forma paramétrica. Aplicações. Problemas variacionais elementares com fronteiras móveis. Problemas com fronteiras móveis para funcionais que dependem de uma variável independente, duas incógnitas e suas derivadas de primeira ordem. Extremais com vértices. Variações unilaterais. Condições suficientes de extremo. Campo de extremais. Função de Weierstrass. Transformação de equações de Euler à forma canônica. Problemas variacionais com extremos condicionados. Restrições de igualdade que dependem de uma variável independente e várias incógnitas. Restrições de igualdade que dependem de uma variável independente, várias incógnitas e suas derivadas de primeira ordem. Problemas isoperimétricos. Métodos diretos para problemas variacionais. Método de diferenças finitas de Euler. Método de Ritz. Método de Kantorovich.

CURSOS PARA OS QUAIS É MINISTRADA	Código do curso no Cobalto	Nível ²	Legenda ¹
PPG Modelagem Matemática	7063	M	O.P.
PPG Modelagem Matemática	9126	D	O.A.

1 - (O.A.) = Obrigatória (O.P.) = Optativa

2 - E = Especialização M = Mestrado D = Doutorado

Programa Analítico

Unidades e Assuntos	Nº de Horas Aulas
I. Preliminares I.1 Definição e exemplos de funcional. Cálculo variacional, problemas variacionais e princípios variacionais. I.2 Problemas variacionais clássicos. Problema da braquistócrona. Problema da geodésica. Problema isoperimétrico.	04

II. Problemas com fronteiras fixas

II.1 A variação e suas propriedades. Funções e funcionais de um argumento. Acréscimo ou incremento do argumento de funções e funcionais. Continuidade de funções e funcionais. Linearidade de funções e funcionais. Diferencial de funções e variação de funcionais. Extremos de funções e funcionais. Condições necessárias para a existência de extremos de funções e funcionais.

II.2 Generalizações. Funcionais que dependem de vários argumentos, funcionais que dependem de derivadas de ordens superiores do argumento, e suas combinações.

II.3 A equação de Euler de funcionais de um argumento. Funcionais que não dependem da derivada do argumento. Funcionais com integrando que depende linearmente da derivada do argumento. Funcionais com integrando que depende só da derivada do argumento. Funcionais com integrando que depende só da variável independente do argumento e sua derivada. Funcionais com integrando que depende só do argumento e sua derivada.

II.4 Algumas generalizações. Funcionais de vários argumentos e suas derivadas de primeira ordem. Funcionais que dependem das derivadas de ordem superior do argumento. Funcionais que dependem de vários argumentos de várias variáveis independentes. Problemas variacionais em forma paramétrica. Algumas aplicações. Princípio da ação estacionária de Ostrogradsky-Hamilton (caso particular: princípio de mínima ação). Sistema de massas pontuais com ligações e sua equação de Euler em coordenadas generalizadas. Equações das oscilações livres e forçadas da corda elástica. Equação das vibrações livres de uma haste elástica.

III. Problemas com fronteiras móveis

III.1 Problema simples com fronteiras móveis. Feixe de extremais. Condições para a fronteira móvel com variação independente das suas coordenadas. Condição de transversalidade na fronteira móvel que se desloca sobre uma curva (casos particulares: deslocamento sobre retas paralelas aos eixos coordenados). Condição de ortogonalidade. Problema da braquistócrona revisitado.

III.2 Problema com fronteiras móveis para funcionais de dois argumentos.

Sistema de equações de Euler. Condições para a fronteira móvel com variação independente das suas coordenadas. Condição de transversalidade na fronteira móvel que se desloca sobre uma curva. Condições na fronteira móvel que se desloca sobre uma superfície. Condição de ortogonalidade. Generalização funcionais com um número arbitrário de argumentos.

20

16

III.3 Extremais com vértices. Problema de reflexão de extremais com o vértice se deslocando sobre uma curva. Condição de reflexão. Generalização do problema da reflexão da luz. Problema em forma paramétrica. Problema de refração de extremais com o vértice se deslocando sobre uma curva. Condição de refração. Generalização do problema da refração da luz. Extremais com vértices em problemas que não são de reflexão ou refração. Problema com extremais cujo vértice se desloca livremente (variação independente das coordenadas do vértice). Condições de continuidade que resultam da condição necessária de extremo.

IV. Condições suficientes de extremo

IV.1 Campos de extremais. Condição de Jacobi.

IV.2 Função de Weierstrass. Condições suficientes de extremo fraco e forte (condições de Legendre).

IV.3 Formas canônicas das equações de Euler. Lei de conservação de energia. Equação de Hamilton-Jacobi.

16

V. Problemas variacionais com extremos condicionados

V.1 Restrições de igualdade que dependem de uma variável independente e várias incógnitas.

V.2 Restrições de igualdade que dependem de uma variável independente, várias incógnitas e suas derivadas de primeira ordem.

V.3 Problemas isoperimétricos.

08

VI. Métodos diretos para problemas variacionais

VI.1 Método de diferenças finitas de Euler.

VI.2 Método de Ritz.

VI.3 Método de Kantorovich.

08

Referências Bibliográficas

Referências	Nº de Ordem
1. Dacorogna, B. Introduction to the Calculus of Variations. 3 ^a ed., Imperial College Press, 2014.	
2. Elsgolts, L. Differential Equations and the Calculus of Variations. University Press of the Pacific, 2003.	
3. Gelfand, I. M.; Fomin, S. V. Calculus of Variations. Dover Publications, 2000.	
4. Kantorovich, L. V.; Krylov, V. I. Approximate Methods of Higher Analysis. Dover Publications, 2018.	
5. Krasnov, M. L.; Makarenko, G. I.; Kisieliov, A. I. Cálculo Variacional (Ejemplos y Problemas). Mir, 1992.	
6. Smirnov, V. I. A Course of Higher Mathematics: Adiwes International Series in Mathematics, 2 ^a ed., Vol. IV. Pergamon, 2014.	

7. Artigos científicos de revistas nacionais e internacionais relacionados com a disciplina e atuais.

IMPORTANTE: Além do correto preenchimento do Programa Analítico, é obrigatório anexar a Ata do Departamento e a Ata do Colegiado, bem como o memorando explicando a solicitação desejada. Caso contrário, não será possível realizar o cadastro.