ثانوية الرازي- تازناخت	سلسلة تمارين الدالة الأسية النبيرية	ذ. لطرش عبد الكبير

الدورة العادية 2010(بتصرف)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال R بما يلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

1. بين أن: $g'(x) = 4(2x + 1)e^{2x}$ لكل x من R.
2. بين أن الدالة g تزايدية على $]-\frac{1}{2}, +\infty[$ وتناقصية على المجال $]-\infty, -\frac{1}{2}[$.
3. أ) بين أن $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ ثم تحقق $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$ ثم استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من R .

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على R بما يلي: $f(x) = x + 1 + (2x - 1)e^{2x}$ و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm)$.

1. أحسب $f(x)$ ثم بين أن $f(x) =- \infty$ (نذكر $ue^{u} = 0$).
2. بين أن: $f'(x) = g(x)$ لكل x من R ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على R.
3. أحسب $\frac{f(x)}{x}$ و استنتج أن (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الاراتيب.
4. احسب $[f(x) - (x + 1)]$ و استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.
5. حدد زوج احداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ) على المجال $]-\infty, \frac{1}{2}]$ وفوق المستقيم (Δ) على المجال $]\frac{1}{2}, +\infty[$.
6. بين أن: $y = x$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C) في النقطة O.
7. بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف افصولها $\frac{1}{2}$ –(تحديد ارتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب).
8. بين أن المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α في R وأن $0 \leq \alpha \leq 1$.
9. انشئ المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنى (C) في المعلم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

الدورة العادية 2007

I. لتكن g الدالة العددية المعرفة على R بما يلي $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1. احسب $g'(x)$, $\forall x \in R$ ثم ضع جدول تغيرات الدالّةg.
2. استنتج أنّ: $(\forall x \in R),\ e^{-x} + x \geq 1$.

II. لتكن f الدالّة العددية المعرّفة بما يلي: $f(x) = \frac{x}{e^{-x}+x}$ و C_f منحناها في معلم متعامد ممنظم $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. حدد D_f. (يمكنك استعمال نتيجة السؤال الثاني بالجزء الأول).
2. بين أنّ: $f(x) = \frac{1}{1+\frac{1}{x}e^{x}}$ لكل x من R.
3. بين أن: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$ ثمّ أوّل هندسيا هاتين النتيجتين.
4. احسب$f'(x)$, $\forall x \in R$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.
5. حدد معادلة المماس ل C_f في النقطة O أصل المعلم.
6. تحقّق أنّ: $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$, $\forall x \in R$ استنتج الوضع النسبي ل C_f والمستقيم(Δ) ذو المعادلة $y = x$.
7. أنشيء C_f و (Δ).(نأخذ : $\frac{1}{1-e} \approx 0.6$)

III. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

1. بيّن بالترجّع أن : $\forall n \in N,\ 0 \leq u_n \leq 1$.
2. بين أنّ المتتالية (u_n) تناقصية.
3. استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة. ثمّ حدّد نهايتها.

الدورة الإستدراكية 2006

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = (x-1)e^x + x + 1$.

1. احسب $g'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة g تزايدية قطعا على $]0, +\infty[$.
2. بين أن $g(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ (لاحظ أن: $g(0) = 0$).

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R^* بما يلي: $f(x) = \frac{xe^x}{(e^x-1)^2}$ و (C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أن f دالة فردية.
2. أحسب (x) (نكر أن: $\frac{e^x-1}{x} = 1$) ثم أول مبيانيا هذه النتيجة.
3. بين أن: $f(x) = 0$ ثم أول مبيانيا هذه النتيجة (لاحظ أن: $f(x) = \frac{x}{e^x(1-e^{-x})^2}$ $(\forall x \in R^*)$).
4. بين أن: $g(x) - = ( )'f$ لكل x من $]0, +\infty[$.
5. اعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$.
6. انشئ (C).

الدورة العادية 2013

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال R بما يلي: $f(x) = (x-2)^2 e^x$ و ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أن: $f(x) = +\infty$ وأن: $\frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه.
2. تحقق من أن: $(\forall x \in R)\ (x) = x^2\ ^x - 4xe^x + 4e^x$.
3. بين أن $f(x) = 0$ ثم أول النتيجة هندسيا (نذكر أن: $x^n e^x = 0$).
4. بين أن: $(\forall x \in R)$ ، $f'( ) = x(x-2)e^x$.
5. بين أن f تزايدية على كل من $]-\infty, 0[$ و $]2, +\infty[$ وأن f تناقصية على $[0, 2]$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة fعلى R.
6. بين أن $(\forall x \in R)$ ، $f''(x) = (x^2-2)e^x$ ثم استنتج أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديد ارتوبيهما غير مطلوب.
7. انشئ المنحنى (C) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
8. بين أن $H: x \mapsto (x-1)e^x$ دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto xe^x$ على R.

الدورة الاستدراكية 2012

نعتبر الدالة العددي المعرفة على R بما يلي: $f(x) = x + \frac{e^x-1}{e^x+1}$ ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. *بين أن $f(-x) = -f(x)$ لكل x من R و استنتج أن النقطة O مركز تماثل للمنحنى ( ).*
2. *تحقق من أن: $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x+1}$: لكل x من R. (يستحسن استعمال هذه الصيغة ل $f(x)$ لمعالجة الأسئلة الموالية).*
3. *بين أن $f'(x) = 1 - \frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$ لكل x من R وتحقق من أن: $f'(0) = \frac{3}{2}$.*
4. *بين أن الدالة f تزايدية على R.*
5. *بين أن $y = \frac{3}{2}x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C) في النقطة O.*
6. *بين أن $f(x) = +\infty$.*
7. *أحسب $[f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.*
8. *بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (D).*
9. *أنشئ المستقيمين (D)و (T) و المنحنى (C) (نذكر أن O هو مركز تماثل للمنحنى (C)).*
10. *بين أن $H: x - \ln(e^x + 1)$ دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto \frac{1}{e^x+1}$ على R.*

الدورة العادية 2009

I. نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x بحيث: $f(x) = 2ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$ و (C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. تحقق من أن: $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = \left(\sqrt{e^x} - 1\right)^2 + 1$ لكل x من R ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f هي R وأن $(\forall x \in R) 1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0$.

2. أحسب $f(x)$ ثم بين أن $f(x) = ln4$ و أول هذه النتيجة هندسيا.

3. بين أن $f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x}-1)}{\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1}$ لكل x من R وتحقق من أن $f'(0) = 0$.

4. أدرس اشارة $f'(x)$ على R واستنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0, +\infty[$ وتناقصية على المجال $]-\infty, 0]$.

5. تحقق من أن: $(\forall x \in R) f(x) = 2x + 2ln(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x})$.

6. بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

7. أ)تحقق أن: $e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ لكل x من R.

ب) أدرس إشارة كل من $\sqrt{e^x} - 2$ و $(\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ على R.

ج) استنتج أن: $2 \leq \sqrt{e^x} \leq 2$ لكل x من المجال $[0, ln4]$.

8) بين أن: $f(x) \leq x$ لكل x منالمجال $[0, ln4]$.

8. أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف افصول إحداهما أصغر من -1 وأفصول الأخرى أكبر من 2تحديدهما غير مطلوب ونأخذ $ln4 \approx 1,4$).

II. لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ لكل n من N. يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f.

1. بين أن: $0 \leq u_n \leq ln4$ لكل n من N.

2. بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ثم استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها.

مع متمنياتي لك بالتوفيق و النجاح