

Тема: Числова функція. Графік функції

<https://youtu.be/ZR5Ug-c97S8>

Мета:

- *Навчальна:* пояснити, навіщо людям потрібно вміти досліджувати різні функції; пригадати поняття функції, області визначення та області значень функції; пригадати, як правильно позначати числові проміжки; пригадати, як ми раніше досліджували властивості функції за її графіком; розглянути способи задання функції (аналітичний, табличний, графічний) та розглянути переваги і недоліки кожного з них;
- *Розвиваюча:* розвивати вміння задавати функцію різними способами та досліджувати її;
- *Виховна:* виховувати інтерес до вивчення точних наук;

Тип уроку: вступний урок до теми «Функції, їхні властивості та графіки»;

Обладнання: конспект, презентація, мультимедійне обладнання;

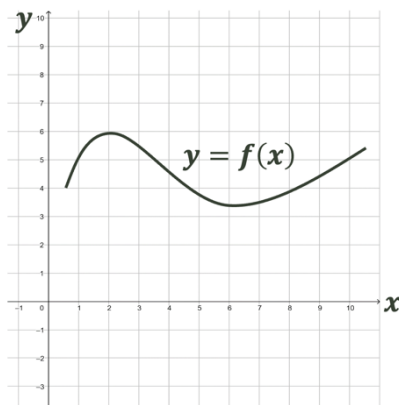
Хід уроку

I. Організаційний етап

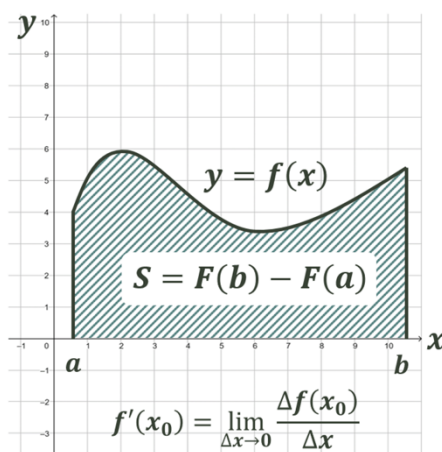
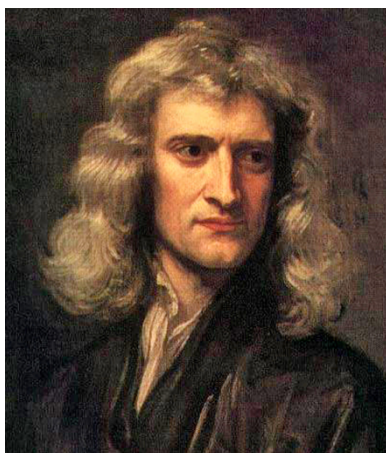
- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Актуалізація опорних знань

// Навіщо людям досліджувати функцію?



Ключовим моментом у математиці стало введення Декартом **змінної** та **функції**



Ньютон і Лейбніц доповнили дослідження функції **диференціальним** та **інтегральним** численням

Методи дослідження функції – **основний інструмент для вивчення оточуючого світу.**

Механіка



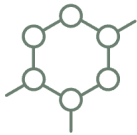
Знаходження миттєвої швидкості за допомогою похідної

Електротехніка



Отриманні змінного електричного струму засноване на законі електромагнітної індукції, формулювання якої спирається на магнітний потік, який обчислюється за допомогою інтеграла

Хімія та біологія



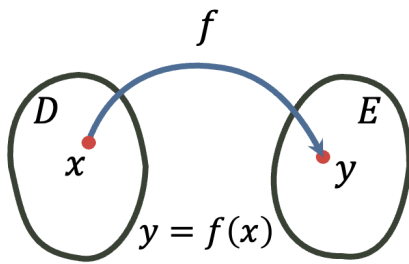
Диференціальне числення використовується для побудови математичних моделей хімічних реакцій і подальшого опису їх властивостей

Географія та економіка



Обчислення приросту населення в даний момент часу (географія) та вивчення економічної теорії чи обчислення продуктивності праці на виробництві (економіка)

// Пригадаємо поняття функції



Область визначення функції f – це множина тих значень, яких може набувати аргумент x



$D(f)$

Область значень функції f – це множина, яка складається із всіх чисел $f(x)$, де x належить області визначення

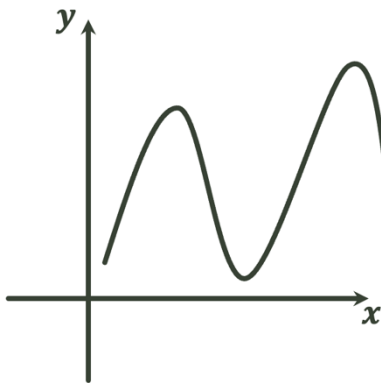


$E(f)$

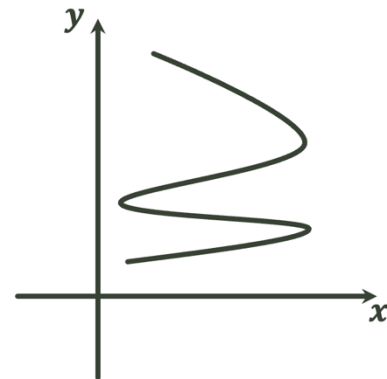
Функція – це таке правило, за якого кожному значенню незалежної змінної з деякої множини відповідає єдине значення залежної змінної.

□ Яка функція називається числовою?

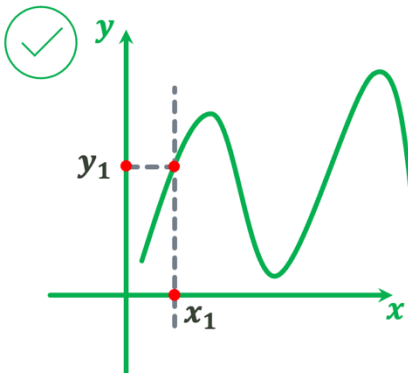
Функція називається **числовою**, якщо її область значень і область визначення – числа.



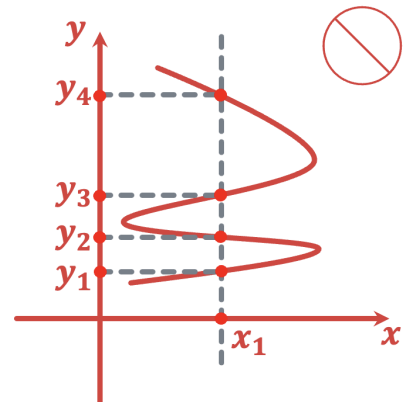
□ На якому з графіків зображено функцію?



Відповідь:



Кожному значенню « x » відповідає єдине значення « y »



Одному значенню « x » відповідають чотири значення « y »

$$[a; b]$$

$$a \leq x \leq b$$

$$(a; b)$$

$$a < x < b$$

$$(a; b]$$

$$a < x \leq b$$

$$(-\infty; b)$$

$$x < b$$

$$(-\infty; +\infty)$$

$$-\infty < x < +\infty$$

// Пригадаємо, як правильно позначати числові проміжки



Числа a і b належать проміжку



Числа a і b не належать проміжку



Число a не належить проміжку, число b належить проміжку

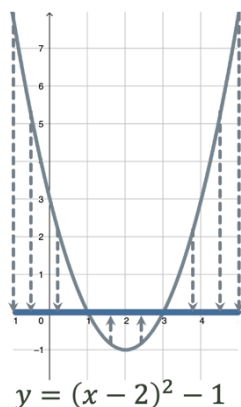
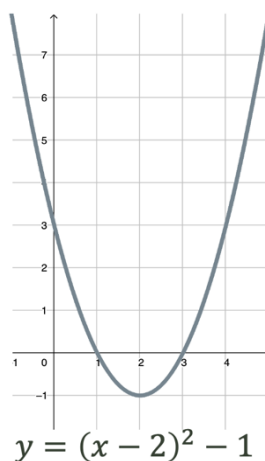


Даному проміжку належать всі числа від $-\infty$ до b , не включаючи саме число b



Даному проміжку належить множина всіх дійсних чисел

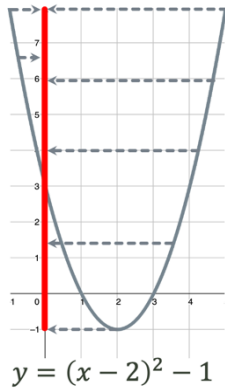
// Пригадаємо, як ми раніше досліджували функцію



**Область
визначення**
(множина значень
аргументу, при
яких задана
функція)

Проекція
графіка на
вісь x

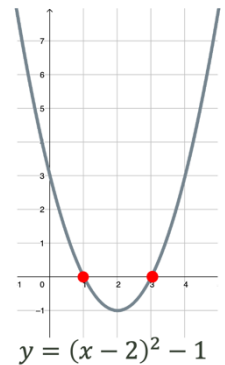
$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$



Область значень
(множина чисел,
що складаються із
всіх значень
функції)

Проекція
графіка на
вісь y

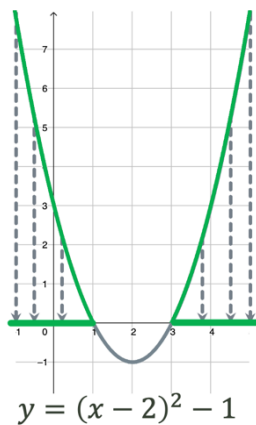
$$E(y) = [-1; +\infty)$$



Нулі функції
(точки, в яких
значення функції
дорівнює нулю),
або розв'язок
 $f(x) = 0$

Точки
перетину
графіка
функції з
віссю x

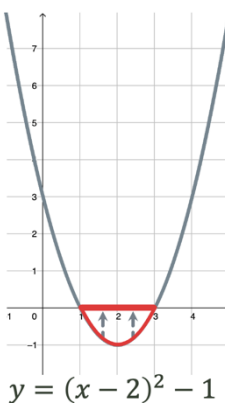
1 і 3



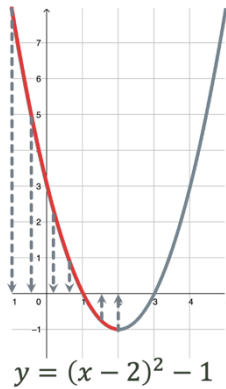
**Проміжки
знакосталості**
(проміжки, на яких
функція додатна
або від'ємна), або
розв'язки $f(x) > 0$
і $f(x) < 0$

Проекція
графіка
функції, що
знаходиться
вище або
нижче осі x ,
на вісь x

Додатні значення ф-ї:
 $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$



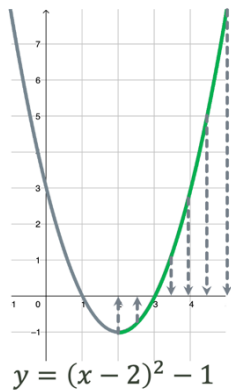
Від'ємні значення ф-ї:
(1; 3)



Проміжки зростання та спадання функції
(проміжки, на яких функція або зростає, або спадає)

Проекція графіка функції, що іде вгору або вниз, на вісь x

Ф-я спадає на проміжку: $(-\infty; 2]$



Ф-я зростає на проміжку: $[2; +\infty)$

// Способи задання функцій

1. Аналітичний

Якщо функцію задано формулою, то її задано аналітично.

Приклади функцій

Площа круга:

$$S_{\text{круга}} = \pi r^2; \text{ де } r - \text{аргумент, } S(r) - \text{функція.}$$

Капітал, що можна отримати, якщо вкласти певну суму грошей на певну кількість років до банку:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n, \text{ де } p - \text{сталі відсотки, } n - \text{аргум}$$

Довільні функції $y = 8 + \sqrt{2}$

$$y = \frac{x-3}{x+7}$$

Для останньої функції:

- 1) Знайдіть значення функції для $x = -6$;
- 2) Порівняйте $y(0)$ і $y(1)$
- 3) Знайдіть значення аргументу, при якому значення функції дорівнює 0

Розв'язання:

$$1) \quad y(-6) = \frac{-6-3}{-6+7} = -\frac{9}{1} = -9$$

$$2) \quad y(0) = \frac{0-3}{0+7} = -\frac{3}{7} \approx -0,4$$

$$y(1) = \frac{1-3}{1+7} = -\frac{2}{8} = -0,25$$

$$y(0) < y(1)$$

$$3) \quad \frac{x-3}{x+7} = 0$$

$$x - 3 = (x + 7) \cdot 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

2. Табличний

Час завантаження файлу залежить від розміру файлу та швидкості передачі даних. Задамо цю залежність за допомогою таблиці для різних значень швидкості завантаження.

Розмір файлу, Мб	400 Мб	700 Мб	1000 Мб
Час завантаження при швидкості 100 кбіт/с	9 год 9 хв 15 с	16 год 18 хв 41 с	23 год 18 хв 7 с

Розмір файлу, Мб	400 Мб	700 Мб	1000 Мб
Час завантаження при швидкості 100 Мбіт/с	33 с	58 с	1 хв 22 с

Розмір файлу, Мб	400 Мб	700 Мб	1000 Мб
Час завантаження при швидкості 1 Гбіт/с	4 с	6 с	8 с

*В таблицях подані *ідеальні дані*, але зазвичай, під час завантаження файлу, швидкість завантаження може зменшуватися, саме тому такі дані зручно зображати за допомогою таблиці або графіка. Схожі дані, де значення функції можуть змінюватися – дані реєстрації температури повітря.

- ☐ Вкажіть область визначення і область значень для кожної функції

Область визначення у кожній функції – це розмір файлу, що завантажується.

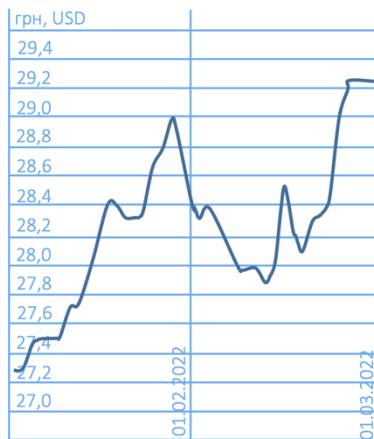
Область значень у кожній функції – це час, що необхідний для завантаження кожного файлу за даної швидкості.

- ☐ Чи можуть дані функції мати інші значення області визначення та області значень?

Так, просто табличний спосіб дозволяє вказати значення функції тільки для обмеженого набору значень аргументу.

3. Графічний

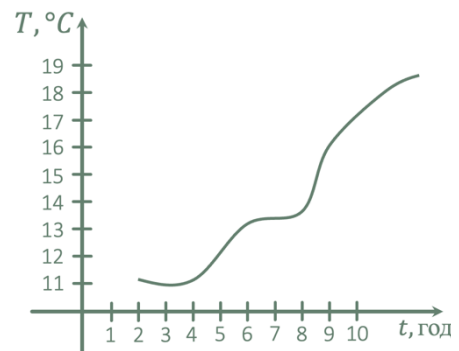
Зміна курсу валюти



Кардіограма



Зміна температури повітря



Графік зміни електричного потенціалу на волокнах серцевого м'яза під час його скорочень.



Графічний спосіб дає можливість унаочнити властивості функції

III. Розв'язування завдань

№1

Знайдіть значення функції:

1) $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ в точках $-1; \frac{1}{2}; 8$

2) $f(x) = \sqrt{10x - x^2}$ в точках $0, 1, 2$

Розв'язання:

1) $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$

$$f(-1) = 2 \cdot (-1) + \frac{1}{-1} = -3$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{\frac{1}{2}} = 1 + 2 = 3$$

$$f(8) = 2 \cdot 8 + \frac{1}{8} = 16\frac{1}{8}$$

2) $f(x) = \sqrt{10x - x^2}$ в точках $0, 1, 2$

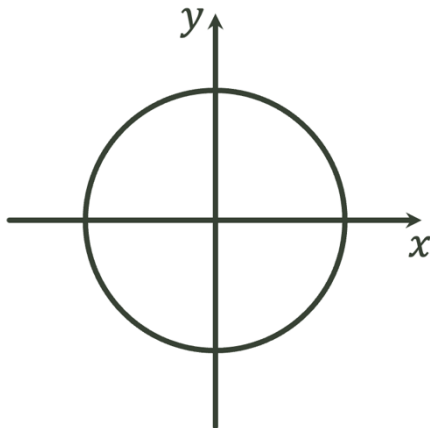
$$f(0) = \sqrt{10 \cdot 0 - 0^2} = 0$$

$$f(1) = \sqrt{10 \cdot 1 - 1^2} = \sqrt{9} = 3$$

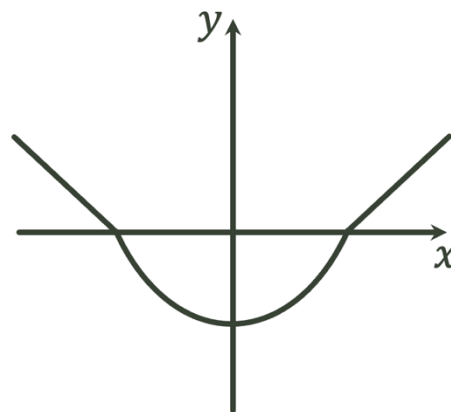
$$f(2) = \sqrt{10 \cdot 2 - 2^2} = \sqrt{16} = 4$$

№2

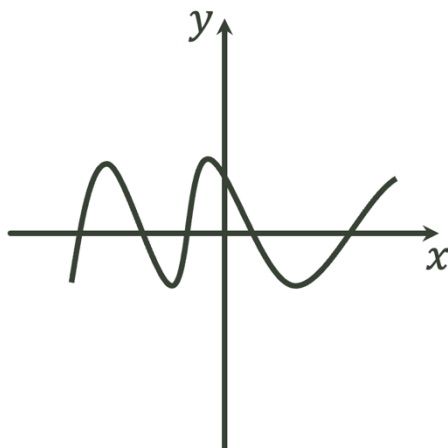
На якому з рисунків зображені фігури є графіками функцій?



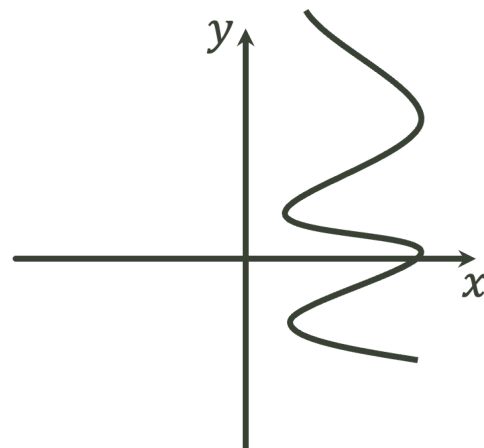
А



Б



В



Г

Для функції $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ знайдіть:

- 1) $f(4)$
- 2) Нулі функції
- 3) Таке значення x , при якому $f(x) = 8$

Розв'язання:

$$1) \quad f(4) = \frac{4+2}{4-1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$2) \quad \frac{x+2}{x-1} = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$3) \quad \frac{x+2}{x-1} = 8$$

$$x + 2 = 8x - 8$$

$$7x = 10$$

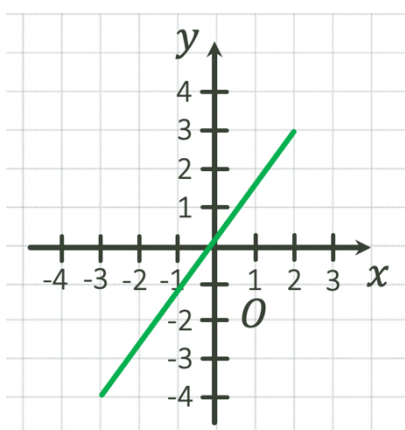
$$x = \frac{10}{7}$$

$$\begin{aligned} x - 1 &\neq 0 \\ x &\neq 1 \end{aligned}$$

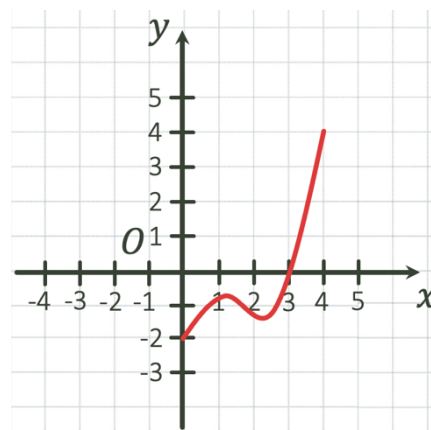
Побудуйте графік функції, для якої:

- 1) $D(f) = [-3; 2]$, $E(f) = [-4; 3]$
- 2) $D(f) = (0; 4)$, $E(f) = (-2; 4)$

Розв'язання:



1)



2)

Знайдіть область визначення функції:

$$1) \quad y = \frac{7}{x-3}$$

$$3) \quad y = \sqrt[5]{\frac{3x-7}{x+1}}$$

$$5) \quad y = \frac{4}{|x|-8}$$

$$2) \quad y = \sqrt{x-1}$$

$$4) \quad y = \sqrt{\frac{x-4}{2x+5}}$$

$$6) \quad y = \frac{7}{|x|+8}$$

Розв'язання:

$$1) y = \frac{7}{x-3}$$

$$x - 3 \neq 0$$

$$x \neq 3$$

$$D(y): x \in (-\infty; 3) \cup (3; \infty)$$

// Знаменник не може дорівнювати нулю

$$2) y = \sqrt{x-1}$$

$$x - 1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$D(y): x \in [1; +\infty)$$

// Підкореневий вираз не може бути від'ємним, бо це корінь парного степеня

$$3) y = \sqrt[5]{\frac{3x-7}{x+1}}$$

$$x + 1 \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$D(y): x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$$

// Так як корінь непарного степеня (підкореневий вираз може бути від'ємним), то обмеження має тільки знаменник дробу

$$4) y = \sqrt{\frac{x-4}{2x+5}}$$

// Так як корінь парного степеня, то підкореневий вираз має бути невід'ємним

Знайдемо нулі функції для обох випадків:

I випадок

$$\{x - 4 \geq 0 \quad 2x + 5 > 0$$

$$\{x \geq 4 \quad x > -\frac{5}{2} \rightarrow x \geq 4$$

$$D(y): x \in (-\infty; -2, 5) \cup [4; +\infty)$$

II випадок

$$\{x - 4 \leq 0 \quad 2x + 5 < 0$$

$$\{x \leq 4 \quad x < -\frac{5}{2} \rightarrow x < -2, 5$$

$$5) y = \frac{4}{|x|-8}$$

$$x \neq \pm 8$$

$$D(y): x \in (-\infty; -8) \cup (-8; 8) \cup (8; +\infty)$$

// Знаменник не може дорівнювати нулю

$$6) y = \frac{7}{|x|+8}$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$D(y): x \in (-\infty; +\infty)$$

// Знаменник не може дорівнювати нулю

$$7) y = \sqrt{5-x} + \frac{x}{1-x^2}$$

$$\{5-x \geq 0 \quad 1-x^2 \neq 0; \{x \leq 5 \quad x^2 \neq 1$$

$$\{x \leq 5 \quad x \neq 1 \quad x \neq -1$$



$$x \in (-\infty; 1) \cup (-1; 1) \cup (1; 5]$$

Наведіть приклад функції, областю визначення якої є:

- 1) Множина всіх дійсних чисел
- 2) Множина всіх дійсних чисел, крім числа 5
- 3) Множина всіх дійсних чисел, крім чисел 2 і 3
- 4) Множина всіх дійсних чисел, більших або рівних числу 8

Розв'язання:

- 1) $y = 4x + 5$
- 2) $y = \frac{3}{x-5}$
- 3) $y = \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x-3} + 2$
- 4) $y = \sqrt{x - 8}$

IV. Підсумок уроку

- Поясніть, що таке функція
- Поясніть, що є областю визначення функції
- Поясніть, що є областю значень функції
- Поясніть, як можна дослідити функцію за її графіком
- Які є способи задання функції? Наведіть плюси і мінуси кожного способу
- Поясніть, як правильно позначати числові проміжки

V. Домашнє завдання

Опрацювати §1 і конспект
Виконати № 1,3; 1,6; 1,11; 1.13

О.С. Істер

Опрацювати П.1 і конспект
Виконати № 1.24(1), 1.25, 1.26(1-4),
1.28(1)

А.Г. Мерзляк