

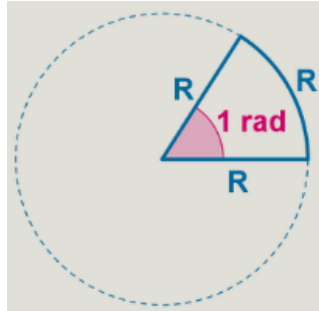
Medida de ángulos

Para medir ángulos se usan principalmente dos sistemas de medida:

- El sistema sexagesimal que usa como unidad de medida el grado. Un grado es $1/90$ del ángulo recto.

Los submúltiplos del grado son el minuto ($1'$) y el segundo ($1''$): $1^\circ = 60'$ y $1' = 60''$

- El sistema circular que usa como unidad de medida el radián. Un radián es el ángulo que abarca un arco igual al radio.



Hay otro sistema de medida de ángulos que es el sistema centesimal, que se usa en algunos ámbitos, que usa como unidad de medida el grado centesimal. Un grado es $1/100$ del ángulo recto.

Un estereorradián (sr) es el ángulo sólido subtendido en el centro de una esfera por un área sobre su superficie que es igual al cuadrado de su radio.

Actividades

Un arco de circunferencia mide 2,5 veces el radio de la misma. Calcula el valor del ángulo central en grados y radianes

Ángulos en la calculadora científica

En la calculadora científica CASIO primero debemos elegir el sistema con el que vamos a trabajar

tecleando varias veces la tecla **MODE** hasta que nos aparezca

Deg	Rad	Gra
1	2	3

Después pulsamos 1 (DEG) si vamos a trabajar con grados sexagesimales, 2 (RAD) si es con radianes y 3 (GRA) si es con grados centesimales.

Para introducir un ángulo del sistema sexagesimal o centesimal debemos usar la tecla **0, , ,**.

Si el ángulo x está en forma incompleja el proceso es x **0, , ,** **=**

Por ejemplo, para introducir el ángulo $35,27^\circ$, el proceso es 35.27 **0, , ,** **=**
Aparecerá en la pantalla $35^\circ 16' 12''$ que significa que $35,27^\circ$ son $35^\circ 16' 12''$

Si el ángulo está en forma compleja, $x^\circ y' z''$, el proceso es x **0, , ,** **y** **0, , ,** **z** **0, , ,** **=**

Por ejemplo, para introducir el ángulo $28^\circ 50' 12,5''$, el proceso es 28 **0, , ,** 50 **0, , ,** 12.5 **0, , ,** **=**
Aparecerá en la pantalla $28^\circ 50' 12.5''$ que significa $28^\circ 50' 12,5''$

En ambos casos, si volvemos al pulsar **0, , ,** nos va cambiando de una forma a otra.

Paso de grados a radianes y viceversa

Para pasar de grados a radianes o viceversa, puedes usar que $360^\circ \leftrightarrow 2\pi \text{ rad} \leftrightarrow 2\pi \text{ rad} \Rightarrow \boxed{180^\circ \leftrightarrow \pi \text{ rad}}$

Ejemplos:

$$180^\circ \leftrightarrow \pi \text{ rad} \Rightarrow x = \frac{150\pi}{180} \text{ rad} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$$

1) Pasar 150° a rad:

2) Pasar $84^\circ 25' 45''$ a rad: Lo expresamos en forma incompleja y obtenemos aproximadamente $84,43^\circ$

$$180^\circ \leftrightarrow \pi \text{ rad} \Rightarrow x = \frac{84,43\pi}{180} \text{ rad} \cong 1,47 \text{ rad}$$

$$3) \text{ Pasar } \frac{11\pi}{6} \text{ rad a grados sexagesimales: } \frac{11 \cdot 180^\circ}{6} = 330^\circ$$

$$4) \text{ Pasar } 3,72 \text{ rad a grados sexagesimales: } x \leftrightarrow 3,72 \text{ rad} \Rightarrow x = \frac{3,72 \cdot 180}{\pi} \cong 213,14^\circ = 213^\circ 8' 25,08''$$

Más actividades

Expresa en radianes los ángulos:

a) 160° (en función de π) Sol.: $\frac{8\pi}{9} \text{ rad}$

c) 240° (en función de π) Sol.: $\frac{4\pi}{3} \text{ rad}$

d) $70^\circ 50''$ Sol.: $1,24 \text{ rad}$

e) $120^\circ 20' 15''$ Sol.: $2,1 \text{ rad}$

a) 330° (en función de π)

b) $150^\circ 36''$

a) $90^\circ = \pi / \underline{\hspace{1cm}} \text{ rad}$

b) $60^\circ = \pi / \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=3\} \text{ rad}$

c) $135^\circ = \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=3\}\pi / \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=4\} \text{ rad}$

d) $210^\circ = \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=7\}\pi / \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=6\} \text{ rad}$

e) $315^\circ = \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=7\}\pi / \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=4\} \text{ rad}$ Sol.: $\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$

Expresa en grados sexagesimales los ángulos:

a) $5\pi/6 \text{ rad}$ Sol.: 150°

b) $3\pi/4 \text{ rad}$ Sol.: 135°

c) $5,3 \text{ rad}$ Sol.: $303^\circ 40' 3''$

d) 2 rad Sol.: $114^\circ 35' 30''$

a) $4\pi/5 \text{ rad}$

b) $2,25 \text{ rad}$

a) $40,5^\circ$. Redondeando el resultado a las décimas se obtiene $\underline{\hspace{1cm}} \text{ rad}$

b) $145^\circ 15'$. Redondeando el resultado a las décimas se obtiene $\{:\text{SHORTANSWER:}\sim=2,5\} \text{ rad}$

a) $7\pi/6 \text{ rad} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$

b) $5\pi/12 \text{ rad} = \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=75\}^\circ$

c) $4\pi \text{ rad} = \{:\text{SHORTANSWER:}\sim=720\}^\circ$

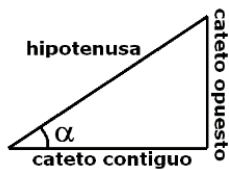
a) 2 rad . Redondeando el resultado a las décimas se obtiene ____º

b) 3,8 rad . Redondeando el resultado a las décimas se obtiene {SHORTANSWER:~=217,7}º

Concepto de razón trigonométrica

Si consideramos un ángulo agudo cualquiera, α . Se definen las razones trigonométricas (r.t.) de α así:

$$\text{seno de } \alpha : \boxed{\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}}$$



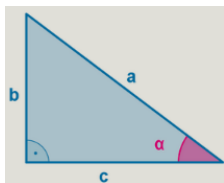
$$\text{r.t. directas: coseno de } \alpha : \boxed{\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}}}$$

$$\text{tangente de } \alpha : \boxed{\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}}}$$

$$\text{cosecante de } \alpha : \boxed{\text{cosec } \alpha = \frac{1}{\text{sen } \alpha}}$$

$$\text{r.t. inversas: secante de } \alpha : \boxed{\text{sec } \alpha = \frac{1}{\text{cos } \alpha}}$$

$$\text{cotangente de } \alpha : \boxed{\text{cotg } \alpha = \frac{1}{\text{tg } \alpha}}$$

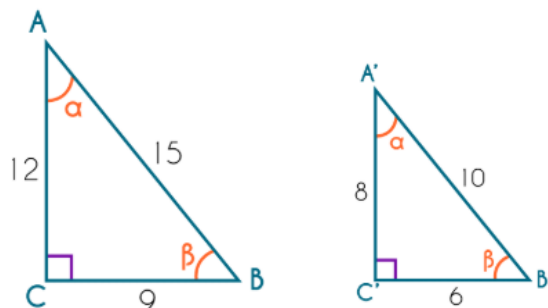


Observa

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{b/a}{c/a} = \frac{b}{c} = \text{tg } \alpha \Rightarrow \boxed{\frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \text{tg } \alpha}$$

$$\text{cotg } \alpha = \frac{1}{\text{tg } \alpha} = \frac{\text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha} \Rightarrow \boxed{\text{cotg } \alpha = \frac{\text{cos } \alpha}{\text{sen } \alpha}}$$

Veamos que las r.t. solo dependen del valor del ángulo y no de las medidas de los lados del triángulo rectángulo:



Observa que estos dos triángulos son semejantes pues tienen los ángulos iguales y los lados proporcionales.

Veamos que las r.t. son las mismas independientemente del triángulo que usemos

$$\text{sen } \alpha = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \quad \text{y en el segundo} \quad \text{sen } \alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

En el primer triángulo

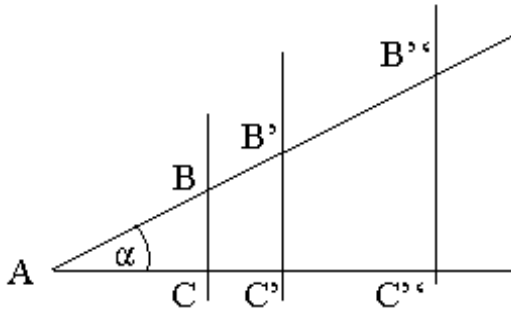
Lo mismo ocurre con las demás r.t., que son iguales.

Esto mismo ocurre para cualquier ángulo.

Usando la semejanza de triángulos se puede demostrar que las r.t. solo dependen del valor del ángulo y no de las medidas de los lados del triángulo rectángulo:

Consideremos un ángulo agudo cualquiera y tracemos una perpendicular por su semirrecta base obteniendo el triángulo ABC, llamaremos tangente de A a la razón BC/AC .

El Teorema de Thales garantiza que el lugar por el que trazamos la perpendicular es indiferente para el cálculo del seno, coseno y la tangente:



$$\frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'} = \frac{B''C''}{AB''} = \sin \alpha \quad \frac{AC}{AB} = \frac{AC'}{AB'} = \frac{AC''}{AB''} = \cos \alpha \quad \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'} = \frac{B''C''}{AC''} = \tan \alpha$$

El estudio del cielo permite crear la trigonometría (medida de ángulos)

El estudio de la trigonometría se finalizó en el siglo XVII

La precursora de la trigonometría fue la geometría esférica de los griegos Menelao (estudio de las cuerdas) y Ptolomeo (círculos y esferas)

Tabla con las r.t. usada antiguamente

PROFESOR: RAFAEL NÚÑEZ NOGALES

- **Página 5** -

Razones trigonométricas con la calculadora científica

Las r.t. de un ángulo también se pueden hallar con la calculadora científica CASIO usando las teclas

$\boxed{\sin}$ $\boxed{\cos}$ y $\boxed{\tan}$, según el caso. Por ejemplo, para calcular $\sin 30^\circ$ tecleamos $\boxed{\sin}$ 30 $\boxed{=}$. Nos da 0.5.

De igual forma se calcula el coseno y la tangente usando las teclas $\cos$ y $\tan$, respectivamente.

También se puede hallar el ángulo α conocido el valor de una r.t. directa.

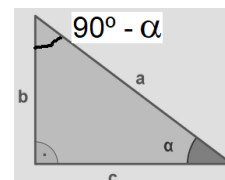
Por ejemplo, si queremos hallar el ángulo agudo α que cumple $\cos \alpha = 0,5$ (este ángulo se llama el arcocoseno de 0,5 y se representa por $\arccos 0,5$ ó por $\cos^{-1}0,5$) tecleamos $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\cos}$ 0.5 $\boxed{=}$. Nos da 60.

Luego, $\alpha = \cos^{-1} 0,5 = 60^\circ$, que significa que $\cos 60^\circ = 0,5$

De igual forma se hace usando las teclas $\boxed{\sin}$ y $\boxed{\tan}$ si nos dieran $\sin \alpha$ ó $\tan \alpha$

Razones trigonométricas de ángulos complementarios

Recuerda que dos ángulos son complementarios si suman 90° . En general, los ángulos α y $90^\circ - \alpha$ son complementarios.



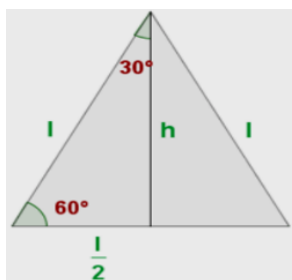
Observa que los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \frac{c}{a} = \cos \alpha \Rightarrow \boxed{\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha}$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{b}{a} = \sin \alpha \Rightarrow \boxed{\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha}$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \frac{c}{b} = \cot g \alpha \Rightarrow \boxed{\tan(90^\circ - \alpha) = \cot g \alpha}$$

Razones trigonométricas de 60° , 30° y 45°



Tomemos un triángulo equilátero

Por el teorema de Pitágoras:

$$h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2 \rightarrow h^2 + \frac{l^2}{4} = l^2 \rightarrow h^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{3l^2}{4} \rightarrow h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

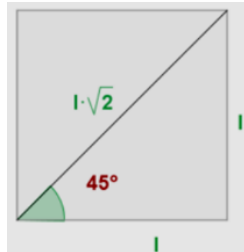
$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \operatorname{sen} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \cot g 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Luego:



Tomemos ahora un cuadrado

Por el teorema de Pitágoras: $D^2 = l^2 + l^2 = 2l^2 \rightarrow D = \sqrt{2l^2} = l \sqrt{2}$

$$\operatorname{sen} 45^\circ = \frac{1}{1 \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{1}{1 \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

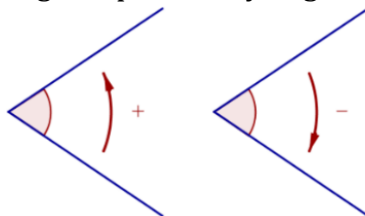
$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

Luego:

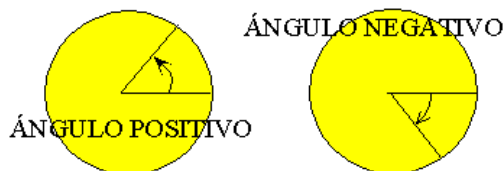
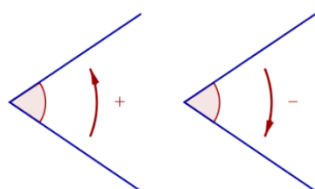
Para recordar mejor las r.t. de 30° , 45° y 60° construimos este cuadro donde los denominadores son siempre 2 y los numeradores de la 1ª fila van aumentando $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$ y en la 2ª fila igual, pero en sentido inverso

	$30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$	$60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
sen	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

Ángulos positivos y negativos



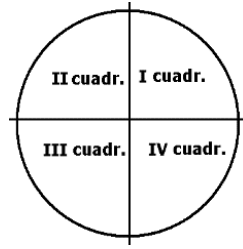
Se consideran positivos los ángulos cuyo sentido de giro sea contrario al de las manecillas del reloj.



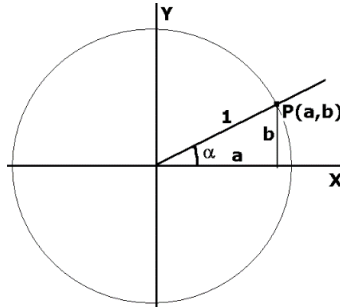
Se consideran positivos los ángulos cuyo sentido de giro sea contrario al de las manecillas del reloj.

Circunferencia goniométrica o trigonométrica. Ángulos en posición normal

Se llama circunferencia trigonométrica a la circunferencia de radio 1 con centro en el origen de coordenadas. La circunferencia trigonométrica queda dividida en 4 cuadrantes:



Decimos que un ángulo está dibujado en posición normal si el vértice es el origen de coordenadas y el lado inicial la parte positiva del eje X. El lado final del ángulo corta a la circunferencia en un punto P(a, b)



Actividades

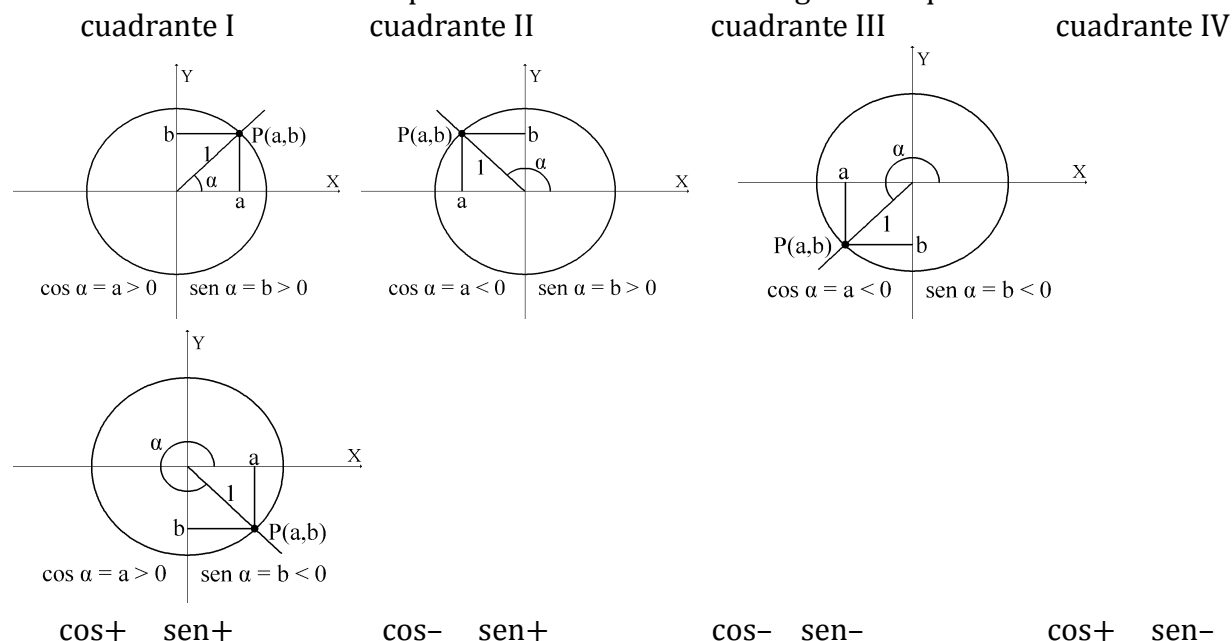
Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera

Las r.t. de un ángulo cualquiera α se deducen a partir de las r.t. de un ángulo agudo estudiadas anteriormente. Veamos cómo:

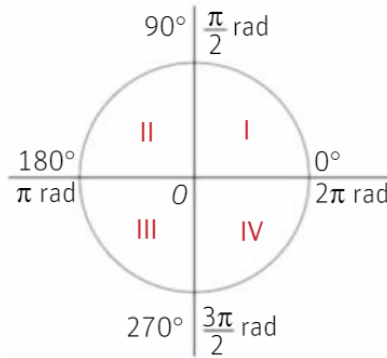
$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \alpha &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{1} = b \\ \cos \alpha &= \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{1} = a \end{aligned} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{b}{a}$$

Usando la definición de las r.t.:

Esta misma definición se usa para calcular las r.t. de un ángulo cualquiera:



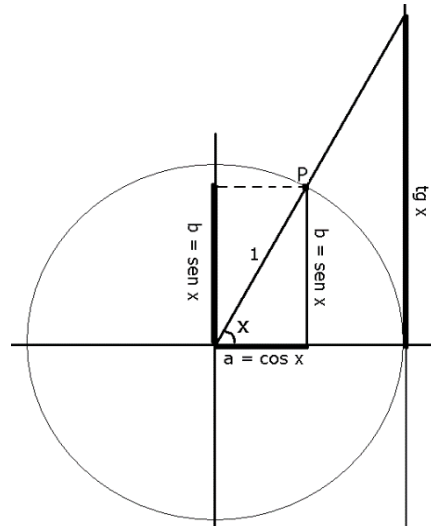
El signo del seno y coseno de un ángulo depende del cuadrante en el que esté dicho ángulo.
Hay ángulos que no pertenecen a ningún cuadrante



	$0^\circ = 0 \text{ rad} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$	$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$	$180^\circ = \pi \text{ rad}$	$270^\circ = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$
punto P	(1, 0)	(0, 1)	(-1, 0)	(0, -1)
sen	0	1	0	-1
cos	1	0	-1	0
tg	0	$\nexists$	0	$\nexists$

Observa que puesto que la circunferencia tiene radio 1 siempre se cumple que
 $-1 \leq \text{sen } \alpha \leq 1$ $-1 \leq \text{cos } \alpha \leq 1$

Interpretación gráfica de las razones trigonométricas



Actividades

Dado un ángulo en la circ trig, determina gráficamente sen, cos, tg

Indica la opción que corresponde al seno y al coseno de un ángulo agudo cuya tangente es 1,3.

a) 0,79 y 0,61 b) -0,79 y -0,61 c) 0,32 y 0,95

¿Cuál de las siguientes opciones es verdadera, si el ángulo "A" está en posición estándar y su lado terminal está en el punto $(\sqrt{17}, 8)$? a) $\text{sen}(A) = 8/9$ c) $\text{tan}(A) = -8\sqrt{17}/17$ b) $\text{cos}(A) = \sqrt{17}$ d) $\text{sec}(A) = 9/8$

Ángulos equivalentes

Dos ángulos son equivalentes cuando al dibujarlos en posición normal coinciden sus lados finales. Los ángulos equivalentes tienen las mismas r.t.

Reducir un ángulo a la primera vuelta consiste en obtener otro ángulo equivalente de la primera vuelta. Para reducir un ángulo mayor de 360° a la primera vuelta lo dividimos entre 360° para saber cuántas vueltas ha dado a la circunferencia el lado final del ángulo y el resto de la división es un ángulo equivalente.

Por ejemplo, vamos a obtener un ángulo equivalente a 2580° :

$$\begin{array}{r} 2580 \text{ } | \text{ } 360 \\ 60 \text{ } \quad 7 \end{array} \Rightarrow 2580^\circ = 7 \cdot 360^\circ + 60^\circ = 7 \text{ vueltas y } 60^\circ$$

. Luego, un ángulo equivalente es 60° .

Actividades

Escribe el ángulo positivo del I cuadrante equivalente a 390° , 835π rad, etc

Averigua en qué cuadrante están los siguientes ángulos, representa gráficamente su seno, coseno y tangente e indica su signo:

- a) 135°
- b) $-\pi/3$ rad
- d) $7\pi/6$ rad
- g) $-5\pi/3$ rad

a) 66° . sen 66° es _____ , cos 66° es { :MC:=positivo~negativo } , tg 66° es { :MC:=positiva~negativa }

b) 175° . sen 175° es { :MC:=positivo~negativo } , cos 175° es { :MC:=positivo~negativo } , tg 175° es { :MC:=positiva~negativa }

c) 342° . sen 342° es { :MC:=positivo~negativo } , cos 342° es { :MC:=positivo~negativo } , tg 342° es { :MC:=positiva~negativa }

d) 18° . sen 18° es { :MC:=positivo~negativo } , cos 18° es { :MC:=positivo~negativo } , tg 18° es { :MC:=positiva~negativa }

e) 135° . sen 135° es { :MC:=positivo~negativo } , cos 135° es { :MC:=positivo~negativo } , tg 135° es { :MC:=positiva~negativa }

a) 340° . Está en el _____
sen 340° es { :MC:=positivo~negativo } , cos 340° es { :MC:=positivo~negativo } , tg 340° es { :MC:=positiva~negativa }

b) 256° . Está en el { :MC:I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante }
sen 256° es { :MC:=positivo~negativo } , cos 256° es { :MC:=positivo~negativo } , tg 256° es { :MC:=positiva~negativa }

c) $\pi/3$ rad . Está en el { :MC:=I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante }
sen $(\pi/3)$ es { :MC:=positivo~negativo } , cos $(\pi/3)$ es { :MC:=positivo~negativo } , tg $(\pi/3)$ es { :MC:=positiva~negativa }

d) 133° . Está en el { :MC:=I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante }
sen 133° es { :MC:=positivo~negativo } , cos 133° es { :MC:=positivo~negativo } , tg 133° es { :MC:=positiva~negativa }

e) $7\pi/4$ rad . Está en el {MC:I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante}
sen es {MC:positivo~negativo} , cos es {MC:positivo~negativo} , tg
es {MC:positiva~negativa}

f) 4 rad . Está en el {MC:I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante}
sen 4 es {MC:positivo~negativo} , cos 4 es {MC:positivo~negativo} , tg 4
es {MC:positiva~negativa}

a) 140° . Está en el ____
sen 140° es {MC:positivo~negativo} , cos 140° es {MC:positivo~negativo} , tg 140°
es {MC:positiva~negativa}

c) 50° . Está en el {MC:I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante}
sen 50° es {MC:positivo~negativo} , cos 50° es {MC:positivo~negativo} , tg 50°
es {MC:positiva~negativa}

e) 9° . Está en el {MC:I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante}
sen 9° es {MC:positivo~negativo} , cos 9° es {MC:positivo~negativo} , tg 9°
es {MC:positiva~negativa}

123°

275°

143°

280°

a) $\alpha = 150^\circ$

b) $\alpha = 4\pi/5$ rad

Completa la tabla

	se n	co s	t g
I cuadrante			
		+	
			-
	-		

Con respecto a cot 0° corresponde decir que:

Es igual a cero

Es igual a infinito

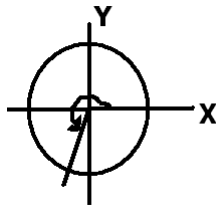
No está definido

Es igual a 90°

Es un número cuyo valor aún no ha sido calculado

Dados los siguientes ángulos. Dibújalos en posición normal, indica en qué cuadrante está cada uno y halla sus r.t. con la calculadora redondeando a las milésimas.

$\alpha = 7\pi/5$ rad



$$\alpha = \frac{7\pi}{5} \text{ rad} = \frac{7 \cdot 180^\circ}{5} = 252^\circ$$

 $\alpha \in \text{III cuadrante}$

$$\begin{cases} \text{sen } 252^\circ = -0,951 \\ \text{cos } 252^\circ = -0,309 \\ \text{tg } 252^\circ = 3,078 \end{cases}$$

$$\alpha = 9\pi/5 \text{ rad}$$

$$\alpha = 11\pi/12 \text{ rad}$$

$$\beta = 8\pi/15 \text{ rad}$$

Dibuja un ángulo α situado en el cuarto cuadrante cuya cotangente es $-3/4$ y halla las razones trigonométricas. Razona la respuesta.

Indica en qué cuadrante está el ángulo α en los siguientes casos:

b) $\text{sen } \alpha < 0$, $\text{cos } \alpha > 0$

c) $\text{cos } \alpha < 0$, $\text{tg } \alpha < 0$

a) $\text{sen } \alpha = 0,8$, $\text{cos } \alpha = -0,6$. α está en el ____

b) $\text{sen } \beta = -0,8$, $\text{cos } \beta = -0,6$. β está en el { :MC:I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante }

c) $\text{sen } \gamma = 0,5$, $\text{tg } \gamma = 0,57$. γ está en el { :MC:=I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante }

a) $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$ son negativos

d) $\text{sen } \alpha = 0,6$, $\text{cos } \alpha = 0,8$

e) $\text{tg } \alpha = -0,75$, $\text{sen } \alpha = 0,8$

Indica en qué cuadrante está el ángulo α si se sabe que $\text{cos } \alpha = -0,75$ y $\text{tg } \alpha$ es negativa. Usa la calculadora científica para hallar lo que mide el ángulo α

Sobre la circunferencia unidad, dibuja:

dos ángulos cuyo seno sea $-0,7$.

dos ángulos cuyo coseno sea $0,5$.

dos ángulos cuya tangente valga 3 .

dos ángulos cuyo seno valga $0,4$.

Si sabemos que la secante de un ángulo vale 1 , ¿cuánto vale su tangente?

Si sabemos que el coseno de un ángulo vale 1 , ¿cuánto vale su seno?

¿Cuál de los siguientes ángulos equivale a tres vueltas más 25° ?

a) 565°

c) 1105°

b) 295°

d) 835°

Expresar los siguientes ángulos como suma de un número de vueltas y un ángulo menor de 360° . Averigua en qué cuadrante está cada uno, representa gráficamente su seno, coseno y tangente e indica su signo:

c) -460°

e) 3990°

f) $121\pi/4 \text{ rad}$

b) 653° . Está en el { :MC:I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante }

$\text{sen } 653^\circ$ es { :MC:positivo~negativo } , $\text{cos } \equiv 356$ es { :MC:=positivo~negativo } , $\text{tg } \equiv 356$

es { :MC:positiva~negativa }

d) 470° . Está en el {MC:I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante}
 $\sin 470^\circ$ es {MC:=positivo~negativo} , $\cos 470^\circ$ es {MC:=positivo~negativo} , $\operatorname{tg} 470^\circ$
es {MC:=positiva~negativa}

f) 1111° . Está en el {MC:=I cuadrante~II cuadrante~III cuadrante~IV cuadrante}
 $\sin 1111^\circ$ es {MC:=positivo~negativo} , $\cos 1111^\circ$ es {MC:=positivo~negativo} , $\operatorname{tg} 1111^\circ$
es {MC:=positiva~negativa}

$83\pi/6$ rad

a) 720°

) 900°

c) -3000°

d) 10π rad

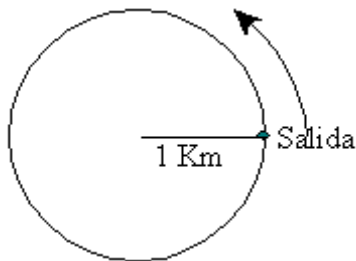
c) $\alpha = 2580^\circ$

d) $\alpha = 19\pi/3$ rad

3720°

-830°

Dos autos salen simultáneamente en un circuito circular de 1 km de radio



El auto A lleva una velocidad constante de 150 km/h y el B de 120 km/h. ¿Cuánto habrá de recorrer A hasta alcanzar a B? (Ten presente que el primer encuentro se produce cuando A lleva una vuelta más que B) ¿En qué cuadrante la alcanza?, ¿Qué ángulo se corresponde con el punto de encuentro?

$$\frac{4\pi}{3} \text{ km}$$

Un vehículo ha recorrido un espacio de $\frac{4\pi}{3}$ km por una pista circular, siendo 160° el ángulo central que ha girado por la pista. Halla dicho ángulo en radianes y el radio de la pista.

(sugerencia: no sustituir π por un valor aproximado y poner los radianes en función de π).

El paralaje trigonométrico

El paralaje es una palabra de origen griego que significa cambio de posición.

Con la siguiente experiencia se comprueba el efecto del paralaje;

Colocando el dedo pulgar a unos 25 cm por delante de los ojos y situándose a 1 m de distancia de la pared.

Tapando con la mano un ojo cada vez se ve que la posición del dedo pulgar respecto de la pared cambia.

El paralaje es el responsable del movimiento aparente del dedo pulgar respecto de la pared.

Este movimiento aparente depende de la longitud de la base o distancia entre los ojos y de la distancia a la que se encuentre el dedo de nosotros. Cuanto más alejado esté el objeto que miramos, mayor será la longitud de la base que habrá que tomar para que el ángulo de paralaje sea apreciable.

El paralaje es el método más antiguo que se aplicó para calcular la distancia a las estrellas. El método consiste en trazar sendas visuales; una, por ejemplo, en enero, y la otra, seis meses más tarde, en julio. Como estas observaciones están separadas 2 UA (la UA es la distancia media de la Tierra al sol), la estrella E se ve desde un punto con un ángulo diferente del ángulo con el que se ve desde otro punto.

Con estas dos observaciones se puede construir un triángulo rectángulo de base 1 UA (1 UA = 149.597.840 Km) y ángulos también conocidos. La altura D de este triángulo es la distancia estelar que buscamos.