

# Chapitre V

## LENTILLES EPAISSES ET MINCES

### V.1 Lentilles épaisses

#### V.1.1 Définition

Une lentille est un système centré formé par un milieu transparent homogène et isotrope limité par deux surfaces sphériques. Les deux faces baignent dans un même milieu.  $n$  désigne l'indice de la lentille relatif au milieu ambiant (si celui-ci est l'air,  $n$  est pratiquement l'indice absolu).

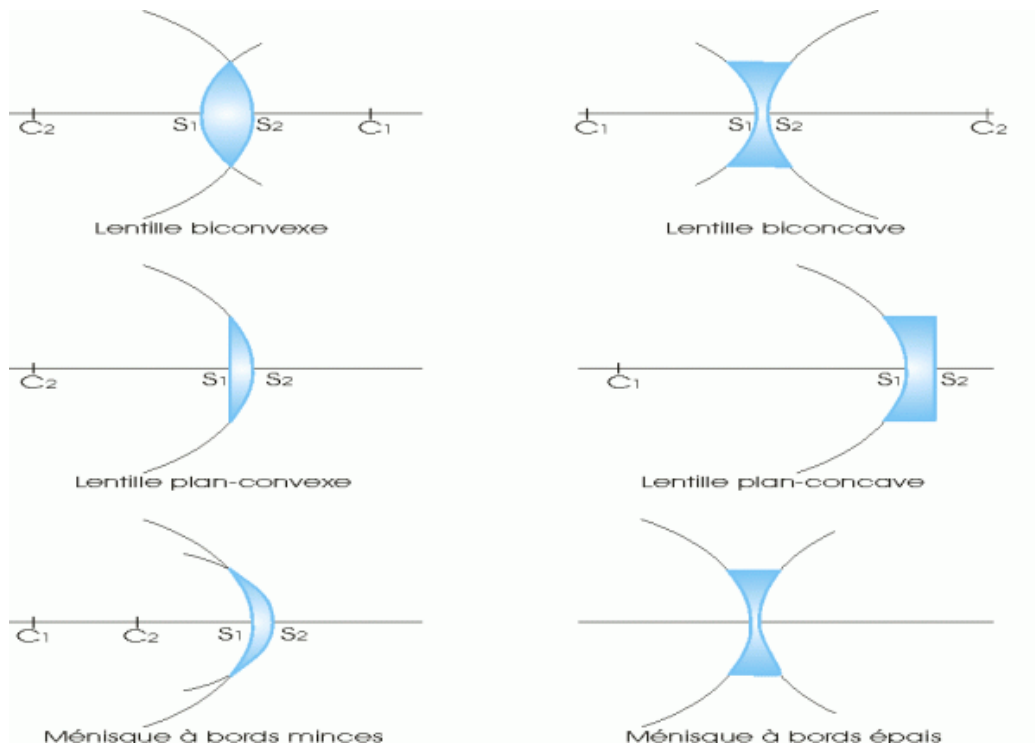


Figure V-1: On distingue 6 types différents de lentilles

### V.1.2 Calcul de la distance focale d'une lentille

#### V.1.2.1 Position du problème

- Comme tout système centré, une lentille a évidemment une distance focale objet  $f$  et une distance focale image  $f'$ . Mais puisqu'il s'agit d'un système centré avec milieux extrêmes identiques d'indice égal à 1, il est convenu que la distance focale d'une lentille est sa distance focale image que l'on notera  $\Phi$ .

- le dioptré d'entrée de rayon  $\overline{S_1 C_1} = R_1 > 0$ . Pour celui-ci, avec les conventions habituelles :  $n_1=1$  et  $n_2 = n$  et les points principaux  $H_1$  et  $H_1'$  sont confondus avec  $S_1$ .

- le dioptré de sortie de rayon  $\overline{S_2 C_2} = R_2 < 0$ . Pour celui-ci, avec les conventions habituelles :  $n_1 = n$  et  $n_2 = 1$  et les points principaux  $H_2$  et  $H_2'$  sont confondus avec  $S_2$ .

#### V.1.2.1 Vergence de la lentille

La vergence d'un dioptré est donnée par :

$$V = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

La vergence du dioptré d'entrée est donc :

$$V_1 = \frac{n - 1}{\overline{S_1C_1}}$$

et celle du dioptré de sortie :

$$V_2 = \frac{1 - n}{\overline{S_2C_2}}$$

On applique alors la formule de GULLSTRAND en remarquant que l'indice  $N$  du milieu intermédiaire

est dans ce cas égal à  $n$  et  $e = \overline{H_1'H_2} = \overline{S_1S_2}$ .

Il vient donc :

$$\overline{F_1F} \cdot \overline{F_1F_2} = \overline{F_1F_2} \cdot \overline{F_2F_2'} = f_1 f_2' \quad (V.1)$$

### V.1.3 Position des foyers

Le foyer image  $F'$  de la lentille est l'image du foyer image  $F_1'$  du dioptré d'entrée à travers le dioptré de sortie. Par application des formules de conjugaison de NEWTON il vient :

$$\overline{F_2F_1'} \cdot \overline{F_2F'} = f_2 f_2' \quad (V.2)$$

De même, le foyer objet  $F$  de la lentille a pour image le foyer objet  $F_2$  du dioptré de sortie à travers le dioptré d'entrée :

$$\overline{F_1F} \cdot \overline{F_1F_2} = f_1 f_1' \quad (V.3)$$

En introduisant " l'intervalle optique "  $\overline{F_1'F_2} = \overline{F_1'S_1} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2F_2}$  qui s'écrit aussi :

$$\overline{F_1'F_2} = -f_1' + e + f_2 \quad (V.4)$$

on voit que la position du foyer objet  $F$  de la lentille par rapport au foyer objet  $F_1$  du dioptré d'entrée

comme la position du foyer image  $F'$  de la lentille par rapport au foyer image  $F_2'$  du dioptré de sortie sont données par des relations déjà rencontrées dans le cas le plus général.

### V.1.4 Centre optique

Le centre optique  $O$  d'une lentille est défini comme le point de l'axe " appartenant " au milieu d'indice  $n$  tel qu'à tout rayon intérieur dont le support passe par  $O$  correspondent un incident et un émergent parallèles entre eux.

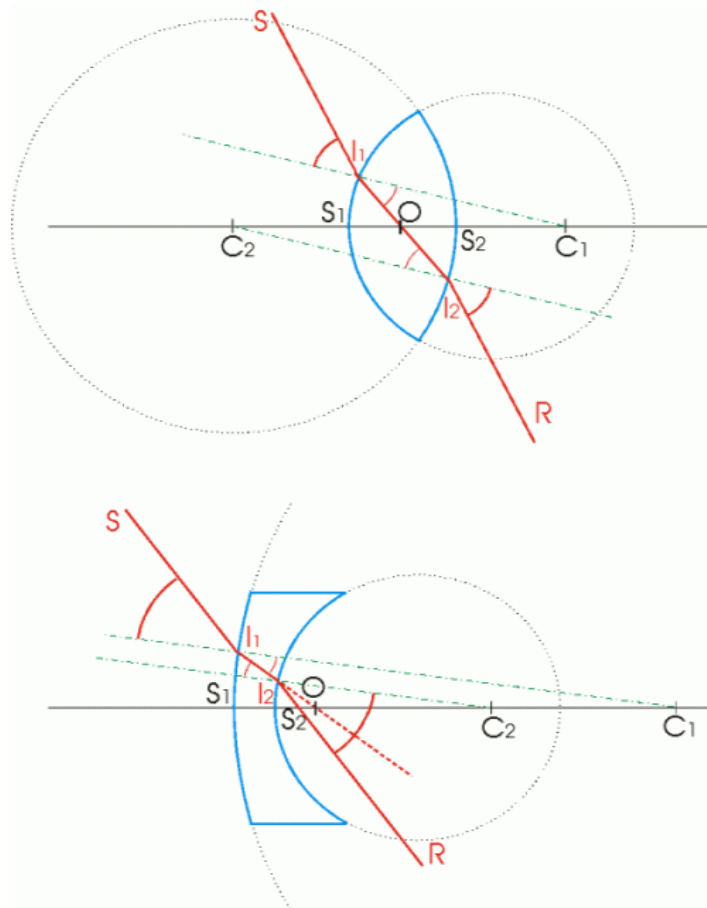


Figure V-2

*Remarque : le point O "appartient" toujours au milieu d'indice n mais ceci n'implique pas qu'il soit obligatoirement situé entre S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub>.*

Par un calcul géométrique simple on arrive à définir le centre optique O par les relations suivantes :

$$\boxed{\hspace{10cm}} \quad (V.5)$$

$$\frac{\overline{OS_2} - \overline{OS_1}}{\overline{OS_2}} = \frac{R_2 - R_1}{R_2} \Rightarrow \overline{OS_2} = e \frac{\boxed{\hspace{2cm}}}{R_2} \quad (V.6)$$

ou, de même :

$$\frac{\overline{OS_1}}{\overline{OS_2} - \overline{OS_1}} = \frac{R_1}{R_2 - R_1} \Rightarrow \overline{OS_1} = e \frac{\boxed{\hspace{2cm}}}{R_2} \quad (V.7)$$

## V.2 Lentilles minces

En optique une lentille est considérée comme mince si on peut, avec une très bonne approximation, confondre les sommets S<sub>1</sub> et S<sub>2</sub> et le centre optique O.

Il faut évidemment que l'épaisseur  $e$  soit négligeable devant les rayons de courbure des faces : si  $e \ll R_1$  et  $e \ll R_2$  la vergence de la lentille ne dépend pas de  $e$  et, d'après la relation (V.1), est simplement exprimée par :

$$V = \frac{1}{\Phi} = ( \quad \quad \quad ) \quad (V.8)$$

Mais cette condition, nécessaire pour pouvoir considérer que  $S_1$  est confondu avec  $S_2$ , n'est pas suffisante pour que ce point coïncide en première approximation avec le centre optique O. Il faut de

plus que  $\overline{OS_1}$  et  $\overline{OS_2}$  soient négligeables ce qui implique  $e \ll R_2 - R_1$ .

$S_1$ ,  $S_2$  et O étant confondus, les points principaux sont aussi confondus. Une lentille mince est alors complètement définie par la connaissance de la distance focale  $\Phi$ . La figure V-3 donne les représentations conventionnelles des lentilles minces convergentes ( $\Phi > 0$ ) et des lentilles minces divergentes ( $\Phi < 0$ ).

Les points principaux étant confondus avec le centre optique, à partir des expressions (IV.3) et (IV.6), on retrouve très vite les formules des lentilles minces avec origine au centre optique telles qu'elles ont été admises dans le secondaire :

$$\frac{-1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \quad \quad \quad (V.9)$$

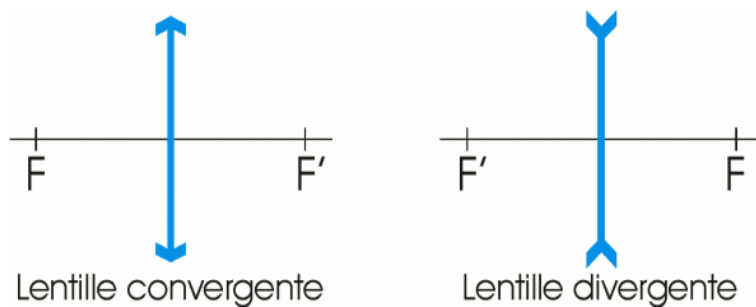


Figure V-3

### V.3 Exemple de calcul

Pour illustrer les considérations générales sur les lentilles, on se propose d'étudier, à titre d'exemple,

une lentille biconcave en verre d'indice  $n = \frac{5}{3}$ . Les faces ont des rayons de courbure égaux à  $12\text{cm}$  et leurs sommets sont séparés de  $1,2\text{cm}$ .

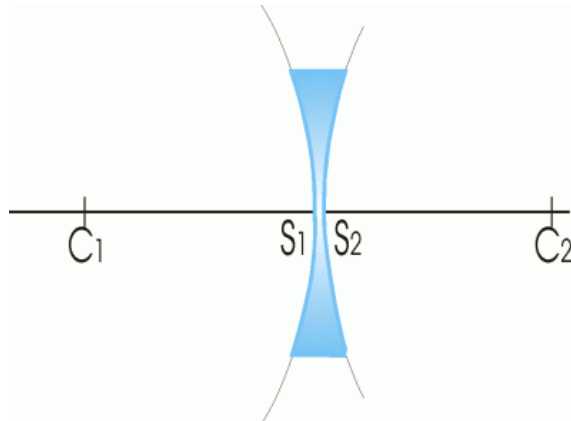


Figure V-4

Pour commencer, après avoir fait un croquis à une échelle pratique, il faut donner les valeurs algébriques correctes aux variables intervenant dans les formules.

En s'aidant de la figure V-4 on voit que :

$$\overline{S_1 C_1} = R_1 = -12\text{cm} = -120\text{mm}, \quad \overline{S_2 C_2} = R_2 = +12\text{cm} = +120\text{mm}, \quad e = \overline{S_1 S_2} = +12\text{mm}.$$

On calcule alors la distance focale image en utilisant la relation (V.1) :

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{\frac{5}{3} - 1}{-120} + \frac{1 - \frac{5}{3}}{120} + \frac{\left(\frac{5}{3} - 1\right)^2 12}{\frac{5}{3} (-120)(120)} = \frac{-\frac{4}{3}}{120} + \frac{\frac{4}{9}}{\frac{5}{3} (-1200)}$$

soit

$$\frac{1}{\Phi} = -\frac{1}{90} - \frac{1}{4500} \Rightarrow \Phi = -88,235\text{mm} \quad \text{ou} \quad \Phi \approx -90\text{mm}$$

Le second résultat qui correspond à la relation (V.8) est une bonne approximation du premier si on ne cherche pas une précision supérieure à 2%.

On calcule ensuite la position du centre optique. A l'aide de la relation (V.6), on obtient :

$$\overline{O S_2} = 12 \frac{120}{120 - (-120)} = 6\text{mm}$$

Conformément à la symétrie du système on trouve bien O au centre de la lentille.

Si on ne cherche pas une très grande précision, la lentille qui est divergente peut être considérée comme mince avec une distance focale de -90mm.

Si on veut davantage de précision, il est nécessaire de déterminer la position des éléments cardinaux.

Comme on connaît déjà la distance focale  $\Phi'$ . Du fait de la symétrie du système on pourra se contenter

de calculer  $\overline{F_2' F'}$  : on aura  $\overline{F_1 F} = -\overline{F_2' F'}$ .

Auparavant, il faut calculer les distances focales des dioptries d'entrée et de sortie après avoir pris soin d'identifier aux données du problème les variables intervenant dans les relations (III.3) et (III.4).

Pour le dioptre d'entrée :  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = n = \frac{5}{3}$ ,  $R = R_1 = -120\text{mm}$ .

D'où (III.3) nous donne la distance focale image :

$$\frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \Rightarrow f_1' = \frac{\frac{5}{3} (-120)}{\frac{5}{3} - 1} = -300\text{mm}$$

et (III.4) la distance focale objet :

$$\frac{-n_1 R}{n_2 - n_1} \Rightarrow f_1 = \frac{-1 (-120)}{\frac{5}{3} - 1} = +180\text{mm}$$

Pour le dioptre de sortie :  $n_1 = n = \frac{5}{3}$ ,  $n_2 = 1$ ,  $R = R_2 = +120mm$   
 D'où (III.3) nous donne la distance focale image :

$$\frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \Rightarrow f'_2 = \frac{1(+120)}{1 - \frac{5}{3}} = -180mm$$

et (III.4) la distance focale objet :

$$\frac{-n_1 R}{n_2 - n_1} \Rightarrow f_2 = \frac{-\frac{5}{3}(+120)}{1 - \frac{5}{3}} = +300mm$$

On peut remarquer que ces derniers résultats sont évidents du fait de la symétrie entrée-sortie.

L'intervalle optique  $\overline{F'_1 F_2} = \overline{F'_1 S_1} + \overline{S_1 S_2} + \overline{S_2 F_2}$  est donné par :

$$\overline{F'_1 F_2} = -f'_1 + e + f_2 = -(-300) + 12 + 300 = +612mm$$

On en déduit d'après (V.3) que :

$$\overline{F_1 F} = \frac{f_1 f'_1}{\overline{F'_1 F_2}} = \frac{180(-300)}{612} = -88.235mm$$

et d'après (V.2) :

$$\overline{F_2 F'} = \frac{-f_2 f'_2}{\overline{F'_1 F_2}} = \frac{-(300)(-180)}{612} = +88.235mm$$

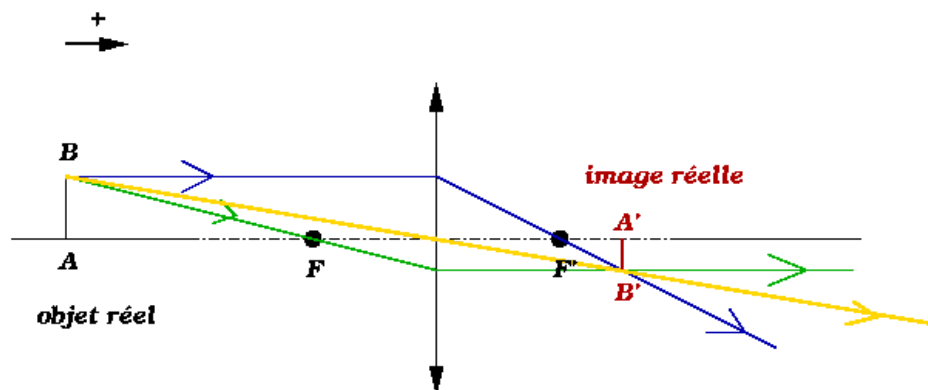
Ceci permet de calculer, par exemple la position du point principal image H' par rapport au sommet  $S_2$  de la face de sortie :

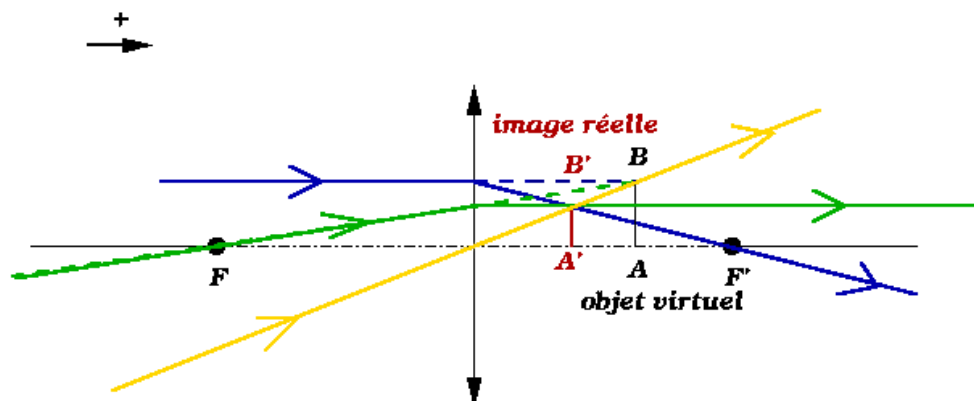
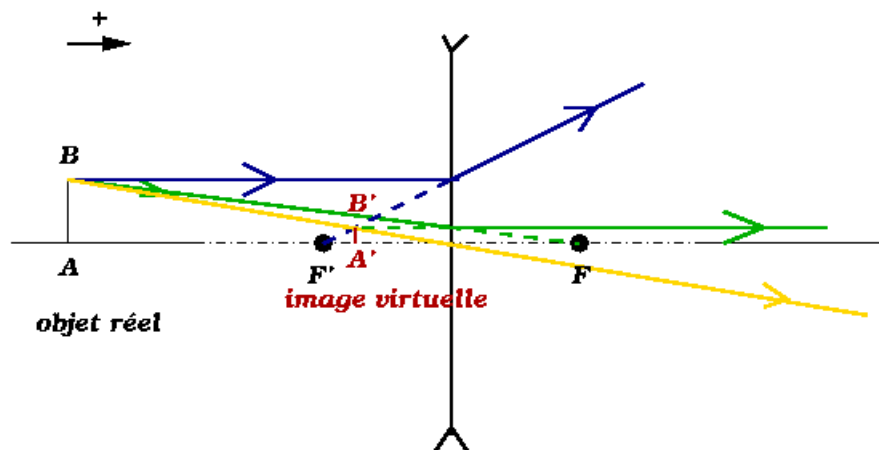
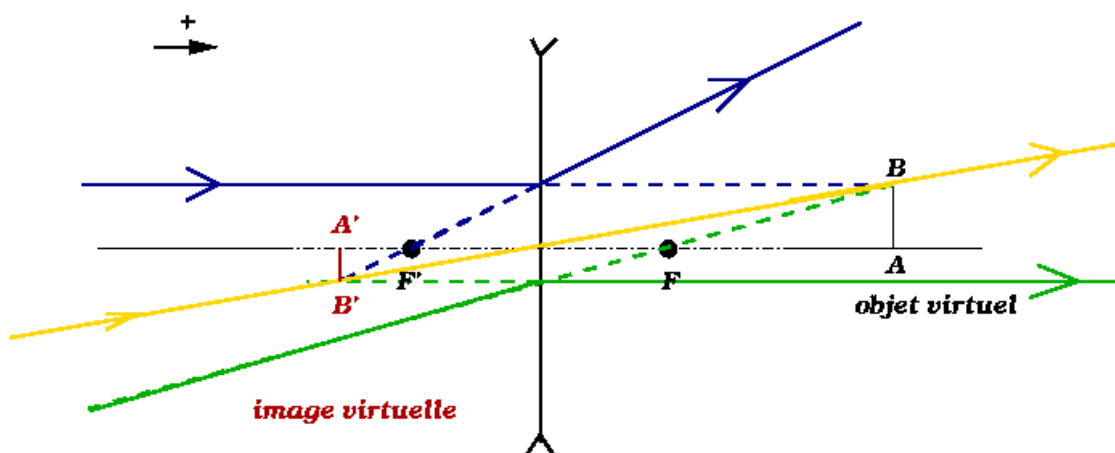
$$\begin{aligned} \overline{S_2 H'} &= \overline{S_2 F'_2} + \overline{F'_2 F'} + \overline{F' H'} = f'_2 + \overline{F_2 F'} - \Phi \\ &= -180 + 88.235 + 88.235 = -3.53mm \end{aligned}$$

On trouverait de même  $\overline{S_1 H} = +3.53mm$ . Les plans principaux sont à l'intérieur de la lentille entre le centre optique et les faces.

#### V.4 Construction d'une image

##### Lentille convergente



**Lentille convergente****Lentille divergente****Lentille divergente****Le doublet**

■ Positionnement de  $F'$  : exemple

