

Họ và tên thí sinh:....., số báo danh:....., lớp:.....

Đề thi gồm 2 phần: Phần I gồm 30 câu trắc nghiệm (60ph), Phần II gồm 4 câu tự luận (30ph).

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM (6.0 điểm).

Câu 1: Trong không gian Oxyz cho mp(P): $x+y+z-3=0$ và điểm $A(2;1;3)$, gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mp(P). Tìm tọa độ của H.

- A. $H(-1;-1;5)$. B. $H(2;2;-1)$. C. $H(1;0;2)$. D. $H(3;3;-3)$.

Câu 2: Cho hai số phức $z = (a^2 - a) + 3i$ và $w = 2 + ai$, với a là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của a để $z - w$ là số thuần ảo.

- A. $\begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$. C. $a = 0$. D. $a = \pm 1$.

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x^2 + 1)}$.

- A. $\int f(x)dx = \ln |x(x^2 + 1)| + C$. B. $\int f(x)dx = 2 \ln \left(\frac{x^2}{x^2 + 1} \right) + C$.
C. $\int f(x)dx = \ln \left(\frac{x^2}{x^2 + 1} \right) + C$. D. $\int f(x)dx = \ln \left(\frac{|x|}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) + C$.

Câu 4: Cho biết $F(x) = x \cdot \ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

- A. $y = -x$. B. $y = -x + 1$. C. $y = x$. D. $y = x - 1$.

Câu 5: Cho hình tròn (T) có tâm I, bán kính bằng 1. (Δ) là đường thẳng nằm trong mặt phẳng chứa (T) và có khoảng cách từ I đến (Δ) bằng 3. Khi cho (T) quay quanh (Δ) ta nhận được vật thể tròn xoay có thể tích bằng V. Tính V.

- A. $V = 3\pi^2$. B. $V = 6\pi^2$. C. $V = 9\pi^2$. D. $V = 12\pi^2$.

Câu 6: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 4 = 0$ và mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C). Tính diện tích S của hình vuông nội tiếp trong (C).

- A. $S = 16$. B. $S = 25$. C. $S = 9$. D. $S = 18$.

Câu 7: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) và mp(P): $2x - y - z + 3 = 0$. Gọi (d') là hình chiếu vuông góc của (d) lên (P). Viết phương trình chính tắc của (d').

- A. (d'): $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{7}$. B. (d'): $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

$$\text{C. (d')}: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\text{D. (d')}: \frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{1}.$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z-5}{4},$$

Câu 8: Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng: $(d_1):$

$$(d_2): \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-7}{2}. \text{ Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây:}$$

A. (d_1) song song với (d_2) .

B. (d_1) và (d_2) trùng nhau.

C. (d_1) và (d_2) cắt nhau.

D. (d_1) và (d_2) chéo nhau.

Câu 9: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(4;1;-1)$, $B(5;2;2)$, gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Viết phương trình của $mp(P)$.

A. $(P): 2x+2y+6z-15=0$.

B. $(P): x+y+3z-15=0$.

C. $(P): 2x+2y+6z+15=0$.

D. $(P): x+y+3z+15=0$.

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}),$$

Câu 10: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $(d):$ $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$), gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;1)$ lên đường thẳng (d) . Tìm tọa độ của H.

A. $H(4;3;2)$.

B. $H(3;2;3)$.

C. $H(1;0;5)$.

D. $H(0;-1;6)$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1;-1;1)$ và $B(2;3;2)$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm đối xứng của A và B qua O. Tính diện tích S của tứ giác ABMN.

A. $S = 4\sqrt{2}$.

B. $S = 20\sqrt{2}$.

C. $S = 10\sqrt{2}$.

D. $S = 12\sqrt{2}$.

Câu 12: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x + \cot^2 x$.

$$\text{A. } \int f(x)dx = \tan x + \cot x - 2x + C$$

$$\text{B. } \int f(x)dx = \tan x - \cot x - 2x + C$$

$$\text{C. } \int f(x)dx = \cot x - \tan x - 2x + C$$

$$\text{D. } \int f(x)dx = -(\tan x + \cot x + 2x) + C$$

Câu 13: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 2 = 0$. Trong các mặt phẳng mà phương trình được cho dưới đây, hãy tìm mặt phẳng tiếp xúc với (S) .

A. $(P_1): x+2y+2z=0$.

B. $(P_2): 2x-y-2z-6=0$.

C. $(P_3): x-2y+2z-3=0$.

D. $(P_4): 2x+2y+z-1=0$.

Câu 14: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình: $y = \frac{x^2 + 2}{x}$ và $y = 3$.

$$\text{A. } S = \frac{1}{2} + \ln 2$$

$$\text{B. } S = \frac{3}{2} + 2 \ln 2$$

$$\text{C. } S = \frac{3}{2} - 2 \ln 2$$

$$\text{D. } S = 3 - 2 \ln 2$$

Câu 15: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình:

$y = \frac{1}{\sin x + \cos x}$, $y=0$, $x=0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khi cho (H) quay quanh trục hoành, hãy tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành.

$$\text{A. } V = \pi$$

$$\text{B. } V = \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{C. } V = 2\pi$$

$$\text{D. } V = \frac{5\pi}{2}$$

Câu 16: Trong không gian Oxyz cho mp(P): $x-2y+3z-1=0$ và đường thẳng (d): $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{4}$.
 (Q) là mặt phẳng đi qua điểm A(3;4;5), (Q) vuông góc với (P) và (Q) song song với (d).
 Viết phương trình (Q).

A. (Q): $x+y+z-12=0$.

B. (Q): $17x-2y-7z-8=0$.

C. (Q): $x+2y+z-16=0$.

D. (Q): $2x+y+2z-20=0$.

Câu 17: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-4x-2y-2z-3=0$ và đường thẳng

(d): $\begin{cases} x = -t \\ y = -1 - 4t \\ z = -3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Tìm tung độ các giao điểm của (d) và (S).

A. $y_1=3, y_2=-1$.

B. $y_1=2, y_2=1$.

C. $y_1=-3, y_2=1$.

D. $y_1=-5, y_2=0$.

$$\frac{x}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{4}$$

Câu 18: Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng: (d₁):

(d₂): $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{6}$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng (d) đi qua điểm M(1;-1;5) và (d) vuông góc với (d₁), (d) vuông góc với (d₂).

A. (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-10} = \frac{z-5}{-1}$.

B. (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{10} = \frac{z-5}{-1}$.

C. (d): $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-10} = \frac{z-5}{1}$.

D. (d): $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-10} = \frac{z-5}{2}$.

Câu 19: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) có tâm I(1;-2;-3), (P) là mặt phẳng cắt (S) theo một đường tròn có tâm J(3;0;1). Viết phương trình của mp(P).

A. (P): $x+y+2z+7=0$.

B. (P): $x+y+2z-5=0$.

C. (P): $x+y+2z+1=0$.

D. (P): $x+y+2z=0$.

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{-6} = \frac{z}{2}$$

Câu 20: Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng: (d₁):

(d₂): $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-2}$.

Gọi k là khoảng cách giữa (d₁) và (d₂). Tính k.

A. $k = \frac{9}{7}$.

B. $k = \frac{10}{7}$.

C. $k = \frac{11}{7}$.

D. $k = \frac{12}{7}$.

Câu 21: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (d):

$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Gọi k là khoảng cách từ M(1;2;3) đến (d). Tính k.

A. $k = \frac{4}{3}$.

B. $k = \frac{5}{3}$.

C. $k = 2$.

D. $k = \frac{7}{3}$.

Câu 22: Trong không gian Oxyz cho mp(P): $6x+3y+2z-6=0$. (P) cắt các trục tọa độ tại A, B, C.

Tính diện tích S của tam giác ABC.

- A. $S = \frac{3}{2}$. B. $S = \frac{7}{2}$. C. $S = \frac{5}{2}$. D. $S = \frac{9}{2}$.

Câu 23: Trong không gian Oxyz cho điểm $I(1;0;2)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và (S) đi qua gốc tọa độ O.

- A. (S): $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2 = \sqrt{5}$. B. (S): $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2 = 25$.
C. (S): $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2 = 5$. D. (S): $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2 = 2\sqrt{5}$.

Câu 24: Trong không gian Oxyz cho điểm $A(1;-3;3)$ và đường thẳng (d):
$$\begin{cases} x = -7 + t \\ y = 8 - 2t \\ z = -9 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$
 Viết phương trình mp(P) đi qua A và (P) vuông góc với (d).

- A. (P): $7x+8y-9z=0$. B. (P): $7x+8y-9z+44=0$.
C. (P): $x-2y+3z=0$. D. (P): $x-2y+3z-16=0$.

Câu 25: Trong không gian Oxyz cho điểm $A(-2;1;-3)$ và mp(P): $x+4y-2z+17=0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm A và (Δ) vuông góc với (P).

- A. (Δ): $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$ B. (Δ): $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = -3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$
C. (Δ): $\begin{cases} x = t \\ y = 4t \\ z = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$ D. (Δ): $\begin{cases} x = -2t \\ y = t \\ z = -3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 26: Tìm số phức z thỏa mãn đẳng thức: $z + 2\bar{z} = 3 - 3i$.

- A. $z = 1 + i$. B. $z = -1 + 2i$. C. $z = 1 + 3i$. D. $z = 1 - 3i$.

Câu 27: Cho số phức $z = -3 + 7i$. Tính mô-đun của số phức $w = \bar{z} + 15 + 2i$.

- A. $|w| = \sqrt{58}$. B. $|w| = \sqrt{229}$. C. $|w| = 13$. D. $|w| = \sqrt{58} + \sqrt{229}$.

Câu 28: Có tất cả bao nhiêu số phức z thỏa mãn đẳng thức: $i.z^2 + \bar{z} = 0$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 29: Trong không gian Oxyz cho mp(P): $x+2y+2z+5=0$. Tìm tất cả các điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2.

- A. $M(1;0;0)$ hay $M(-11;0;0)$. B. $M(-1;0;0)$ hay $M(11;0;0)$.
C. $M(-2;0;0)$ hay $M(4;0;0)$. D. $M(7;0;0)$ hay $M(-8;0;0)$.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình: $x^2+y^2+z^2+2x-4y+2(m-1)z+9=0$ là phương trình của mặt cầu.

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. C. $-1 < m < 3$. D. $-3 < m < 1$.

PHẦN II: TỰ LUẬN (4.0 điểm).

Câu 1: Tính tích phân $I = \int_0^1 x.(x^2 + 1)^5 .dx$

Câu 2: Tính tích phân $K = \int_0^1 x.e^{2x} .dx$

Câu 3: Tính diện tích S của hình phẳng bị giới hạn bởi: đồ thị hàm số $y=x^2-x$ và trục hoành.

Câu 4: Tìm số phức z thỏa: $z+|z|^2=3-i$.

—————HẾT—————