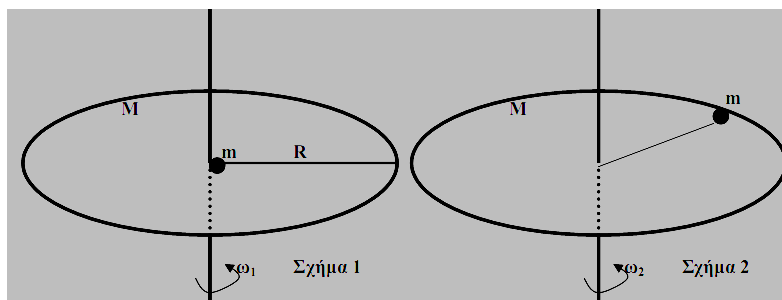


Μηχανική Στερεού Σώματος

1. Ο ομογενής οριζόντιος δίσκος ακτίνας R και μάζας M , περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του με γωνιακή ταχύτητα ω_1 .



$\frac{M}{2}$

Μυρμήγκι μάζας $m = \frac{M}{2}$ που αρχικά βρισκόταν στο κέντρο (σχήμα 1), φτάνει στην περιφέρεια του δίσκου (σχήμα 2).

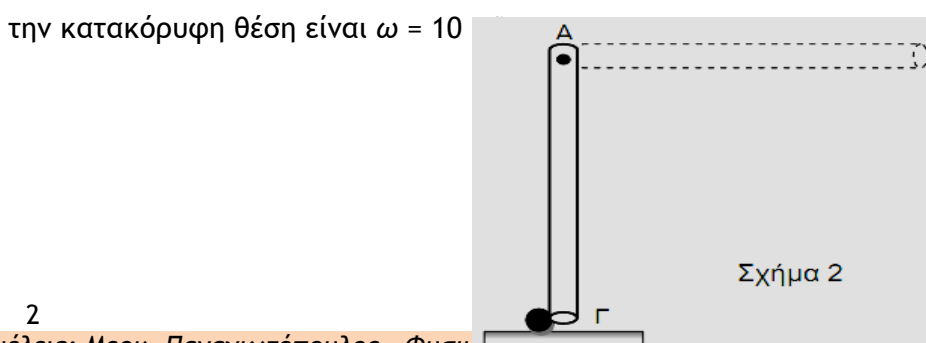
[Ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο του είναι $I = \frac{1}{2}MR^2$]

- α. Να προσδιορίσετε τη νέα γωνιακή ταχύτητα ω_2 του συστήματος σε σχέση με την αρχική ω_1 .
- β. Να υπολογίσετε το λόγο της τελικής προς την αρχική κινητική ενέργεια του συστήματος.

2007

2. Ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους $L = 0,3 \text{ m}$ και μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$ μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της Α. Η ράβδος αφήνεται ελεύθερη από την οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο Α είναι .

- α. Να δείξετε ότι το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου τη στιγμή που περνά από την κατακόρυφη θέση είναι $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$



β. Σφαίρα από πλαστελίνη, ίσης μάζας με αυτή της ράβδου, ισορροπεί σε οριζόντια επιφάνεια. Τη στιγμή που η ράβδος περνά από την κατακόρυφη θέση το κάτω άκρο της Γ συγκρούεται με τη σφαίρα και στη συνέχεια τα δύο σώματα περιστρέφονται μαζί. Η κρούση έχει αμελητέα διάρκεια (σχήμα 2).

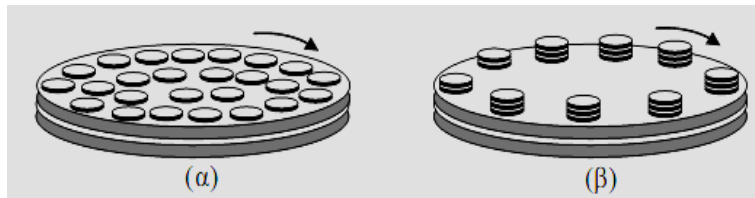
i. Να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

ii. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος των σωμάτων ως προς το Α μετά την κρούση.

iii. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος αμέσως μετά την κρούση.

2008

3. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται δύο όμοιες πλατφόρμες οι οποίες μπορούν να περιστρέφονται χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο τους. Στις δύο πλατφόρμες έχει τοποθετηθεί ίσος αριθμός βαριδιών των 100g. Στην πρώτη πλατφόρμα τα βαρίδια στερεώθηκαν σε όλη την επιφάνειά της, ενώ στη δεύτερη τα βαρίδια στερεώθηκαν κατά δέσμες στην περιφέρειά της.



α. Να εξηγήσετε ποια από τις δύο πλατφόρμες μπορούμε να περιστρέψουμε ευκολότερα.

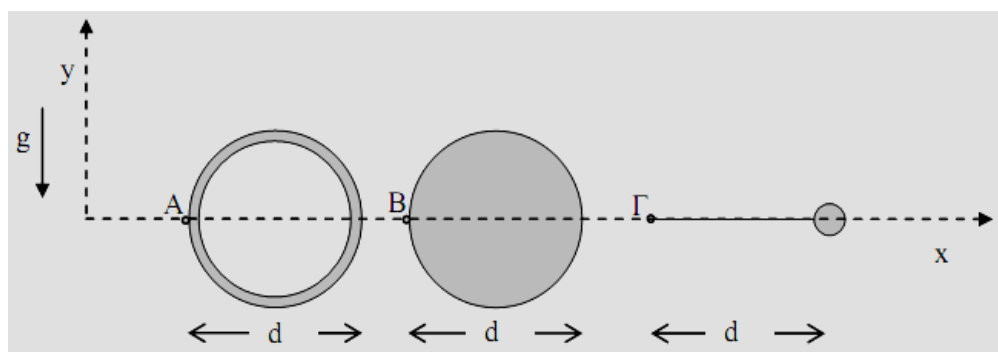
β. Οι δύο πλατφόρμες περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Να εξηγήσετε:

i. Ποια πλατφόρμα έχει περισσότερη ενέργεια;

ii. Τι θα παρατηρηθεί στην πλατφόρμα (β), αν ένα κομμάτι πλαστελίνης αφηθεί να πέσει και να κολλήσει κοντά στην περιφέρειά της κατά τη διάρκεια της περιστροφής της;

2009

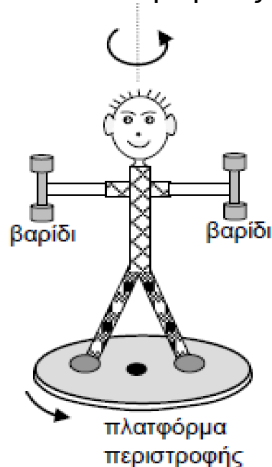
4. Μια ομογενής στεφάνη, ένας ομογενής δίσκος και μια σημειακή μάζα δεμένη στο άκρο αβαρούς νήματος, κρατούνται σε οριζόντια θέση, όπως δείχνει το σχήμα. Τα τρία σώματα αφήνονται ελεύθερα και μπορούν να περιστρέφονται γύρω από τους άξονες Α, Β και Γ οι οποίοι είναι κάθετοι στο επίπεδο xy . (Η διεύθυνση της επιτάχυνσης της βαρύτητας φαίνεται στο σχήμα). Η στεφάνη και ο δίσκος έχουν διάμετρο d , το νήμα έχει μήκος d και οι μάζες των τριών σωμάτων είναι ίσες.



- α. Ποια είναι η απόσταση του κέντρου μάζας του κάθε σώματος από το σημείο περιστροφής του.
- β. Να εξηγήσετε σε ποιο από τα τρία σώματα θα μεταβληθεί περισσότερο η δυναμική του ενέργεια όταν φτάνει στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του.
- γ. Με βάση την απάντηση που δώσατε στο προηγούμενο ερώτημα να εξηγήσετε ποιο από τα τρία σώματα θα έχει τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια όταν περνά από το χαμηλότερό του σημείο.
- δ. Να υπολογίσετε τη μέγιστη γωνιακή ταχύτητα της στεφάνης αν η διάμετρος της είναι $d=20\text{ cm}$, η μάζα της είναι 200 g και η ροπή αδράνειάς της ως προς το σημείο A είναι $4 \times 10^{-3}\text{ kgm}^2$.

2009

5. Ένας μαθητής στέκεται πάνω σε μια πλατφόρμα με τα χέρια τεντωμένα όπως δείχνει το σχήμα. Στα χέρια του κρατά βαρίδια. Το σύστημα "μαθητής - βαρίδια -πλατφόρμα" περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα με συχνότητα $0,8\text{ Hz}$.



α. Ο μαθητής λυγίζει τα χέρια του προς το στήθος του και η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος αυξάνεται.

i. Να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

ii. Να εξηγήσετε με βάση την πιο πάνω αρχή γιατί αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος όταν ο μαθητής λυγίζει τα χέρια του.

β. Η ροπή αδράνειας του συστήματος όταν τα χέρια του μαθητή είναι ανοικτά είναι 10 kgm^2 και όταν είναι μαζεμένα είναι 5 kgm^2 .

i. Να υπολογίσετε τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος μετά το λύγισμα των χεριών.

ii. Να σχεδιάσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση του μέτρου της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, πριν, κατά και μετά το λύγισμα των χεριών.

iii. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

2010

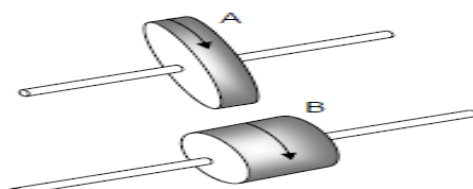
6. Δυο κύλινδροι έχουν διαφορετικές διαστάσεις αλλά είναι κατασκευασμένοι από το ίδιο υλικό, είναι ομογενείς, έχουν την ίδια μάζα και περιστρέφονται γύρω από άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους, όπως φαίνεται στο Σχήμα. Η ροπή αδράνειας του ενός είναι τετραπλάσια από τη ροπή αδράνειας του άλλου.

α. Να εξηγήσετε ποιος από τους δυο κυλίνδρους έχει τη μεγαλύτερη ροπή αδράνειας.

β. Οι δυο κύλινδροι έχουν την ίδια κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής και το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου Α είναι 10 rad/s . Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του κυλίνδρου Β.

2011

7. Ένας γάτος κάθετα αμέριμνος, πάνω σε οριζόντια κυκλική εξέδρα, όπως φαίνεται στο πιο κάτω Σχήμα.



Η εξέδρα περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα, χωρίς τριβές, γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας της. Κάποια στιγμή ο γάτος μετακινείται προς τη περιφέρεια της εξέδρας κατά μήκος μιας ακτίνας της.

Να εξηγήσετε πώς μεταβάλλεται η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος εξέδρα-γάτος κατά τη διάρκεια της κίνησης του γάτου.

2011

8. α. Να αναφέρετε τους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος.

β. Ένας αστροναύτης στο διαστημικό σταθμό *Ελευθερία*, διατηρώντας το σώμα του τεντωμένο, περιστρέφεται όπως φαίνεται στο σχήμα I.

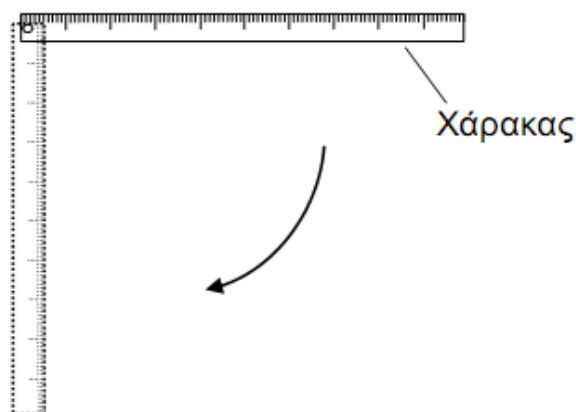
Σχήμα I

Σχήμα II

Να εξηγήσετε γιατί η γωνιακή ταχύτητα του αστροναύτη θα αυξηθεί αν καθώς περιστρέφεται συσπειρώσει το σώμα του, όπως φαίνεται στο σχήμα II.

2012

9. Ένας ομογενής χάρακας μήκους $L=1\text{ m}$ μπορεί να περιστραφεί κατακόρυφα γύρω από άξονα που περνά πολύ κοντά από το ένα άκρο του και είναι κάθετος στη μεγάλη επιφάνειά του, όπως δείχνει το σχήμα.



Χρησιμοποιώντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας, να περιγράψετε ένα πείραμα με το οποίο θα υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του χάρακα ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Στην περιγραφή σας να αναφέρετε:

- τα φυσικά μεγέθη που θα μετρήσετε
- τα όργανα που θα χρησιμοποιήσετε για να τα μετρήσετε και
- τον τρόπο που θα χρησιμοποιήσετε τις μετρήσεις σας.

2012

10. Στη φωτογραφία φαίνονται 5 κοριτσάκια να παίζουν σε μια περιστρεφόμενη παιδική πλατφόρμα.

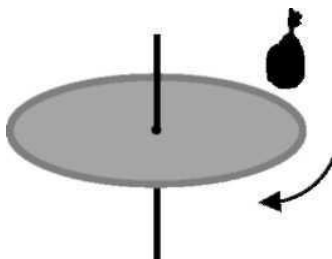


α. Οι πλατφόρμες αυτές έχουν μεγάλη μάζα και διάμετρο για να σταματούν πιο δύσκολα. Να εξηγήσετε γιατί η δυσκολία να σταματήσει η περιστροφή της πλατφόρμας εξαρτάται από τη μάζα και τη διάμετρό της.

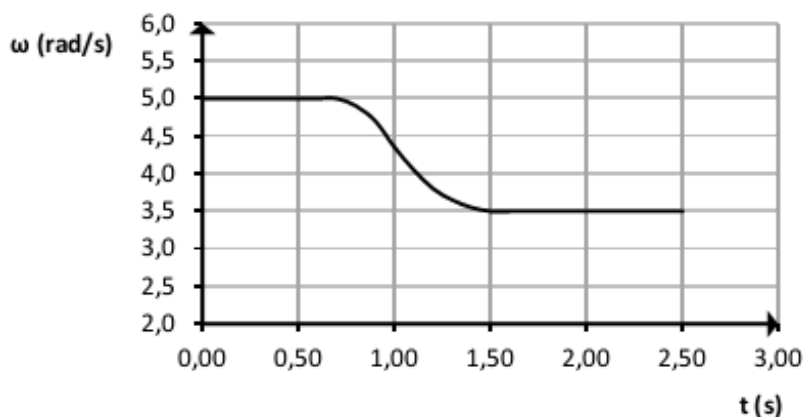
β. Η διάμετρος της πλατφόρμας είναι 3 m και η ροπή αδράνειάς της είναι 560 kgm^2 . Η μάζα του καθενός από τα 5 κορίτσια είναι περίπου 30 kg. Να υπολογίσετε, κατά προσέγγιση, τη ροπή αδράνειας του συστήματος πλατφόρμα-κορίτσια.

2013

11. Για να διερευνήσει το νόμο διατήρησης της στροφορμής ένας μαθητής χρησιμοποιεί έναν περιστρεφόμενο δίσκο. Καθώς ο δίσκος περιστρέφεται ο μαθητής τοποθετεί σε αυτόν ένα σακουλάκι με άμμο.



Η μεταβολή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου φαίνεται στην πιο κάτω γραφική παράσταση.

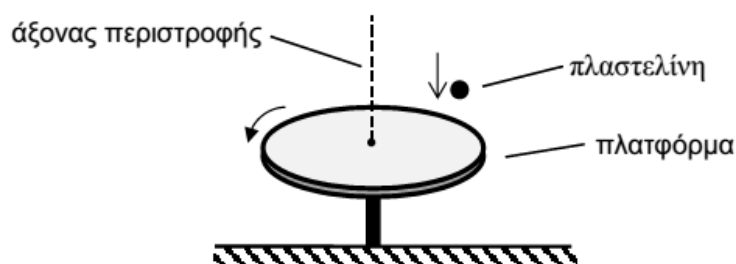


- α. Να εξηγήσετε τη μείωση της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.
 β. Η ροπή αδράνειας του δίσκου και της άμμου ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $2,50 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ και $1,07 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της περιστροφικής κινητικής ενέργειας του συστήματος.

2013

12. Μια πλατφόρμα περιστρέφεται χωρίς τριβές με γωνιακή ταχύτητα $2,0 \text{ rad/s}$. Η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $0,040 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

- α. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της πλατφόρμας.
 β. Ένα κομμάτι πλαστελίνης αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος και προσκολλάται στην πλατφόρμα.

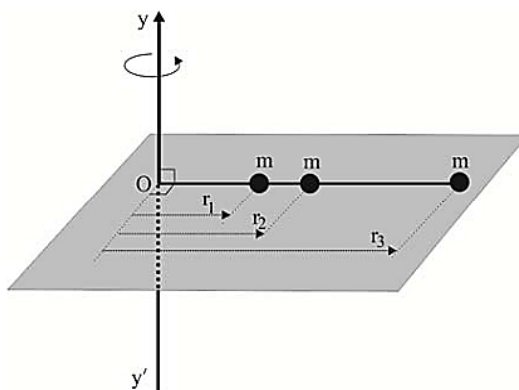


Η ροπή αδράνειας της πλαστελίνης ως προς τον άξονα περιστροφής της πλατφόρμας είναι $1,5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της πλαστελίνης.

2014

13. Το σχήμα δείχνει τρεις σφαίρες, μάζας $m = 0,010 \text{ kg}$ η καθεμία, οι οποίες είναι στερεωμένες σε μια αβαρή ράβδο. Οι τρεις σφαίρες, οι οποίες θεωρούνται ως υλικά σημεία, βρίσκονται σε αποστάσεις $r_1 = 4,00 \text{ cm}$, $r_2 = 6,00 \text{ cm}$ και $r_3 = 12,00 \text{ cm}$ από το άκρο O

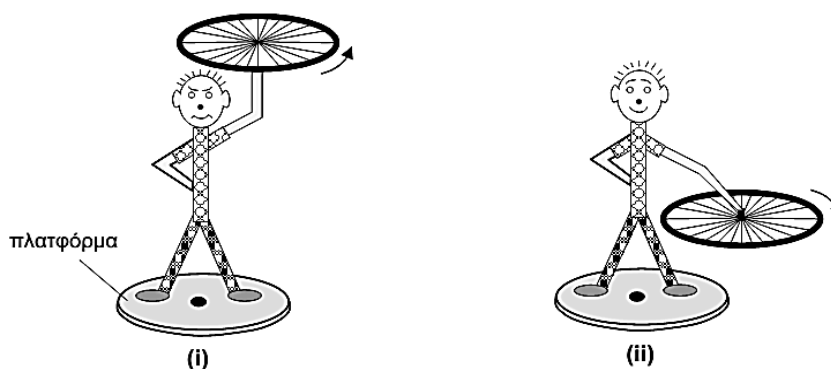
της ράβδου. Το σύστημα των σφαιρών περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από τον κατακόρυφο άξονα yy' , π



- α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος, ως προς τον άξονα yy' .
 β. Η ράβδος περιστρέφεται γύρω από τον άξονα yy' με γωνιακή ταχύτητα $3,00 \text{ rad/s}$. Να δείξετε ότι η στροφορμή του συστήματος είναι $5,9 \times 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$.

2015

14. Ένας μαθητής στέκεται πάνω σε μια πλατφόρμα και κρατά ένα τροχό ο οποίος περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο (σχήμα i). Αρχικά ο μαθητής και η πλατφόρμα είναι ακίνητοι. Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές. Σε κάποια χρονική στιγμή ο μαθητής αναποδογυρίζει τον τροχό, ο οποίος συνεχίζει να περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο (σχήμα ii).

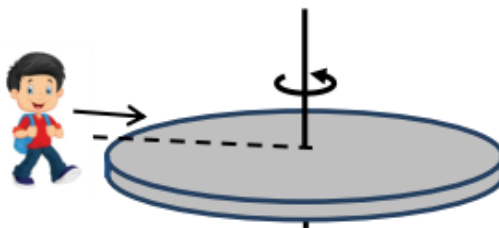


- α. Να αναφέρετε ποια αλλαγή θα συμβεί στη στροφορμή του τροχού.
 β. Να εξηγήσετε ποιες αλλαγές θα συμβούν στη στροφορμή:
 i. Του συστήματος τροχός-μαθητής-πλατφόρμα.
 ii. Του συστήματος μαθητής-πλατφόρμα.

2015

15. α. Να διατυπώσετε την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

β. Η εξέδρα μιας παιδικής χαράς είναι κυκλική, ακτίνας $R = 1 \text{ m}$ και περιστρέφεται οριζόντια, χωρίς τριβές, γύρω από τον κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο της με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_0 = 2 \text{ rad/s}$. Η ροπή αδράνειας της εξέδρας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I = 60 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Ένα παιδί μάζας $m = 60 \text{ kg}$, που περπατά με κατεύθυνση προς το κέντρο της εξέδρας, πηδά πάνω της σε σημείο της περιφέρειάς της. Να θεωρήσετε το παιδί σαν υλικό σπυρίδι.



i. Να υπολογίσετε το μέτρο της νέας γωνιακής ταχύτητας, ω_1 , της εξέδρας.

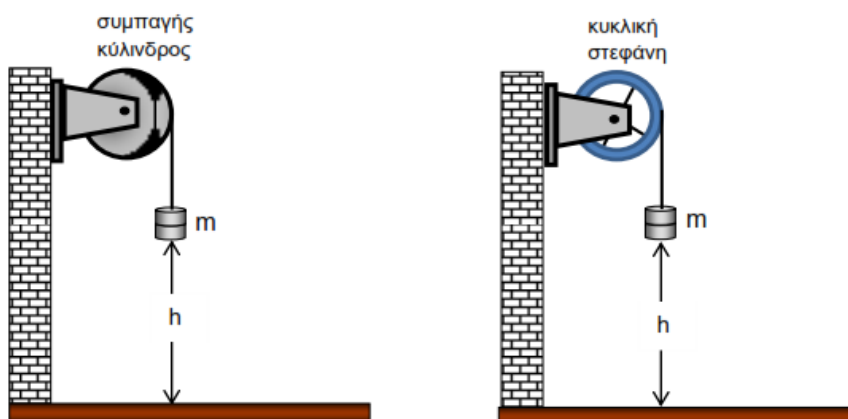
ii. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας, ω_2 , της εξέδρας όταν το παιδί μετακινηθεί στο κέντρο της.

2016

16. α. Να αναφέρετε τη φυσική σημασία της ροπής αδράνειας.

β. Η τροχαλία του σχήματος 1 είναι συμπαγής κύλινδρος, έχει ροπή αδράνειας I , ακτίνα R , είναι στερεωμένη στον τοίχο και μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της και είναι κάθετος σε αυτή. Στο αυλάκι της τροχαλίας είναι τυλιγμένο αβαρές μη εκτατό νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο μικρό σώμα μάζας m , το οποίο αρχικά συγκρατούμε σε ύψος h από το έδαφος.

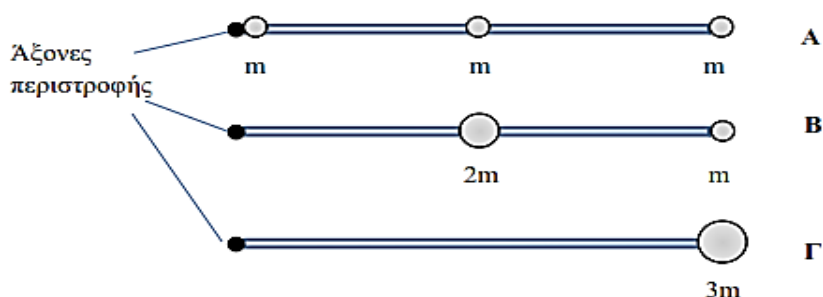
Στο σχήμα 2, η τροχαλία έχει αντικατασταθεί με άλλη τροχαλία σχήματος κυκλικής στεφάνης ίδιων διαστάσεων και μάζας. Να θεωρήσετε ότι οι ακτίνες της στεφάνης έχουν αμελητέα μάζα.



2016

Το σώμα αφήνεται ελεύθερο από το ίδιο ύψος h και στις δύο περιπτώσεις. Να εξηγήσετε σε ποια περίπτωση το σώμα φτάνει στο έδαφος με μεγαλύτερη ταχύτητα.

17. Τρεις αβαρείς ράβδοι είναι ελεύθερες να περιστρέφονται χωρίς τριβές σε οριζόντιο επίπεδο γύρω από άξονες που περνούν από το αριστερό τους άκρο και είναι κάθετοι στο οριζόντιο επίπεδο. Σε κάθε ράβδο στερεώνονται σφαίρες διαφορετικών μαζών, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η συνολική μάζα κάθε συστήματος ράβδου - σφαιρών (Α, Β και Γ) είναι η ίδια ($3m$).



α. Να αναφέρετε ποιο από τα τρία συστήματα έχει τη μικρότερη ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

β. Τα τρία συστήματα περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα ω .

Να κατατάξετε τις τιμές της κινητικής τους ενέργειας λόγω περιστροφής κατά αύξουσα σειρά (ξεκινώντας από την μικρότερη) και να εξηγήσετε την απάντησή σας.

γ. Καθώς το σύστημα Β περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω , η σφαίρα μάζας $2m$ ελευθερώνεται και μετακινείται στο άκρο που βρίσκεται η άλλη σφαίρα. Να εξηγήσετε τι θα παρατηρηθεί στην κίνηση του συστήματος.

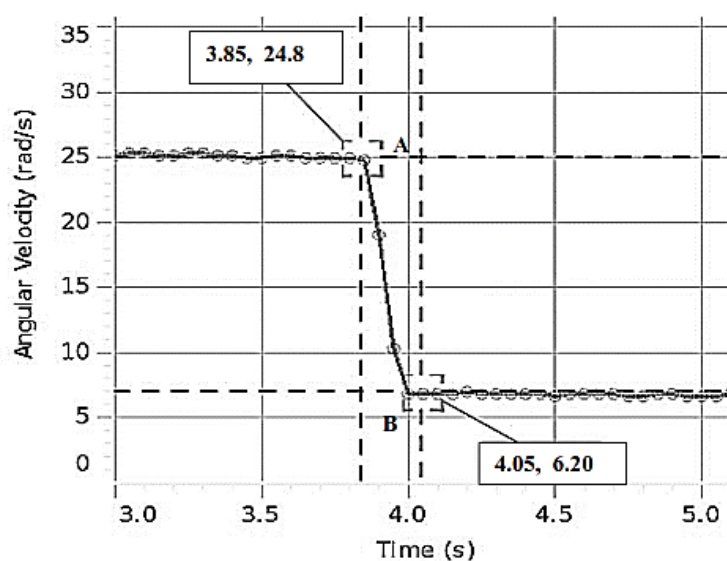
2017

18. Σε πείραμα επιβεβαίωσης της αρχής διατήρησης της στροφορμής χρησιμοποιήθηκε διασύνδεση, Η.Υ., αισθητήρας περιστροφικής κίνησης, αλουμινένιος δίσκος και σιδερένιος δακτύλιος. Ο δακτύλιος αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος στον περιστρεφόμενο αλουμινένιο δίσκο.



Ο αλουμινένιος δίσκος έχει ροπή αδράνειας $1,20 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$, ως προς τον άξονα περιστροφής που περνά από το κέντρο του.

Κατά την πραγματοποίηση του πειράματος λήφθηκε η πιο κάτω γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο. Οι τιμές του χρόνου και της γωνιακής ταχύτητας στο σημείο Α της γραφικής παράστασης είναι 3,85 s και 24,8 rad/s αντίστοιχα και στο σημείο Β είναι 4,05 s και 6,20 rad/s αντίστοιχα.



- α. Να εξηγήσετε τη μορφή της γραφικής παράστασης.
- β. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του σιδερένιου δακτυλίου με βάση τις τιμές της γραφικής παράστασης, χρησιμοποιώντας το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

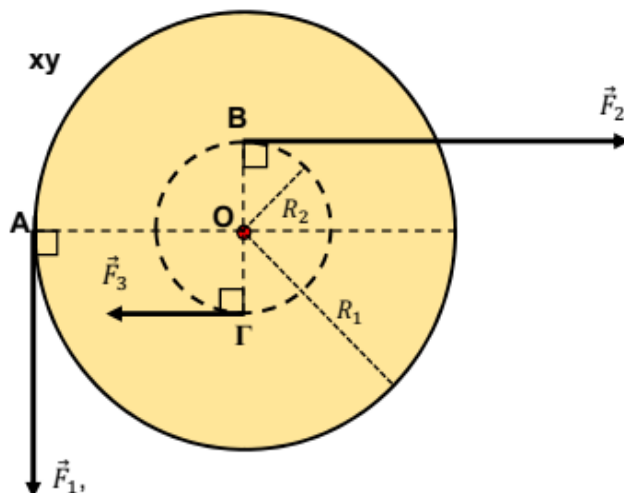
2017

19. α. Το τιμόνι ενός αυτοκινήτου περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, υπό την επίδραση ενός ζεύγους δυνάμεων. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι το τιμόνι μπορεί να ακινητοποιηθεί με τη δράση μόνο μιας επιπρόσθετης εξωτερικής δύναμης.

ι. Να γράψετε αν είναι σωστός ή λανθασμένος ο ισχυρισμός του μαθητή.

ii. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Το πιο κάτω σχήμα απεικονίζει σε κάτοψη έναν δίσκο, ο οποίος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβή πάνω στο επίπεδο xy γύρω από ακλόνητο άξονα Oz , που διέρχεται από το κέντρο του O . Ο άξονας περιστροφής είναι κάθετος στο επίπεδο xy της σελίδας.



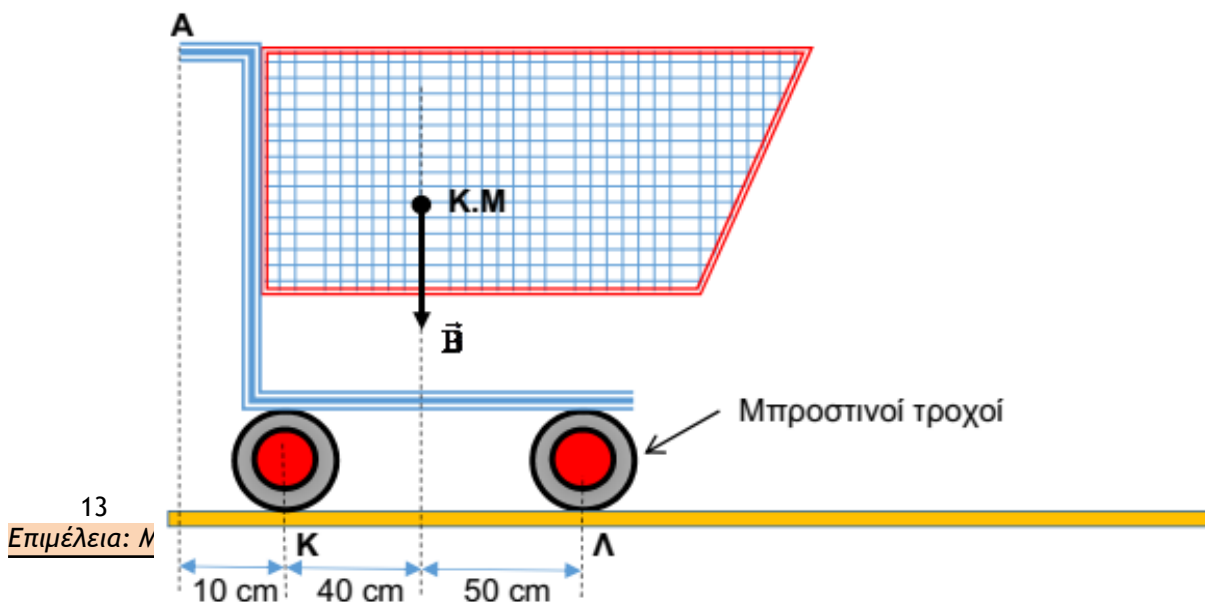
Στα σημεία A , B και Γ του δίσκου δρουν οι εξωτερικές δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ αντίστοιχα. Οι φορείς των δυνάμεων ανήκουν στο επίπεδο xy .

Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ είναι: $|\vec{F}_1| = 20\text{N}$, $|\vec{F}_2| = 30\text{N}$. Οι δυνάμεις δεν έχουν σχεδιαστεί υπό κλίμακα. Ο λόγος των ακτίνων είναι $\frac{R_1}{R_2} = 2,5$.

Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_3$, ώστε ο δίσκος να ισορροπεί.

2018

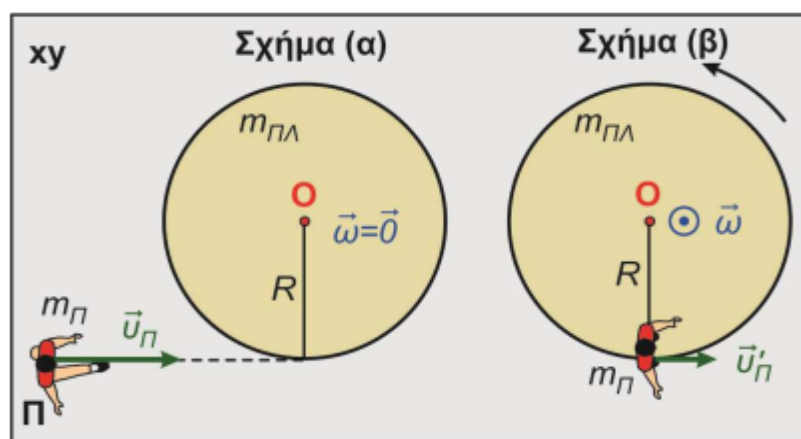
20. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα καροτσάκι μιας υπεραγοράς. Το σχήμα δεν έχει σχεδιαστεί υπό κλίμακα. Το βάρος του καροτσιού είναι 160N .



- α. Να διατυπώσετε τις αναγκαίες συνθήκες στατικής ισορροπίας ενός στερεού σώματος.
 β. Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης δύναμης που πρέπει να εφαρμοστεί κατακόρυφα στο σημείο Α για την ανύψωση των μπροστινών τροχών του καροτσιού από το έδαφος.

2018

21. Το σχήμα (α) δείχνει σε κάτοψη μία οριζόντια πλατφόρμα μάζας $m_{\text{πλ}}$ και ακτίνας R . Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβή γύρω από έναν ακλόνητο κατακόρυφο άξονα Oz , που διέρχεται από το κέντρο της O και είναι κάθετος στο επίπεδο xy της σελίδας.

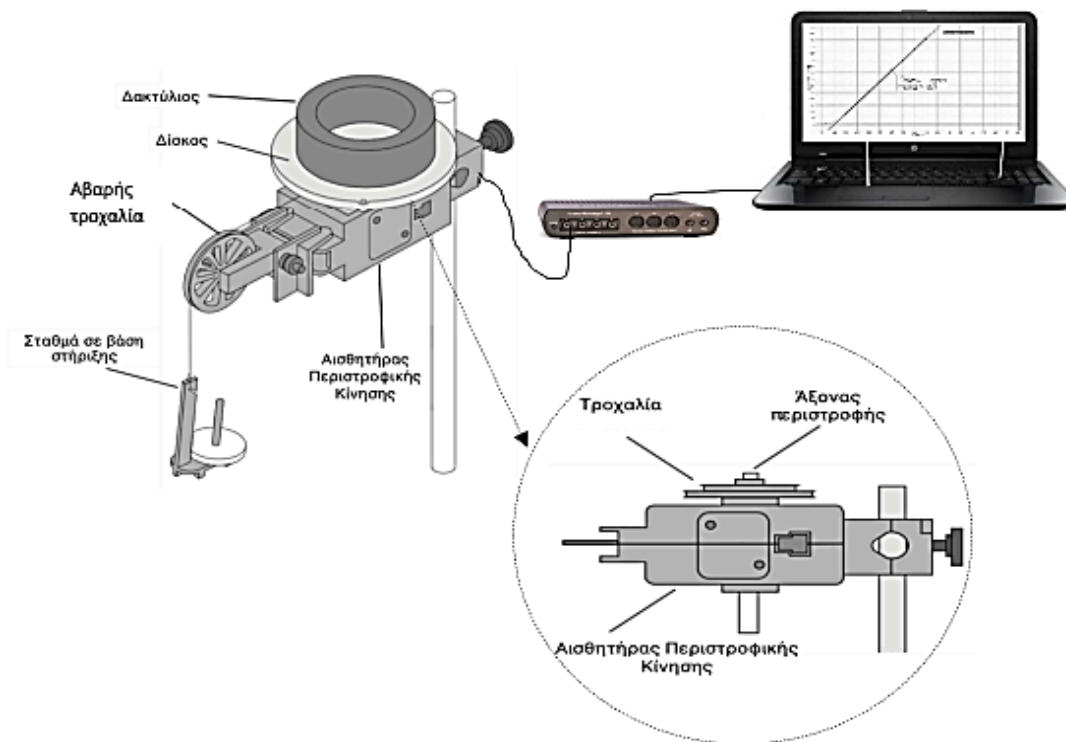


Αρχικά η πλατφόρμα είναι ακίνητη. Ένα παιδί Π μάζας m_{π} , που κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $|\vec{u}_{\pi}|$, πηδάει στην πλατφόρμα και ακινητοποιείται σε σχέση με αυτήν. Αμέσως μετά, το παιδί και η πλατφόρμα αρχίζουν να περιστρέφονται με κοινή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$ (Σχήμα (β)).

- α. Να εξηγήσετε γιατί η στροφορμή της πλατφόρμας κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα Oz δεν διατηρείται.
 β. Να γράψετε πώς μεταβάλλεται η στροφορμή (μέτρο και κατεύθυνση) του παιδιού κατά μήκος του άξονα Oz . Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

2018

22. Για τη μέτρηση της ροπής αδράνειας ενός δακτυλίου ετοιμάσαμε την πειραματική διάταξη του πιο κάτω σχήματος.



Με τη βοήθεια του αισθητήρα περιστροφικής κίνησης, της διασύνδεσης και του ηλεκτρονικού υπολογιστή μετρήσαμε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος δακτυλίου - δίσκου - τροχαλίας. Αφαιρέσαμε τον δακτύλιο από τον αισθητήρα περιστροφικής κίνησης, επαναλάβαμε την προηγούμενη διαδικασία και μετρήσαμε τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος δίσκου - τροχαλίας. Να θεωρήσετε ότι οι τριβές στον άξονα περιστροφής του αισθητήρα είναι αμελητέες.

Δίνονται:

Διάμετρος τροχαλίας στη θέση που τυλίχθηκε το νήμα: $d = 48,00\text{mm}$

Μάζα σταθμών και βάσης στήριξης: $m = 10,2\text{g}$

Γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος δακτυλίου - δίσκου - τροχαλίας: $\alpha_{\gamma_1} = 3,60\text{rad/s}^2$

Γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος δίσκου - τροχαλίας: $\alpha_{\gamma_2} = 15,80\text{rad/s}^2$.

Οι απαντήσεις σας να δοθούν με το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

α. Χρησιμοποιώντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα για τη μεταφορική κίνηση των σταθμών και την περιστροφική κίνηση του συστήματος των στερεών σωμάτων, να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$I = \left(\frac{g}{\alpha_{\gamma,R}} - 1 \right) m R^2$$

όπου α_{γ} η γωνιακή επιτάχυνση των σταθμών, m η μάζα των σταθμών και R η ακτίνα της τροχαλίας.

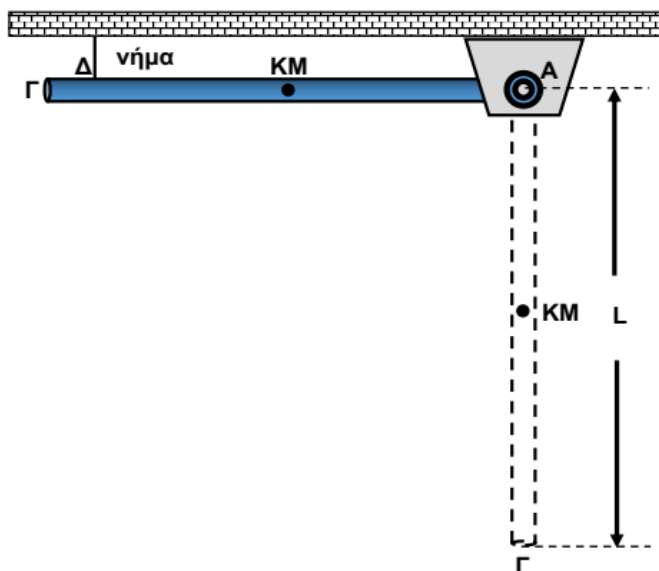
Β. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του δακτυλίου.

Γ. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος δακτύλιος - δίσκος - τροχαλία.

2018

23. Μια ομογενής ράβδος ΑΓ μάζας $M = 3 \text{ kg}$ και μήκους $L = 1,5 \text{ m}$ είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια κατακόρυφου νήματος που είναι δεμένο στο σημείο Δ της ράβδου. Η ράβδος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας.

Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής, που διέρχεται από το άκρο της Α, δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{3} M L^2$.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα.

α. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα.

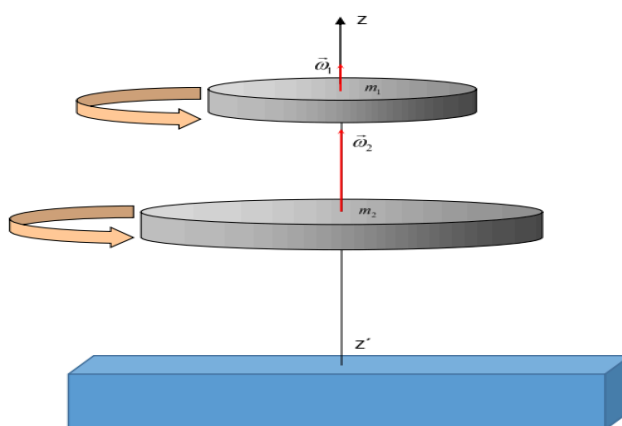
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη χρονική στιγμή της έναρξης της κίνησής της.

γ. Να εξηγήσετε πόση θα είναι η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή διέρχεται από την κατακόρυφη θέση.

2019

24. Οι δύο ομογενείς δίσκοι του σχήματος είναι οριζόντιοι και περιστρέφονται χωρίς τριβές γύρω από τον κατακόρυφο άξονα zz' που διέρχεται από το ΚΜ τους με γωνιακές ταχύτητες $\omega_1 = 10 \frac{rad}{sec}$ και $\omega_2 = 40 \frac{rad}{sec}$. Οι ροπές αδράνειας των δύο δίσκων ως προς τον άξονα περιστροφής zz' είναι $I_1 = 0,2 \text{ kgm}^2$ και $I_2 = 0,4 \text{ kgm}^2$ αντίστοιχα.

Κάποια στιγμή ο δίσκος μάζας m_1 αφήνεται να πέσει πάνω στον δίσκο μάζας m_2 . Οι δύο δίσκοι έρχονται σε επαφή με αποτέλεσμα να αποκτήσουν κοινή γωνιακή ταχύτητα.



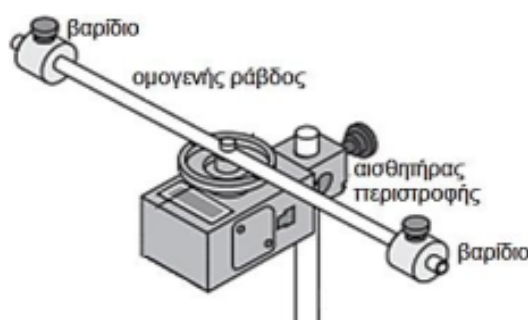
α. Να υπολογίσετε το μέτρο της αρχικής στροφορμής του συστήματος των δύο δίσκων.

β. Να υπολογίσετε την τελική γωνιακή ταχύτητα περιστροφής των δύο δίσκων.

γ. Να εξηγήσετε γιατί δεν διατηρείται ξεχωριστά η στροφορμή του κάθε δίσκου κατά μήκος του άξονα zz' .

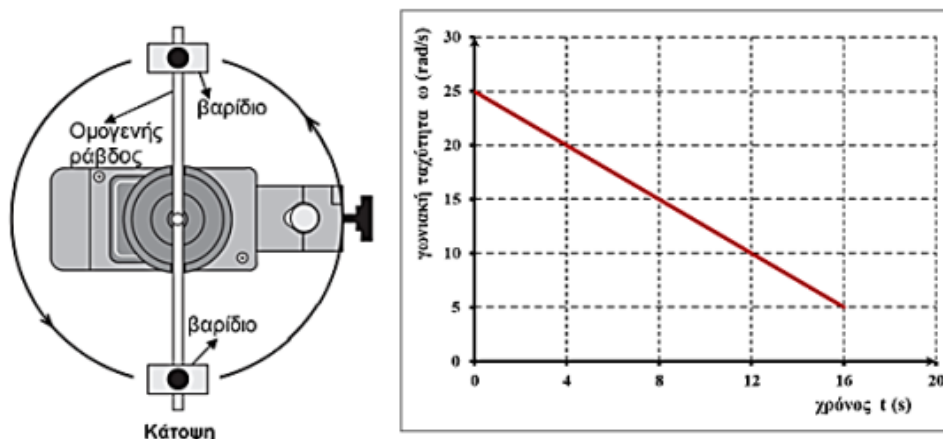
2019

25. Δυο όμοια μικρά βαράκια μάζας $m_b = 75 \times 10^{-3} \text{ kg}$ το καθένα, στερεώνονται σε απόσταση $0,18 \text{ m}$ εκατέρωθεν του μέσου μιας ομογενούς ράβδου μάζας $M = 27 \times 10^{-3} \text{ kg}$ και μήκους $L = 0,38 \text{ m}$. Η ράβδος προσαρμόζεται σε αισθητήρα περιστροφικής κίνησης όπως φαίνεται στην πειραματική διάταξη του σχήματος. Το σύστημα ράβδος-βαράκια μπορεί να περιστρέφεται οριζόντια γύρω από κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσο της ράβδου. Η ροπή αδράνειας ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσο της και είναι κάθετος στη ράβδο δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{12} ML^2$.



α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος - βαράκια ως προς τον άξονα περιστροφής του, θεωρώντας τα βαράκια υλικά σημεία.

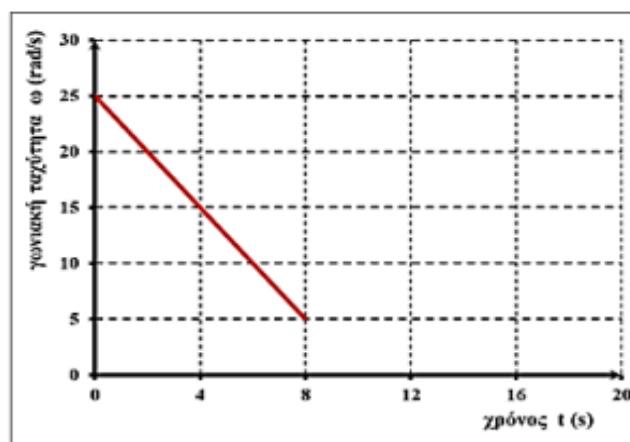
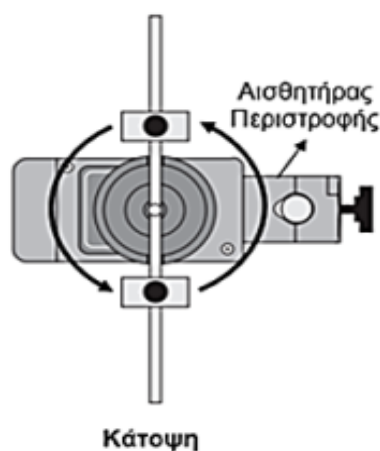
β. Θέτουμε το σύστημα ράβδος - βαράκια σε αριστερόστροφη περιστροφή και το αφήνουμε ελεύθερο να περιστρέφεται, όπως φαίνεται στο σχήμα Α. Στον άξονα περιστροφής ασκείται τριβή, η οποία είναι συνεχώς σταθερή. Στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή, παίρνουμε τη γραφική παράσταση, $\omega = f(t)$, της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος ράβδος - βαράκια σε σχέση με τον χρόνο που φαίνεται στο σχήμα Α.



Σχήμα Α

Μεταφέρουμε και στερεώνουμε τα βαράκια πιο κοντά στον άξονα περιστροφής, όπως φαίνεται στο σχήμα Β, και επαναλαμβάνουμε το ίδιο πείραμα θέτοντας το σύστημα ράβδος - βαράκια σε αριστερόστροφη περιστροφή με την ίδια αρχική γωνιακή ταχύτητα. Να θεωρήσετε ότι η τριβή στον άξονα περιστροφής είναι η ίδια με την τριβή στην

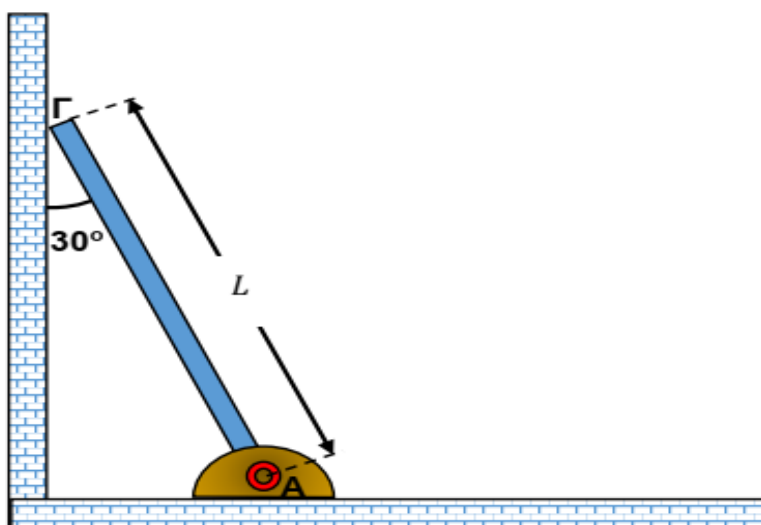
προηγούμενη περίπτωση. Να εξηγήσετε γιατί η γραφική παράσταση παίρνει τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα Β.



Σχήμα Β

Λ019

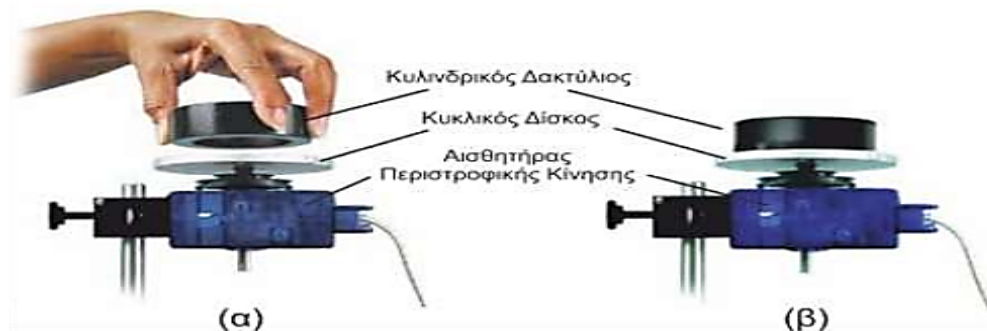
26. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται μια ομογενής ράβδος ΑΓ, μάζας $m = 2 \text{ kg}$ και μήκους L . Το άκρο Α της ράβδου είναι στερεωμένο στο πάτωμα με άρθρωση και το άκρο Γ ακουμπά σε λείο κατακόρυφο τοίχο. Η ράβδος ισορροπεί σχηματίζοντας γωνία 30° με τον κατακόρυφο τοίχο.



- α. Να μεταφέρετε το πιο πάνω σχήμα στο τετράδιο απαντήσεών σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.
- β. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από τον κατακόρυφο τοίχο.
- γ. Να υπολογίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης στη ράβδο από την άρθρωση στο σημείο Α.

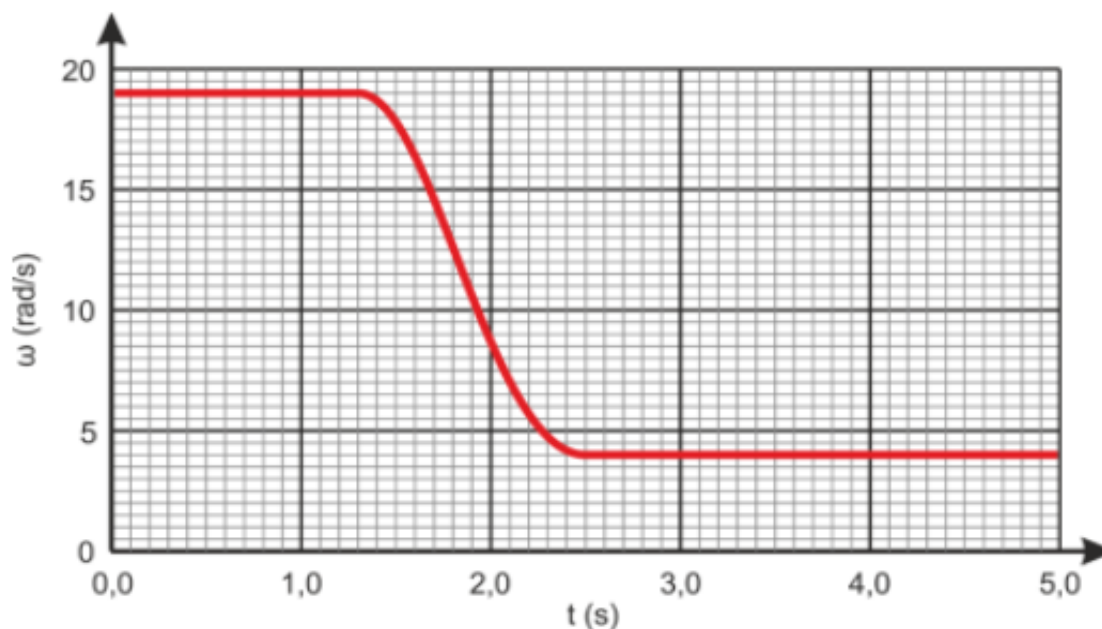
2019

27. Σε πείραμα επιβεβαίωσης της αρχής διατήρησης της στροφορμής χρησιμοποιήθηκαν διασύνδεση, ηλεκτρονικός υπολογιστής, αισθητήρας περιστροφικής κίνησης, κυκλικός δίσκος που μπορεί να περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα και κυλινδρικός δακτύλιος. Ο κυλινδρικός δακτύλιος αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος στον περιστρεφόμενο κυκλικό δίσκο (σχήματα (α) και (β)).



Ο κυκλικός δίσκος έχει ροπή αδράνειας $I_{\text{δίσκου}} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$ ως προς τον άξονα περιστροφής του. Κατά την πραγματοποίηση του πειράματος λήφθηκε η πιο κάτω γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με τον χρόνο, $\omega = f(t)$.

Ο κυλινδρικός δακτύλιος έχει ροπή αδράνειας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του, ίση με $I_{\text{δακτ.}} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ kgm}^2$.



- α. Να εξηγήσετε γιατί η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου ελαττώνεται όταν τοποθετούμε τον δακτύλιο.
- β. Να διερευνήσετε αν επιβεβαιώνεται η αρχή διατήρησης της στροφορμής με ακρίβεια πρώτου δεκαδικού ψηφίου.

2020

28. Μια αθλήτρια της γυμναστικής εκτελεί περιστροφές γύρω από οριζόντιο άξονα. Η αθλήτρια όταν βρίσκεται στην ανώτερη κατακόρυφη θέση της κίνησής της κρατιέται με τεντωμένα τα χέρια από τον οριζόντιο άξονα όπως φαίνεται στο σχήμα. Η γωνιακή της ταχύτητα στη θέση αυτή είναι $\omega_1 = 1,0 \text{ rad/s}$.



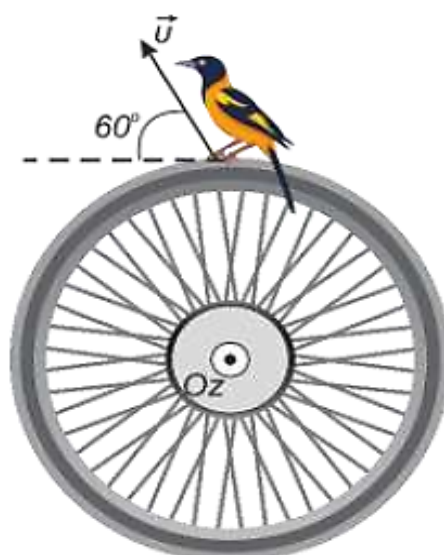
Η αθλήτρια, μέχρι να φτάσει στην κατώτερη κατακόρυφη θέση, διατηρεί το σώμα της και τα χέρια της στην ίδια στάση, με αποτέλεσμα να μπορεί να θεωρηθεί στερεό σώμα με ροπή αδράνειας $I = 50 \text{ kgm}^2$ ως προς τον άξονα περιστροφής. Η μάζα της αθλήτριας είναι $m = 40 \text{ kg}$ και το κέντρο μάζας της απέχει απόσταση ίση με $1,0 \text{ m}$ από τον άξονα περιστροφής. Να θεωρήσετε ότι οι τριβές και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέες.

α. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής της αθλήτριας, κατά μήκος του άξονα περιστροφής της, όταν βρίσκεται στην ανώτερη κατακόρυφη θέση.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της αθλήτριας όταν διέρχεται από την κατώτερη κατακόρυφη θέση της κίνησής της.

2020

29. Ένας τροχός ακτίνας $R = 36 \text{ cm}$ μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα Oz , που περνά από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Στο ανώτατο σημείο του τροχού κάθετα ένα πουλί, αμελητέων διαστάσεων, μάζας $m_{\pi} = 0,10 \text{ kg}$. Το σύστημα είναι ακίνητο.



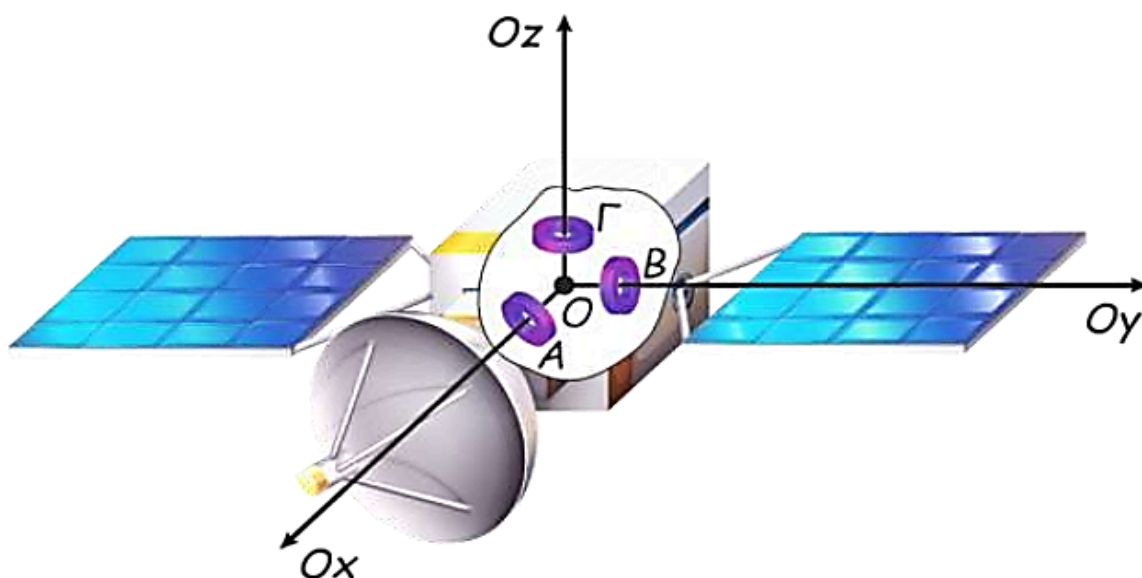
Κάποια στιγμή, το πουλί εγκαταλείπει τον τροχό με ταχύτητα που βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με τον τροχό, έχει μέτρο 10 m/s ως προς το έδαφος και σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Αμέσως μετά, ο τροχός περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $3,0 \text{ rad/s}$.

Να υπολογίσετε:

- α. τη ροπή αδράνειας του τροχού ως προς τον άξονα περιστροφής του.
- β. τη μέση ροπή (μέτρο και κατεύθυνση) που ασκήθηκε από τα πόδια του πουλιού στον τροχό, αν η χρονική διάρκεια της αναπήδησης του πουλιού είναι $0,10 \text{ s}$.

2020

30. Ένα διαστημικό όχημα βρίσκεται στο διάστημα. Στο εσωτερικό του οχήματος υπάρχει ένας ακλόνητα στερεωμένος μηχανισμός με τρεις τροχούς Α, Β και Γ, που ο καθένας μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Ο άξονας περιστροφής του κάθε τροχού ταυτίζεται με έναν άξονα του τρισσορθογώνιου συστήματος αναφοράς x, y, z , με αρχή το κέντρο μάζας Ο, του οχήματος, όπως φαίνεται στην εικόνα.



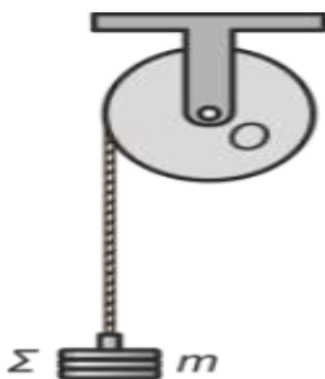
Για να αλλάξει ο προσανατολισμός του οχήματος, περιστρέφονται τηλεκατευθυνόμενα ένας ή περισσότεροι τροχοί.

α. Να εξηγήσετε γιατί όταν περιστρέφεται κάποιος από τους τροχούς Α, Β ή Γ, το όχημα περιστρέφεται με αντίθετη φορά, από αυτήν της περιστροφής του τροχού.

β. Να αναφέρετε ποιος τροχός πρέπει να περιστραφεί και με ποια φορά, έτσι ώστε το όχημα να περιστραφεί δεξιόστροφα γύρω από τον άξονα Οχ.

2020

31. Μια τροχαλία μάζας $M = 4 \text{ kg}$ και ακτίνας $R = 0,4 \text{ m}$ είναι συνδεδεμένη μέσω αβαρούς σχοινιού με ένα σώμα Σ μάζας $m = 2 \text{ kg}$. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα, που διέρχεται από το κέντρο της Ο και είναι κάθετος στο επίπεδό της. Το σχοινί δεν ολισθαίνει ως προς την τροχαλία.



Τη χρονική στιγμή $t = 0$, αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί. Το σώμα κινείται με επιτάχυνση $a = 4,91 \text{ m/s}^2$.

α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεων και να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και στην τροχαλία.

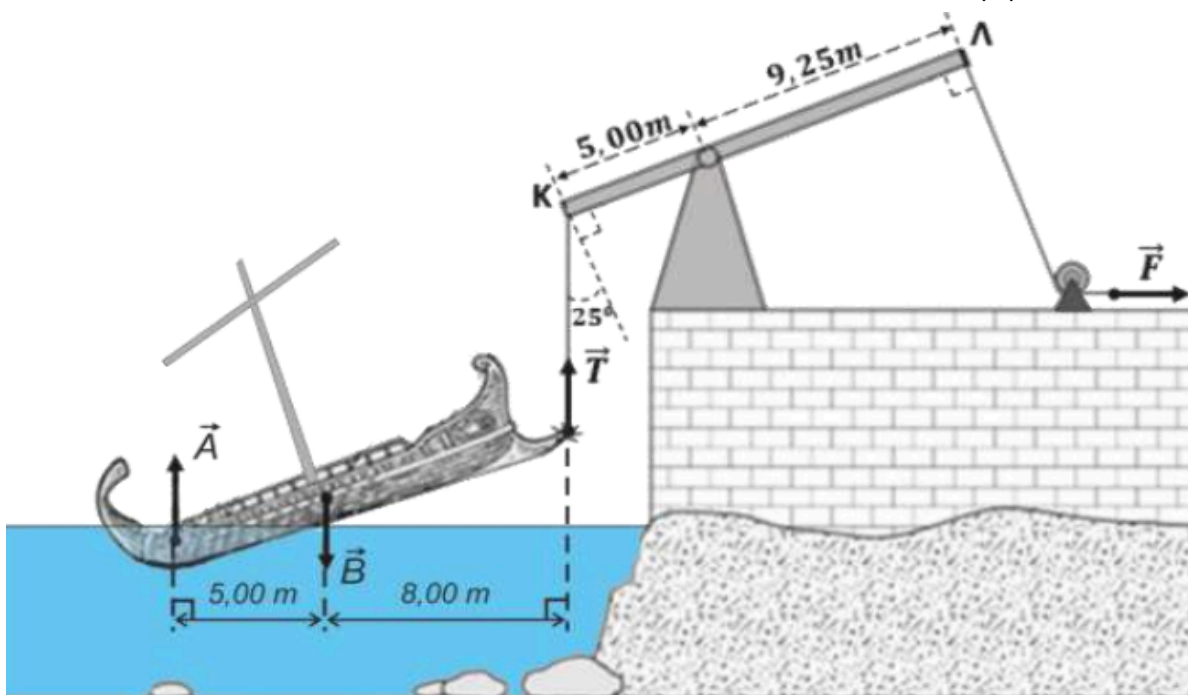
β. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας στην τροχαλία.

γ. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του συστήματος κατά μήκος του άξονα περιστροφής της τροχαλίας.

2020

32. Λέγεται ότι ο Αρχιμήδης χρησιμοποίησε τεράστιους μοχλούς για να βυθίσει τα ρωμαϊκά πλοία που πολιορκούσαν το 214 π.Χ. τις Συρακούσες. Ένα πιθανό σύστημα φαίνεται στο σχήμα όπου ένα σχοινί είναι αγκιστρωμένο στο μπροστινό μέρος ενός πλοίου και ο μοχλός ΚΛ τραβιέται, με τη βοήθεια ενός δεύτερου σχοινιού και μιας τροχαλίας, από πολλούς άντρες. Όταν οι άντρες άφησαν ελεύθερο το μοχλό, το πλοίο

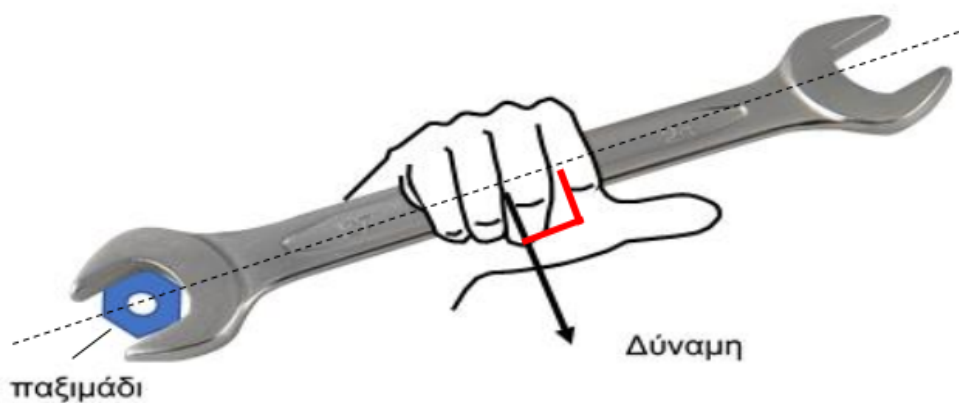
έπεφτε απότομα στη θάλασσα και βυθιζόταν. Το πλοίο ισορροπεί στη θέση που φαίνεται στο σχήμα όταν η δύναμη $\vec{F}$, που ασκούν οι άντρες στο μοχλό, έχει μέτρο $|\vec{F}| = 7,50 \times 10^4 \text{ N}$.



- α. Να διατυπώσετε τις συνθήκες ισορροπίας στερεού σώματος.
- β. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης $\vec{T}$, του σχοινιού από το οποίο είναι αγκιστρωμένο το πλοίο. Η μάζα του μοχλού ΚΛ να θεωρηθεί αμελητέα.
- γ. Να υπολογίσετε τη μάζα του πλοίου.
- δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{A}$, που ασκείται στο πλοίο από το νερό.

2020

33. α. Σε ένα γαλλικό κλειδί ασκείται δύναμη, κάθετα στο κλειδί, για να βιδωθεί το παξιμάδι (βίδα), όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα.



Να εισηγηθείτε δύο τρόπους με τους οποίους θα μπορούσε να αυξηθεί το μέτρο της ροπής της δύναμης, ως προς το κέντρο της βίδας.

β. Ένας τροχός αυτοκινήτου συγκρατείται στη θέση του από τέσσερις βίδες. Η κάθε βίδα τοποθετήθηκε από ένα μηχάνημα το οποίο την έσφιξε με ροπή μέτρου $3,00 \times 10^2 \text{ Nm}$.

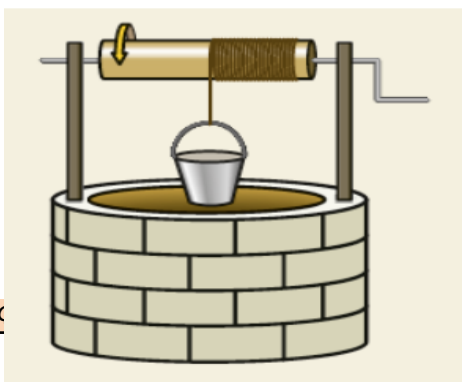
Η πιο κάτω φωτογραφία δείχνει τον οριζόντιο μοχλό μήκους 30,0 cm που χρησιμοποιήθηκε για να ξεβιδωθούν οι βίδες από τον τροχό.



Θεωρώντας ότι χρειάζεται, επίσης, ροπή μέτρου $3,00 \times 10^2 \text{ Nm}$ για να ξεβιδωθεί η κάθε βίδα, να δείξετε (με υπολογισμό) κατά πόσο το βάρος ενός ατόμου μάζας 90,0 kg το οποίο στέκεται ακίνητο στο άκρο του μοχλού χωρίς να αναπηδά, είναι αρκετό ή όχι για να ξεβιδώσει τη βίδα.

2021

34. Ένας κουβάς μάζας m είναι αναστατημένος πάνω από πηγάδι μέσω ενός σχοινιού αμελητέας μάζας, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα (όχι υπό κλίμακα). Το σχοινί είναι τυλιγμένο γύρω από κύλινδρο μάζας M και ακτίνας R . Το σχοινί δεν ολισθαίνει ως προς τον κύλινδρο. Η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από τον οριζόντιο άξονα περιστροφής του είναι $I = \frac{1}{2}MR^2$.



α. Να διατυπώσετε τον γενικευμένο δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την περιστροφική κίνηση στερεού σώματος.

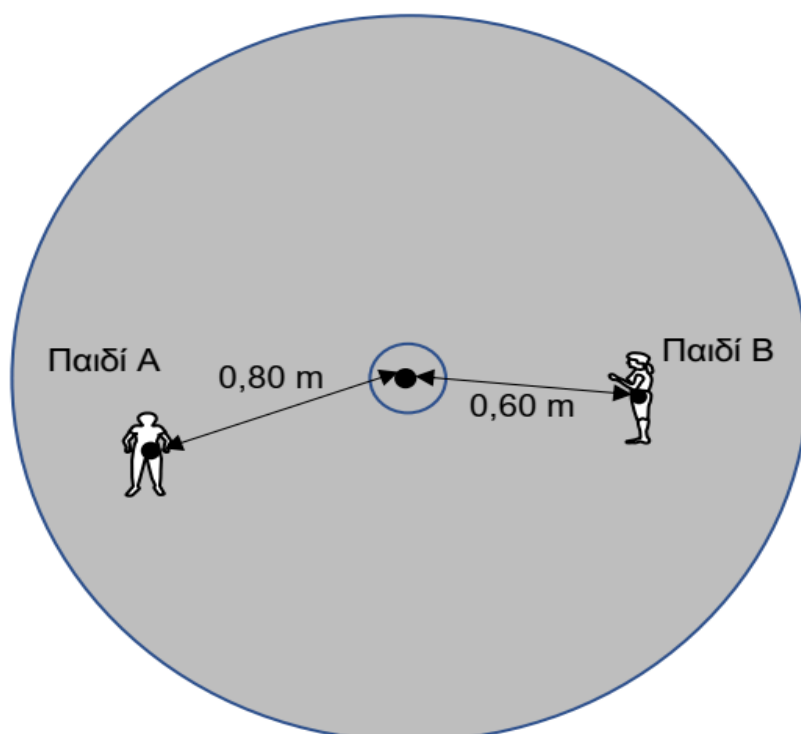
β. Ο κουβάς αφήνεται από την ηρεμία. Οι δυνάμεις αντίστασης είναι αμελητέες. Το μέτρο της επιτάχυνσης του κουβά δίνεται από τη σχέση:

$$a = \frac{mg}{m + \frac{M}{2}}$$

Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, αν η μάζα του κουβά είναι $m = 2,4 \text{ kg}$, η μάζα του κυλίνδρου είναι $M = 36 \text{ kg}$ και η ακτίνα του κυλίνδρου είναι $R = 0,20 \text{ m}$.

2021

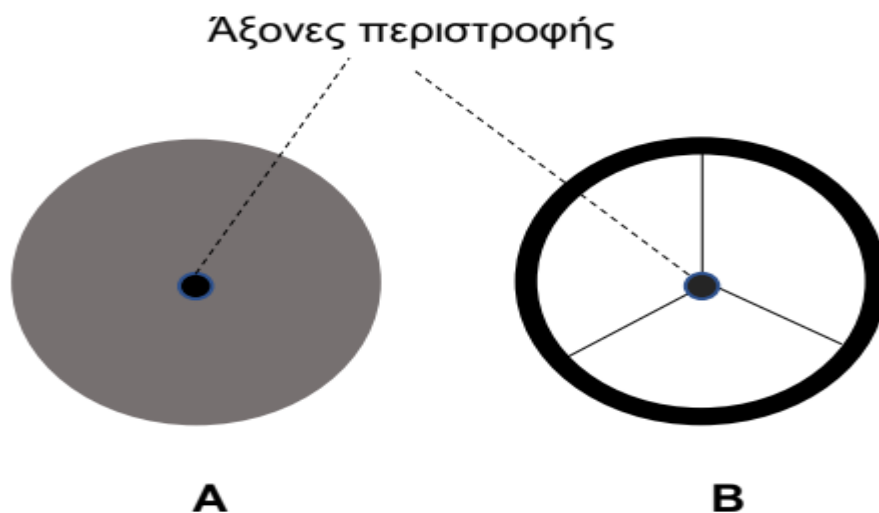
35. Περιστρεφόμενη παιδική πλατφόρμα έχει ροπή αδράνειας ως προς τον κατακόρυφο άξονα περιστροφής της 94 kgm^2 . Δύο παιδιά Α και Β στέκονται στην πλατφόρμα η οποία περιστρέφεται ελεύθερα, χωρίς τριβές, με 36 στροφές το λεπτό. Τα παιδιά μπορούν να θεωρηθούν σημειακές μάζες με τιμές $m_A = 40 \text{ kg}$ και $m_B = 30 \text{ kg}$ αντίστοιχα. Οι αποστάσεις του κάθε παιδιού από τον άξονα περιστροφής είναι $R_A = 0,80 \text{ m}$ και $R_B = 0,60 \text{ m}$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. (Το σχήμα δεν είναι υπό κλίμακα).



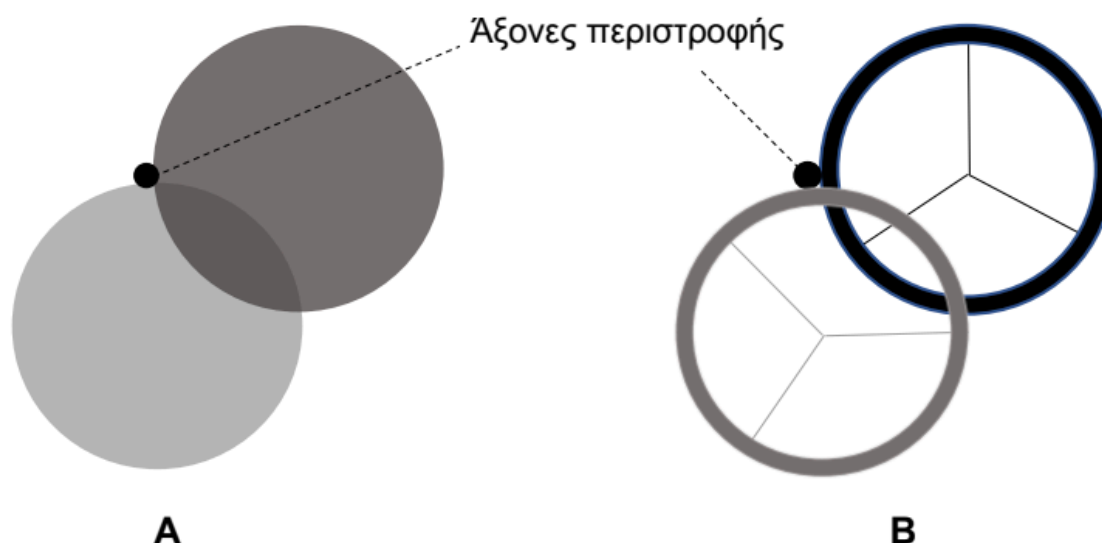
- α. Να υπολογίσετε τη συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος πλατφόρμας και παιδιών γύρω από τον άξονα περιστροφής.
- β. Τα παιδιά μετακινούνται προς το κέντρο της πλατφόρμας έτσι ώστε να απέχουν και τα δύο απόσταση $0,30\text{m}$ από τον άξονα περιστροφής. Αυτό έχει ως συνέπεια να αλλάξει η συνολική ροπή αδράνειας του συστήματος σε 100 kgm^2 .
- i. Το άθροισμα των ροπών των εξωτερικών δυνάμεων κατά μήκος του άξονα είναι μηδέν. Να εξηγήσετε γιατί αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα της πλατφόρμας καθώς τα παιδιά μετακινούνται προς τον άξονα περιστροφής.
- ii. Να υπολογίσετε τη νέα γωνιακή ταχύτητα της πλατφόρμας.

2021

36. α. Τα στερεά σώματα του πιο κάτω σχήματος έχουν την ίδια μάζα και περιστρέφονται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο τους, κάθετο στο επίπεδο τους, με την ίδια σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$. Τα σώματα Α και Β έχουν την ίδια ακτίνα R , αλλά στο Β η μάζα είναι κατανομημένη στην περιφέρειά του ενώ στο Α είναι ομοιόμορφα κατανομημένη σ' όλη την έκτασή του.



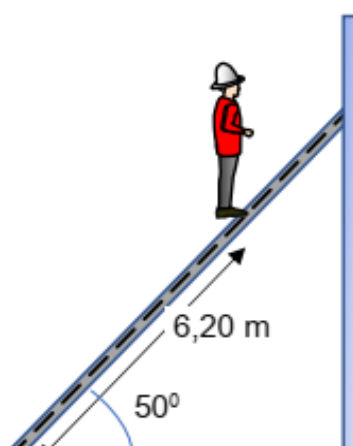
- i. Να εξηγήσετε ποιο σώμα έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα περιστροφής τους.
- ii. Να εξηγήσετε ποιο σώμα έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια.
- Β. Θεωρούμε τώρα ότι τα σώματα Α και Β κρατούνται αρχικά ακίνητα. Όταν αφεθούν περιστρέφονται γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που βρίσκεται στο ένα άκρο της οριζόντιας διαμέτρου τους, κάθετο στο επίπεδο τους, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Τα δύο σώματα αφήνονται ελεύθερα.



Να συγκρίνετε τις κινητικές ενέργειες των δύο σωμάτων όταν φτάνουν στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς τους. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

2021

37. Στο επόμενο σχήμα απεικονίζεται μία σκάλα μήκους 8,00 m και βάρους 345 N, η οποία εφάπτεται με ένα τραχύ πάτωμα και έναν λείο κατακόρυφο τοίχο. Η σκάλα σχηματίζει με το οριζόντιο πάτωμα γωνία 50° . Ένας πυροσβέστης το βάρος του οποίου είναι 865 N, στέκεται πάνω στη σκάλα σε απόσταση 6,20 m από τη βάση της. Θεωρούμε ότι το βάρος της σκάλας εξασκείται στο κέντρο της.



- α. Να διατυπώσετε τις συνθήκες ισορροπίας στερεού σώματος
- β. Να αντιγράψετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σκάλα.
- γ. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούν ο τοίχος και το πάτωμα στη σκάλα.
- δ. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει με το οριζόντιο πάτωμα η δύναμη που ασκεί το πάτωμα στη σκάλα.
- ε. Να εξηγήσετε, χωρίς να κάνετε υπολογισμούς, ότι η σκάλα δεν θα μπορούσε να ισορροπήσει αν ήταν λείο και το πάτωμα.

2021

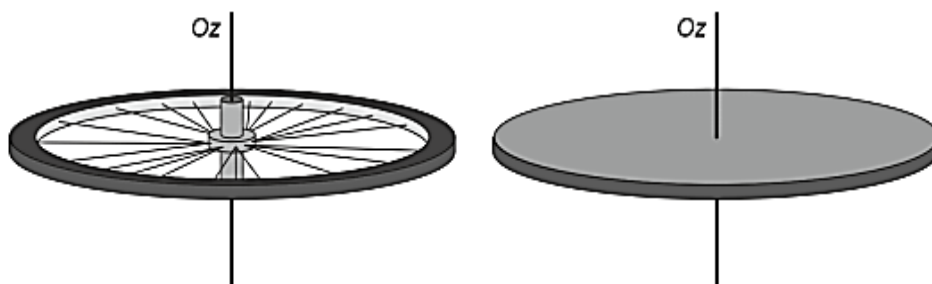
38. Ένα απομονωμένο ομογενές αστέρι, σφαιρικού σχήματος μάζας m και ακτίνας R_0 , περιστρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του με αρχική γωνιακή ταχύτητα ω_0 . Το αστέρι συρρικνώνεται διατηρώντας το σφαιρικό του σχήμα και την αρχική του μάζα. Σε κάποιο στάδιο της συρρίκνωσής του η ακτίνα του υποδιπλασιάζεται, $R_1 = \frac{R_0}{2}$ και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του αυξάνεται σε ω_1 . Η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς σφαίρας ακτίνας R ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της δίνεται από τη σχέση $I = \frac{2}{5} mR^2$.

- α. Να εξηγήσετε με βάση τον δεύτερο γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα τη μεταβολή στη γωνιακή ταχύτητα του αστεριού.
- β. Να δείξετε ότι ο λόγος των γωνιακών ταχυτήτων περιστροφής του αστεριού πριν και μετά τη συρρίκνωσή του ισούται με $\frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{1}{4}$.

2022

39. α. Να σημειώσετε στο τετράδιο απαντήσεων τη λέξη «ΟΡΘΗ» για κάθε πρόταση η οποία είναι σωστή και τη λέξη «ΛΑΘΟΣ» για κάθε πρόταση η οποία είναι λανθασμένη.

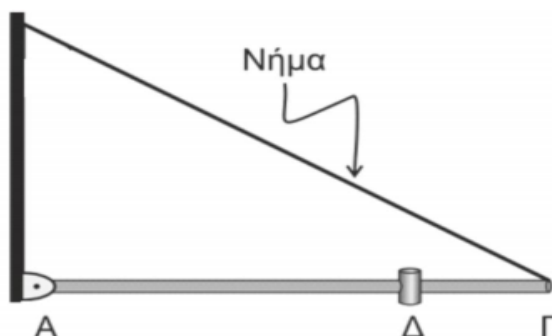
- i. Δύο σώματα τα οποία περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή ταχύτητα έχουν πάντα την ίδια περιστροφική κινητική ενέργεια.
- ii. Η ροπή αδράνειας ενός σώματος εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής.
- β. Ένας τροχός ποδηλάτου με ακτίνες αμελητέας μάζας και ένας λεπτός ομογενής δίσκος, έχουν ίσες μάζες και ίσες ακτίνες. Τα δύο στερεά περιστρέφονται σε οριζόντιο επίπεδο με την ίδια γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα Oz, ο οποίος περνά από το κέντρο τους και είναι κάθετος στο επίπεδό τους.



Να εξηγήσετε ποιου σώματος είναι δυσκολότερο να μεταβάλουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

2022

40. Ένα σώμα μικρών διαστάσεων μάζας $m = 3 \text{ kg}$ είναι στερεωμένο πάνω σε ομογενή ράβδο ΑΓ μήκους $L = 3 \text{ m}$ και μάζας $M = 6 \text{ kg}$. Το σώμα βρίσκεται στη θέση Δ, η οποία απέχει απόσταση $\Delta\Gamma = \frac{L}{3}$ από το άκρο Γ της ράβδου. Η ράβδος στηρίζεται με το άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο μέσω άρθρωσης. Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια αβαρούς νήματος, το οποίο συνδέει το άκρο Γ με τον κατακόρυφο τοίχο, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Το σύστημα ράβδος - σώμα μπορεί να περιστρέφεται ως προς άξονα ο οποίος διέρχεται από το σημείο Α και είναι κάθετος στη ράβδο και στο επίπεδο της σελίδας.



Η ροπή αδράνειας ομογενούς ράβδου μάζας M και μήκους L , ως προς άξονα περιστροφής που διέρχεται από το άκρο της και είναι κάθετος στη ράβδο δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{3}ML^2$

α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος-σώμα, ως προς τον άξονα περιστροφής.

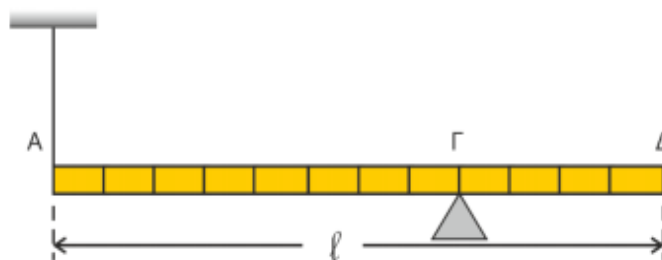
β. Κάποια χρονική στιγμή κόβουμε το νήμα και το σύστημα αρχίζει να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από τον άξονα περιστροφής.

Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της γωνιακής ταχύτητας του σώματος μάζας m τη στιγμή που το σύστημα ράβδος - σώμα διέρχεται για πρώτη φορά από την κατακόρυφη θέση.

2022

41. Στο σχήμα (α) φαίνεται μια ομογενής, λεπτή και ισοπαχής ράβδος μήκους $\ell = 1,2 \text{ m}$, μάζας M και βάρους 30 N . Το άκρο Α της ράβδου είναι δεμένο σε αβαρές κατακόρυφο νήμα, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Η ράβδος βρίσκεται σε επαφή με στήριγμα στο σημείο Γ, το οποίο απέχει από το άκρο Α απόσταση $AG = \frac{2\ell}{3}$.

Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κατακόρυφο άξονα, ο οποίος περνά από το σημείο Γ και είναι κάθετος στη ράβδο δίνεται από τη σχέση $I = \frac{1}{9}M\ell^2$.

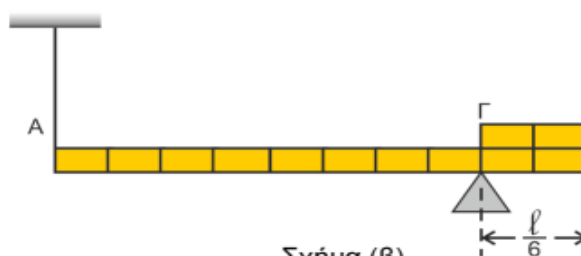


Σχήμα (α)

α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεων και να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

γ. Να προσδιορίσετε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης που δέχεται το στήριγμα από τη ράβδο.



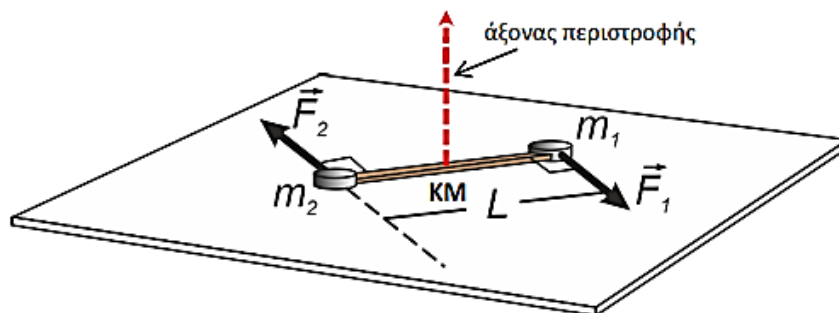
Σχήμα (β)

δ. Κόβουμε από τη ράβδο τμήμα μήκους $\frac{l}{6}$ και το τοποθετούμε πάνω στη ράβδο, όπως φαίνεται στο σχήμα (β). Να αναφέρετε αν θα αλλάξει η δύναμη που δέχεται το στήριγμα από τη ράβδο, που υπολογίσατε στο ερώτημα (β).

2022

42. Δύο σώματα αμελητέων διαστάσεων με μάζες $m_1 = m_2 = m$ είναι στερεωμένα στα άκρα λεπτής ράβδου μήκους L και αμελητέας μάζας. Το σύστημα σωμάτων - ράβδου αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ ασκούνται στα σώματα οι οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ για χρονικό διάστημα Δt , οι οποίες έχουν ίσα και σταθερά μέτρα, $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}|$, είναι παράλληλες και διαρκώς κάθετες στην ευθεία που ορίζει η ράβδος, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος Δt , το σύστημα σωμάτων - ράβδου περιστρέφεται ως προς κατακόρυφο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο μάζας του (ΚΜ), με γωνιακή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_\gamma$.



Οι απαντήσεις στα πιο κάτω ερωτήματα να δοθούν συναρτήσει των μεγεθών m , L και $|\vec{F}|$.

α. Να υπολογίσετε τη συνολική ροπή των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ως προς το κέντρο μάζας του συστήματος (μέτρο και κατεύθυνση).

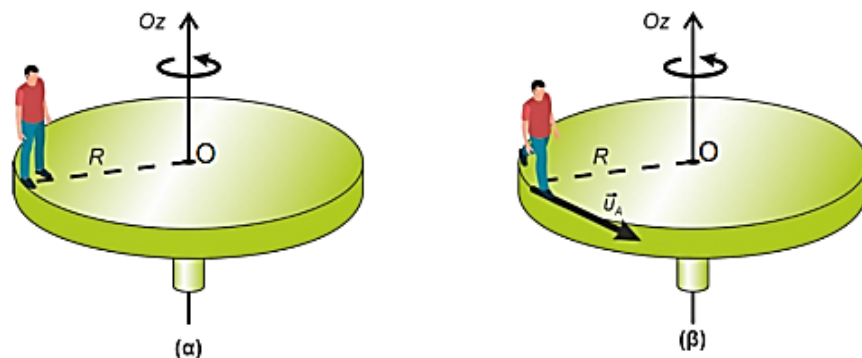
β. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}_\gamma$ του συστήματος σωμάτων - ράβδου.

2023

43. Ένας άνθρωπος μάζας $m = 80 \text{ kg}$ βρίσκεται πάνω στην περιφέρεια ενός οριζόντιου ομογενούς δίσκου μάζας $M = 300 \text{ kg}$ και ακτίνας $R = 1,5 \text{ m}$. Το σύστημα δίσκου - ανθρώπου περιστρέφεται αριστερόστροφα, χωρίς τριβές, γύρω από τον κατακόρυφο

άξονα συμμετρίας του δίσκου Oz , που διέρχεται από το κέντρο του O , με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου $|\vec{\omega}| = 2 \text{ rad/s}$, όπως φαίνεται στο σχήμα (α).

Να θεωρήσετε τον άνθρωπο ως υλικό σημείο. Η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από τη σχέση $I_{\delta} = \frac{1}{2} M_{\delta} R^2$.



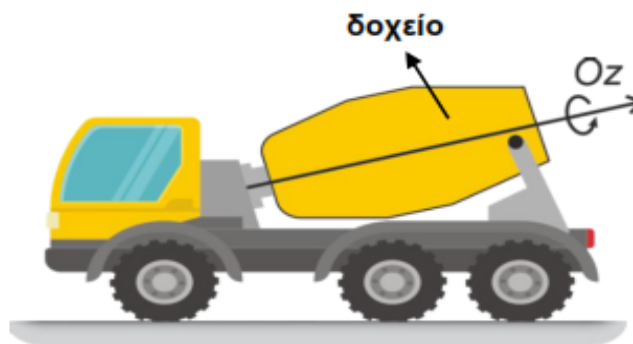
α. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της στροφορμής του συστήματος δίσκου ανθρώπου κατά μήκος του άξονα Oz .

β. Να αναφέρετε αν θα μεταβληθεί, η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δίσκου, αν κάποια χρονική στιγμή ο άνθρωπος εγκαταλείψει τον δίσκο με εφαπτομενική ταχύτητα μέτρου $|\vec{v}_A| = |\vec{\omega}|R$ ως προς το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα (β).

γ. Να δικαιολογήσετε την απάντηση που δώσατε στο ερώτημα (β).

2023

44. Ένα φορτηγό μπετονιέρα έχει ένα μεγάλο άδειο δοχείο στο πίσω μέρος του για να αναδεύει το σκυρόδεμα (μπετόν), όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Το δοχείο περιστρέφεται δεξιόστροφα, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, γύρω από τον άξονα συμμετρίας του (άξονας Oz), εκτελώντας μία πλήρη περιστροφή κάθε 5,7 s. Η ροπή αδράνειας του δοχείου ως προς τον άξονα Oz είναι 19000 kgm^2 .

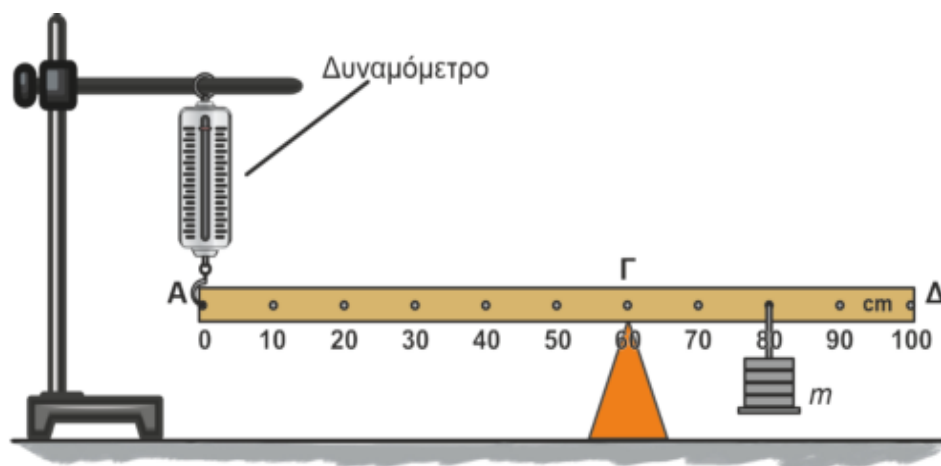


α. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της στροφορμής του δοχείου κατά μήκος του άξονα Oz .

Β. Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της μέσης, συνολικής ροπής κατά μήκος του άξονα Oz, που θα δεχθεί το δοχείο αν διπλασιαστεί η γωνιακή του ταχύτητα σε χρονικό διάστημα 4,0 s.

2023

45. Στο εργαστήριο, ισορροπήσαμε τον πιο κάτω ομογενή χάρακα χρησιμοποιώντας δυναμόμετρο, στερεωμένο στο άκρο Α του χάρακα ($x_A = 0,0$ cm) και τριγωνικό στήριγμα τοποθετημένο στη θέση Γ ($x_G = 60,0$ cm), όπως φαίνεται στο σχήμα. Αναρτήσαμε, σταθμά συνολικής μάζας 50,0 g, στη θέση $x = 80,0$ cm του χάρακα, φροντίζοντας ο χάρακας να ισορροπεί σε οριζόντια θέση. Ζυγίσαμε τον χάρακα και βρήκαμε ότι η μάζα του είναι $m_{\text{χαρ}} = 0,540$ kg.



- α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιο απαντήσεων και να σχεδιάσετε όλες τις εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα χάρακα - σταθμών.
- β. Να γράψετε τι συμπεραίνετε για το άθροισμα των εξωτερικών ροπών που δρουν στο σύστημα χάρακα - σταθμών όταν αυτό ισορροπεί.
- γ. Να υπολογίσετε την ένδειξη του δυναμόμετρου.
- δ. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το στήριγμα στον χάρακα.
- ε. Να αναφέρετε αν θα άλλαζε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το δυναμόμετρο στον χάρακα, στην περίπτωση που ο χάρακας ισορροπούσε σε πλάγια θέση σχηματίζοντας γωνία $\theta = 60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Να θεωρήσετε ότι το δυναμόμετρο παραμένει σε κατακόρυφη θέση.

2023