ВСТУП

Мета, завдання дисципліни "Інженерна механіка", її зміст і зв'язок з іншими дисциплінами навчального плану. Значення навчальної дисципліни під час підготовки техніка-електрика. Основні етапи розвитку інженерної механіки. Зв'язок інженерної механіки з агропромисловим виробництвом. Методика вивчення дисципліни. Література.

Контрольна робота з дисципліни

https://docs.google.com/document/d/1bMU_CD3ezWt20LyvTE9jh9xVMyyfxNs2/edit?usp=share_link&ouid=103912148940254308897&rtpof=true&sd=true

Розвиток інженерної справи ставить перед фахівцями різних галузей народного господарства складні і різноманітні технічні завдання, пов'язані з проектуванням, виробництвом і експлуатацією машин та споруд.

У сільському господарстві використовують велику кількість машин, багато з яких (трактори, комбайни, плуги, культиватори) працюють у досить важких умовах, тому підвищення їх довговічності і зменшення ваги, а також збільшення строку служби деталей збільшує міжремонтні строки, внаслідок чого підвищується ефективність використання машин і зменшуються витрати матеріалів на виготовлення запасних частин.

Велике значення має також проблема економії металу. Затрати на матеріали (переважно на метали) становлять значну частину усіх затрат на машини, тому зменшення ваги машин дасть змогу зменшити трудомісткість їх виготовлення.

Над розв'язанням цих проблем працюють вчені, інженери, техніки та інші фахівці різних галузей. Для успішної роботи технічних кадрів у цьому напрямі потрібна достатня їх загально технічна підготовка ще під час навчання у вищих та середніх навчальних закладах. Важливим у підготовці студентів є вивчення загальних законів механіки.

Механіка в сучасному стані – це широкий комплекс наукових дисциплін, багато з яких фактично виділено із загальної механіки. Ці відгалужені від класичної механіки галузі знань у своїй сукупності дістали назву прикладної (практичної) механіки, тобто вони обслуговують певні галузі техніки. Основними з них є опір матеріалів, теорія машин і механізмів, теорія споруд, деталі машин тощо.

Технічна механіка складається з теоретичної механіки, механіки матеріалів і конструкцій та деталей машин. Усі ці складові тісно пов'язані між собою і доповнюють одна одну. У ***теоретичній механіці***, яку поділяють на статику, кінематику і динаміку, вивчають загальні закони руху абсолютно твердих тіл і їх взаємодію.

У розділі ***механіка матеріалів і конструкцій*** розглядають методи розрахунку на міцність, жорсткість і стійкість елементів конструкцій і машин.

Метою розрахунку деталей є забезпечення достатньої надійності і довговічності у поєднанні з економічністю.

Розміри деталей визначають з урахуванням реальних властивостей матеріалів, з яких їх виготовлятимуть. Тому потрібні відповідні експериментальні дослідження для визначення характеристик застосованих матеріалів. Крім того, теорію не можна побудувати без експерименту, а експеримент не буде цілеспрямованим без теоретичних основ. Отже, опір матеріалів є не тільки теоретичною, а й експериментальною наукою.

У ***деталях машин*** розглянуто методи розрахунку на міцність і жорсткість деталей загального і спеціального призначення, а також наведено необхідні конструктивні і виробничі дані для їх проектування.

Технічна механіка є важливою загально технічною дисципліною, від знання якої багато в чому залежить якість професійної підготовки фахівця інженерно-технічного профілю. Програма дисципліни передбачає вивчення загальних законів рівноваги і руху матеріальних тіл; основних методів розрахунку окремих деталей чи вузлів машин на міцність, жорсткість і стійкість; вивчення будови, застосування і основ проектування деталей машин і вузлів загального призначення.

Механіка – одна з найдавніших наук. Термін «механіка» запровадив видатний стародавній філософ Аристотель (384–322 р. до н.е.). На всіх етапах розвитку механіка була тісно пов’язана з розвитком суспільства. Технічна механіка розвивалася у тісному зв'язку з практикою. Розвиток її значно залежить від розвитку виробництва і потреб техніки. Водночас механіка сприяла і сприяє технічному прогресові.

Роль механіки в галузі сільськогосподарської техніки зростає внаслідок дальшого ускладнення завдань, пов'язаних з проблемами механізації і автоматизації виробничих процесів.

Література.

1. Аркуша А.И. Теоретична механіка / А.И. Аркуша. - М. : Вища школа, 1989.
2. Ердеді О.О. Технічна механіка / О.О.Ердеді, І.В. Анікін та ін. - К. : Вища школа, 1983.
3. Колосов В.Т. Технічна механіка / В.Т. Колосов та ін. - К. : НМК ВО, 1992.
4. Мильніков О.В. Опір матеріалів / О.В. Мильніков. - Тернопіль : Видавництво ТНТУ, 2010. - 257 с.
5. Апостолюк О.С. Теоретична механіка : збірник задач. / О.С. Апостолюк, В.М. Воробйов, Д.І. Ільчишина та ін. / за редакцією М.А.Павловського. - К. : Техніка, 2007. - 400 с. : іл.
6. Павловський М.А. Теоретична механіка : підручник. / М.А. Павловський. - К.: Техніка, 2002. -512 с.

1. Статика

Тема 1.1. Основні поняття і аксіоми статики

Матерія і рух. Матеріальна точка. Абсолютно тверде тіло. Рівновага. Сила, її визначення, одиниці виміру. Система сил. Аксіоми статики.

Статика — це розділ теоретичної механіки, що вивчає умови, за яких тіло перебуває у рівновазі.

Рівновагою вважатимемо такий стан, коли тіло перебуває у спокої або рухається прямолінійно і рівномірно.

2. Тіло називають абсолютно твердим (або абсолютно жорстким), якщо відстань між будь-якими його точками не змінюється під дією на нього інших тіл. (Незмінна система матеріальних точок, що неперервно заповнює якусь частину простору, називається абсолютно твердим тілом)

Хоч абсолютно твердих тіл у природі немає, проте в багатьох випадках зміни форми і розмірів (деформація) тіл такі малі, що ними можна нехтувати. У теоретичній механіці тіла вважають абсолютно твердими і їх фізико-механічні властивості не враховують (крім випадків, пов'язаних з тертям).

Матеріальна точка, абсолютно тверде тіло

Матеріальною точкою називають точку, яка має масу. Вважатимемо матеріальною точкою не тільки тіло, що має малі розміри, а й будь-яке тіло, розмірами якого в умовах даної задачі можна знехтувати. Наприклад, в астрономії зорі розглядають як матеріальні точки, оскільки розміри зір малі порівняно з відстанями між ними. Одне й те саме реальне тіло залежно від умови задачі можна розглядати або як матеріальну точку, або як тіло, розміри якого потрібно враховувати. Будь-яке тіло можна вважати сукупністю (системою) взаємно зв'язаних матеріальних точок.

Абсолютно тверде тіло є незмінною системою матеріальних точок.

Слід розуміти, що матеріальна точка і абсолютно тверде тіло є поняттями абстрактними і лише наближено відображають реальний світ.

Але використання цих абстракцій значно спрощує дослідження рівноваги та руху дійсних матеріальних об’єктів.

Сила,система сил. Рівнодійна сила

Досвід людства показує, що стан рівноваги чи руху матеріального тіла залежить від його взаємодії із зовнішнім середовищем. В теоретичній механіці розглядається тільки механічна взаємодія, яка спричиняє зміну характеру руху матеріальних тіл, або їх деформацію.

У природі тіла по-різному взаємодіють між собою або з навколишнім середовищем. Механічну взаємодію тіл, тобто взаємодію, яка позначається на їх стані спокою або руху (механічний стан), характеризують силами

Величина, яка є мірою механічної взаємодії (тиск, притягання, відштовхування) одного матеріального тіла на друге, називається ***силою.***

Вона характеризується трьома елементами: числовим значенням, напрямом і точкою прикладання. Отже, *сила — величина векторна.*

Числове значення сили називають модулем вектора сили. Напрям сили — це напрям того руху, якого під дією цієї сили набула б матеріальна точка, що перебувала в стані спокою.

Пряму, по якій напрямлений вектор сили, називають лінією дії с и л и.

З фізики відомо, що Міжнародна система одиниць (СІ) одиницею вимірювання модуля сили встановила ньютон (Н).

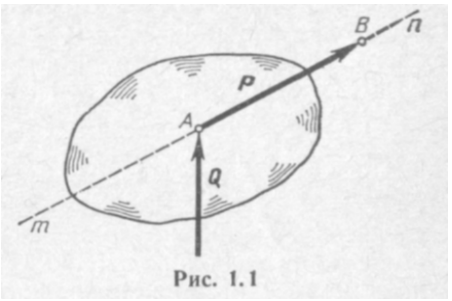

Рис. 1.1

Ньютон — це така сила, яка надає тілу масою 1 кг *прискорення* 1 м/с^2 *у напрямку дії сили:*

9,81 Н= 1 кгс (у системі МКГСС).

У допустимих наближених розрахунках можна брати 1 Н =0,1 кгс, що дає похибку, яка приблизно дорівнює 2 %.

Кратні і частинні одиниці вимірювання сили утворюються множенням або діленням основної одиниці на степінь числа 10. Відповідно до ГОСТу їх назви утворюються додаванням десяткових приставок:

мега (М) - 10^6 деці (д) -!0^{-1}

кіло (к) - 10^3 санти (с) - 10^{-2}

гекто (г) - I0^2 мілі (м) - 10^{-3}

деко (де) - 10 мікро (мк) - 10^{-6}

Наприклад, кілоньютон (кН) = 10^3 Н, меганьютон (МН) =

10^6 Н, міліньютон (мН) = 10^{-3} Н.

Графічно силу зображають відрізком прямої з стрілкою; довжина відрізка в певному масштабі дорівнює модулю вектора сили (рис. 1.1). Масштаб сили показує, скільки одиниць модуля сили містить одиниця довжини її вектора

На рис. 1.1 зображено силу, прикладену в точці *A,* яка діє по лінії *mn.* Вектор сили позначимо великою латинською жирною літерою ***P,*** а модуль сили—тією самою літерою, але світлою *P*.* * У деяких книжках вектори позначають латинськими літерами із стрілочкою над ними *(P* та ін.), а модулі — тією самою літерою без стрілки. Цей спосіб доцільно застосовувати для написання векторних рівностей на класній дошці.

Для вектора сили *P* точку *A* називатимемо початком, а точку *B* — кінцем вектора. Часто зручно зображати вектор сили так, щоб стрілка, яка стоїть у кінці вектора, впиралася в точку прикладання сили (сила ***Q*** на рис. 1.1).

Сукупність тіл (у тому числі матеріальних точок), будь-яким способом зв'язаних між собою, називають системою тіл.

Сили взаємодії між тілами, що входять у дану систему, називають внутрішніми, а сили, з якими діють на дану систему інші тіла,— зовнішніми.

Якщо дану систему розрізати на частини і розглядати рівновагу кожної частини окремо, то внутрішні для всієї системи сили, які діють у перерізах, стануть зовнішніми силами для частин системи. Такий метод дає змогу визначити внутрішні сили, які діють у перерізах, і називається «методом перерізів». У технічній механіці його застосовують досить часто. Треба зазначити, що поділ сил на зовнішні і внутрішні умовний і залежить від змісту задачі і навіть методу її розв'язування.

Аксіоми статики

Умови, за яких тіло може перебувати в рівновазі, виводять з кількох основних положень, що їх приймають без доведень, підтверджених дослідами. Ці умови називають аксіомами статики. Основні аксіоми статики сформулював англійський учений Ньютон (1642—1727), тому їх назвали його іменем.

Аксіома I (аксіома інерції, або перший закон Ньютона).

Всяке тіло зберігає свій стан спокою або прямолінійного рівномірного руху, поки якісь сили не виведуть тіло з цього стану.

Здатність матеріального тіла зберігати рух, коли немає діючих сил, або поступово змінювати цей рух, коли на тіло починають діяти сили, називають інерцією або інертністю. Інертність — одна з основних властивостей матерії.

Відповідно до цієї аксіоми станом рівноваги вважають такий стан, коли тіло перебуває у спокої або рухається прямолінійно і рівномірно (тобто з інерції).

Аксіома II(аксіома взаємодії, або третій закон Ньютона).

Сили взаємодії двох тіл завжди однакові за модулем і протилежно напрямлені по одній прямій.

З третього закону Ньютона випливає, що однобічної дії одного тіла на друге не буває, тобто всі сили природи — парні сили.

Сукупність сил, прикладених до тіла (або системи тіл), називають системою сил. Сила дії будь-якого тіла на дане і сила протидії не є системою сил, бо вони прикладені до різних тіл. Якщо будь-яка система сил має таку властивість, що після прикладання до вільного тіла вона не змінює його механічного стану, то таку систему сил називають зрівноваженою.

Аксіома III (умова рівноваги двох сил).

Для рівноваги вільного твердого тіла, яке перебуває під дією двох сил, необхідно і достатньо, щоб ці сили дорівнювали одна одній за модулем і діяли по одній прямій у протилежних напрямках.

Умова, сформульована в цій аксіомі, необхідна для рівноваги двох сил. Це означає, що коли система двох сил перебуває у рівновазі, то ці сили мають дорівнювати одна одній за модулем і діяти по одній прямій у протилежних напрямках.

Умова, сформульована у цій аксіомі, достатня для рівноваги двох сил. Це означає справедливість оберненого формулювання аксіоми, а саме: якщо дві сили дорівнюють одна одній за модулем і діють по одній прямій у протилежних напрямках, то така система сил обов'язково перебуває у рівновазі.

Далі ознайомимося з умовою рівноваги, необхідною, але недостатньою для рівноваги.

Аксіома IV. *Рівновага* (як і будь-який інший механічний стан) *твердого тіла не порушиться, якщо до нього прикласти або відняти від нього систему зрівноважених сил.*

Висновок з аксіом III і IV.

Механічний стан твердого тіла не порушиться, якщо силу перенести вздовж лінії її дії.

Доведемо цей висновок. Нехай на тверде тіло серед інших сил діє сила *P,* прикладена в.точці *A* і діє по *ab* (рис. 1.2). У довільно взятій точці *B* на лінії *ab* прикладемо дві однакові за модулем і протилежно напрямлені сили $\boldsymbol{P_1}$ і $\boldsymbol{P_2}$, що діють по лінії a*b* Відповідно до аксіоми III сили $\boldsymbol{P_1}$ **і** $\boldsymbol{P_2}$ взаємно зрівноважені, а на основі аксіоми IV їх можна прикласти до тіла, не порушивши його механічного стану. Візьмемо сили $\boldsymbol{P_1}$ **і** $\boldsymbol{P_2}$ такими,щоб кожна з них за модулем дорівнювала силі **P:**

$$P_1 = P_2 = P$$

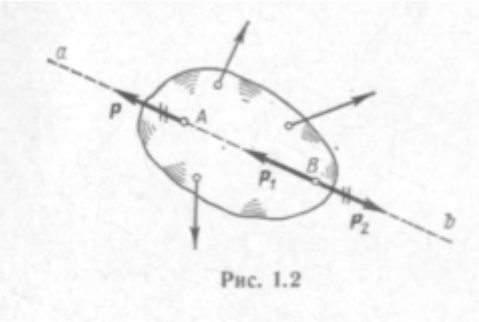

Рис. 1.2

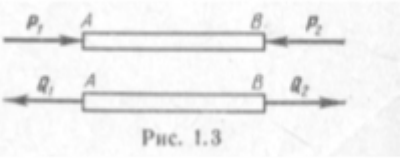

Рис. 1.3

Відповідно до аксіоми IV відкинемо сили **P** і $\mathbf{P_2}$ як такі, що взаємно зрівноважуються. Тоді силу $\mathbf{P_1}$ яка залишилася, можна розглядати як силу **P,** перенесену з точки *A* в точку *B* вздовж лінії дії; при цьому механічний стан не порушується. Отже, висновок доведено. Підкреслимо, що переносити силу вздовж лінії її дії можна тоді, коли розглядуване тіло абсолютно тверде.

Дві різні системи сил вважають еквівалентними, якщо одну з них можна замінити іншою, не порушивши механічного стану вільного твердого тіла.

Треба зазначити, що еквівалентні системи сил можуть спричинювати різні деформації нетвердого тіла. На рис. 1.3 зображено дві системи сил, які незалежно діють на той самий стержень *AB,* причому $\mathbf{P_1 = P_2}$, **а** $\mathbf{Q_1.=Q_2}$ Відповідно до аксіоми III кожна з цих систем не виводить стержень з рівноваги, тобто вони еквівалентні. Але система сил $(\mathbf{P_1}\ \mathbf{P_2})$ стискає стержень, а система сил ($\mathbf{Q_1}$, $\mathbf{Q_2}$) розтягує його. Еквівалентність систем сил умовимося записувати так:

$$(\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}) \equiv (\mathbf{Q_1}, \mathbf{Q_2}).$$

Відповідно до висновку з аксіом III і IV можна сказати, що дві сили еквівалентні, коли вони дорівнюють одна одній за модулем і діють по одній прямій у тому самому напрямі.

Два вектори сили (як і два будь-яких однорідних за розмірністю вектори) дорівнюють один одному, якщо вони паралельні, однаково напрямлені і однакові за модулем.

Одну силу, еквівалентну даній системі сил, називають р і в н о д і ю ч о ю, а сили цієї системи — складовими рівнодіючої.

Силу, яка зрівноважує дану систему сил, називають зрівноважувальною цієї системи.

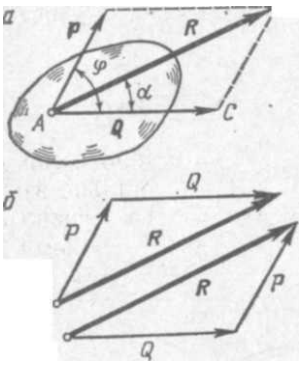

Рис. 1.4

Рівнодіюча і зрівноважувальна сили тієї самої системи дорівнюють одна одній за модулем і діють по одній прямій у протилежних напрямках.

Рівнодійна зрівноваженої системи сил дорівнює нулю, або інакше, *зрівноважена система сил еквівалентна нулю.*

Аксіома V (аксіома паралелограма).

Рівнодіюча двох сил, прикладених до тіла в одній точці, дорівнює за модулем діагоналі паралелограма,

побудованого на даних силах, збігається з діагоналлю і прикладена в тій самій точці.

Побудову діагоналі паралелограма (рис. 1.4, *а),* сторонами якого є задані вектори, називають векторним або геометричним додаванням. Отже, можна сказати, що *рівнодіюча двох сил, прикладених в одній точці, дорівнює їх векторній сумі і прикладена в тій самій точці*

$$\boldsymbol{R = P + Q}$$

Рівнодіючу двох сил можна знайти, побудувавши замість паралелограма сил трикутник сил (рис. 1.4, *б).* З рис. 1.4, *б* видно, що послідовність додавання векторів на величину рівнодіючої не впливає, тобто

$$\boldsymbol{R = P + Q = Q + P.}$$

Модуль і напрям рівнодіючої двох сил, прикладених в одній точці, можна знайти аналітично.

Для цього розглянемо трикутник *ABC* (рис. 1.4, а). За теоремою косинусів

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ\cos(\pi - \varphi) = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\varphi$$

звідки модуль рівнодіючої

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\varphi}\ .$$

За теоремою синусів

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin(\pi - \varphi)} = \frac{R}{\sin\varphi}$$

звідки знайдемо напрям рівнодіючої:

$$\sin\alpha = \frac{P\sin\varphi}{R}$$

Розглянемо окремі випадки додавання двох сил:

1. $\varphi = 0$, тоді $R = P + Q$.

Рівнодіюча двох сил, що діють по одній прямій в одному напрямі, дорівнює їх сумі і напрямлена по тій самій прямій і в той самий бік.

2. $\varphi = 180°$, тоді $R = P — Q$.

Рівнодіюча двох сил, що діють по одній прямій у протилежних напрямах, дорівнює різниці цих сил і напрямлена по тій самій прямій у бік більшої сили.

3. $\varphi = 90°$, тоді $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

Рівнодіюча двох сил, що діють під прямим кутом, дорівнює за величиною діагоналі прямокутника, побудованого на цих силах.

Тема 1.2: Плоска система сил.

План лекції

1 Система збіжних сил.
2.Геометричний та аналітичний способи визначення рівнодійної системи збіжних сил.
3.Геометрична та аналітична умови рівноваги плоскої системи збіжних сил.
4.Проекція сили на вісь.
5. Раціональний вибір координатних осей.

https://docs.google.com/presentation/d/1zLqU3MWGFDDN3Q8Fq02tDP5M--Yqw2IN/edit?usp=sharing&ouid=103912148940254308897&rtpof=true&sd=true

1 Система збіжних сил.

2. Геометричний спосіб визначення рівнодіючої плоскої системи збіжних сил

Систему сил, лінії дії яких лежать в одній площині і перетинаються в одній точці, називають плоскою системою збіжних сил

Теорема. Плоска система збіжних сил у загальному випадку еквівалентна рівнодіючій, яка дорівнює векторній сумі цих сил; лінія дії рівнодіючої проходить через точку перетину ліній дії складових.

Нехай дано плоску систему трьох сил $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ $\mathbf{P_3}$, лінії дії яких сходяться у точці *A*. За висновками з аксіом III і IV перенесемо ці сили вздовж ліній їх дії у точку *A*. Додавши сили $\mathbf{P_1}$, **і** $\mathbf{P_2}$ за правилом паралелограма, знайдемо їх рівнодіючу $\mathbf{R}_1$, (рис. 1, *а):*

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{P_1} + \mathbf{P_2}$$

Застосовуючи ту саму аксіому паралелограма, додамо рівнодіючу $\mathbf{R}_1$, і силу $\mathbf{P_3}$**:**

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_1 + \mathbf{P_3} = \boldsymbol{P_1 + P_2 + P_3},$$

де **R** — рівнодіюча даної системи трьох сил.

Такі самі міркування можна застосувати де будь-якої кількості збіжних сил, тоді

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{P_1 + P_2 + \ldots + P_n}$$

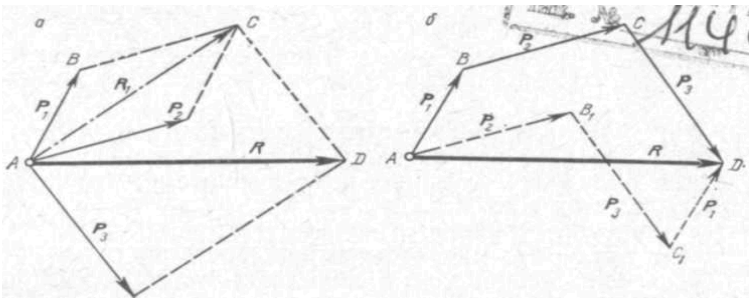

Рис. 1,а Рис.1,б

Скорочено це можна записати так:

$$\boldsymbol{R=\sum P_i}$$

де *i* — усі цілі числа від 1 до *n,* а грецька велика літера ∑ (сигма) означає суму.

Очевидно, що побудову, як на рис. 1 а, можна замінити простішою, зображеною на рис. 1, б. Багатокутник A*BCD* називають силовим багатокутником. Сторону *AD,* яка сполучає початок першого з кінцем останнього вектора, називають замикаючою стороною. Треба пам'ятати, що стрілки векторів складових сил утворюють певний напрям обходу за контуром силового многокутника, а замикаюча сторона, що визначає модуль і напрям рівнодіючої, має стрілку, напрямлену проти напрямку обходу (рис. 1, б).

Якщо рівнодіючу знаходять, застосовуючи геометрію і тригонометрію, то такий спосіб називають геометричним. Якщо у певному масштабі накреслити силовий багатокутник, то рівнодіючу можна визначити, вимірявши замикаючу сторону і помноживши її величину на масштаб. Такий спосіб знаходження рівнодіючої називають графічним. Порядок додавання векторів за допомогою силового багатокутника на величину рівнодіючої не впливає, бо векторна сума від зміни місць доданків не змінюється (рис. 1, б, багатокутник AB_1C_1D).

3.Геометрична та аналітична умови рівноваги плоскої системи збіжних сил

Геометрична умова рівноваги плоскої системи збіжних сил

Під час побудови силового многокутника можливі випадки, коли кінець останнього вектора збігається з початком першого. Тоді замикаючої сторони не буде, і такий многокутник називають замкненим.

Очевидно, що рівнодіюча **R** системи збіжних сил, які утворюють замкнений силовий многокутник, дорівнює нулю і, отже, ця система еквівалентна нулю, тобто перебуває у рівновазі.

Звідси випливає умова, за якої плоска система збіжних сил перебуватиме у рівновазі. Ця умова записується:

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{P_1 + P_2 + \ldots + P_n == \sum P_i = 0}$$

і формулюється так:

..для рівноваги плоскої системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб силовий багатокутник був замкнений.

Умови рівноваги, записані у вигляді рівностей, які мають невідомі величини, називають рівняннями рівноваги.

Застосовуючи геометричну умову рівноваги, зручно розв'язувати задачі, в яких на тіло діють три сили, бо тоді силовий багатокутник є трикутником.

Розв'язання більшості задач статики має три етапи:

1) вибирають тіло, рівновага якого розглядатиметься;

2) відкидають зв'язки, замінюючи їх реакціями, і встановлюють, яка система сил діє на тіло;

3) з умов рівноваги знаходять невідомі величини.

Розв'язуючи задачі технічної механіки, треба суворо дотримуватися правила про те, що *розмірності й одиниці вимірювання всіх доданків і обох частин рівності мають бути однакові.*

Користуючись цим правилом, у сумнівних випадках доцільно перевіряти правильність ходу розв'язування задач. Для цього в доданки рівності потрібно поставити одиниці вимірювання всіх величин, що входять до нього, і, зробивши можливі скорочення, порівняти добуті одиниці вимірювання правої і лівої частин

4.Проекції сили на осі координат

Коли на тіло діє більше, ніж три сили, і невідомі напрями деяких сил, під час розв'язування задач зручно користуватися не геометричною, а аналітичною умовою рівноваги, яка грунтується на м е т о д і проекцій.

Проекцією сили на вісь називають відрізок осі, що лежить між двома перпендикулярами, опущеними на вісь з початку і кінця вектора сили.

Нехай дані координати осі *x, y,* сила ***P,*** прикладена в точці *A* і розміщена в площині координатних осей (рис. 2). Проекціями сили ***P*** на осі будуть відрізки *ab* і *a'b'.* Позначимо ці проекції відповідно P_x і P_y

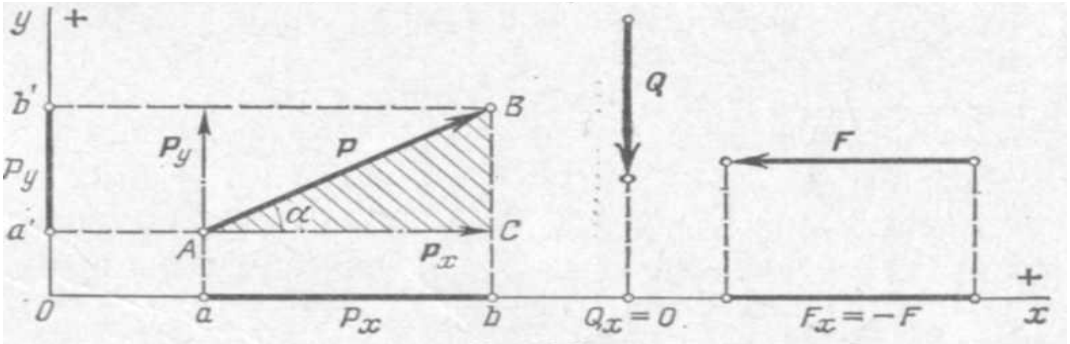

Рис. 2

Тоді $P_x = P\cos\alpha$, $P_y = P\sin\alpha$.

Проекція сили на вісь — це величина алгебраїчна, яка може бути додатною або від'ємною, залежно від напряму проекції.

За напрям проекції візьмемо напрям від проекції початку до проекції кінця вектора сили.

Встановимо таке правило знаків:

якщо напрям проекції сили на вісь збігається з додатним напрямом осі, то ця проекція вважається додатною, і навпаки.

Якщо вектор сили паралельний осі, то він проектується на цю вісь у натуральну величину (рис. 2, сила F).

Якщо вектор сили перпендикулярний до осі, то його проекція на цю вісь дорівнює нулю (рис. 2. сила *Q).*

Знаючи дві проекції P_X і P_y, з трикутника *ABC* визначаємо модуль і напрям вектора сили ***P*** за формулами:

модуль сили $$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2},$$

напрямний тангенс кута між вектором сили ***P*** і віссю *x*

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{P_y}{P_x}$$

Зазначимо, що силу **P** можна подати як рівнодіючу двох складових сил P_X і P_y, паралельних осям координат (рис. 2.).

Складові $\boldsymbol{P_X}$ **і** $\boldsymbol{P_y}$ і проекції P_X і P_y принципово відмінні одна від одної, оскільки складова — величина векторна, а проекція — величина алгебраїчна; але проекції сили на дві взаємно перпендикулярні осі *x* і *y* і модулі складових тієї самої сили відповідно чисельно однакові, коли сила розкладається у двох взаємно перпендикулярних напрямках, що паралельні осям *x* і *y.*

Аналітичний спосіб визначення рівнодіючої плоскої системи збіжних сил

Нехай дано плоску систему *n* збіжних сил

$$(P_1, P_2 \ldots P_n).$$

Рівнодіюча цієї системи

$$R = \sum P_i$$

У площині дії цієї системи візьмемо вісь координат і спроектуємо дані сили і їх рівнодіючу на цю вісь. З математики відома властивість проекції векторної суми, на підставі якої можна твердити, що проекція рівнодіючої на вісь дорівнює алгебраїчній сумі проекцій складових сил на ту саму вісь, тобто

$$R_x = \sum P_{ix}$$

Праву частину цієї рівності записуватимемо спрощено, а саме:

$$R_x = \sum \mathbf{X}$$

Щоб визначити рівнодіючу будь-якої плоскої системи збіжних сил, спроектуємо їх на осі координат *x* і *y,* алгебраїчно додамо проекції усіх сил і тоді знайдемо проекції рівнодіючої

$$\boldsymbol{R_x}=\sum\mathbf{X} \qquad \boldsymbol{R_y}=\sum\mathbf{Y}.$$

.

Знаючи проекції, визначимо модуль і напрям рівнодіючої:

модуль рівнодіючої $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

напрямний тангенс кута між вектором ***R*** і віссю *x* $tg(R, x) = \dfrac{R_y}{R_x}$.

Лінія дії рівнодіючої проходить через точку перетину ліній дії складових сил

Аналітичні умови рівноваги плоскої системи збіжних сил

Якщо дана плоска система збіжних сил перебуває у рівновазі, то рівнодіюча **R** такої системи, а отже, і проекції рівнодіючої на осі координат дорівнюють нулю:

$$R=0,\ R_x=0,\ R_y=0.$$

Враховуючи, що

$$\boldsymbol{R_x}=\sum\boldsymbol{X},\ \boldsymbol{R_y}=\sum\mathbf{Y},$$

знаходимо рівності, що виражають аналітичні умови рівноваги плоскої системи збіжних сил:

$$\sum\boldsymbol{X=0},\quad \sum\mathbf{Y=0}$$

. Формулюються ці умови так:

для рівноваги плоскої системи збіжних сил необхідно і достатньо, щоб алгебраїчна сума проекцій цих сил на кожну з двох координатних осей дорівнювала нулю.

5. Раціональний вибір координатних осей

За допомогою рівнянь рівноваги можна визначити два невідомі елементи даної системи сил, наприклад модуль і напрям однієї сили або модулі двох сил, напрями яких відомі і т. д. Виведені умови рівноваги дійсні для будь-яких осей координат, але для спрощення розв'язування задач осі координат доцільно вибирати по можливості перпендикулярними до невідомих сил, щоб кожне рівняння рівноваги мало одну невідому.

Коли напрям шуканої сили відомий, то її можна розкласти на дві складові за заданими напрямами, звичайно за напрямами координатних осей; за знайденими двома взаємно перпендикулярними складовими легко визначити невідому силу. Якщо під час аналітичного розв'язування задач шукана реакція виявиться від'ємною, то це означає, що дійсний її напрям протилежний до напрямку, взятого на рисунку.