Nombre premiers

Les nombres premiers sont des nombres qui ont seulement 2 facteurs: 1 et lui même.

Ex: 2, 3, 5, 7, et 11 ont seulement 2 facteurs

Nombres composés

Les nombres composés sont des nombres qui ont plus que 2 facteurs.

Ex: 24, 25, 26, 27, 28 ont plus que 2 facteurs

24: {1,2,3,4,6,8,12,24}
25: {1,5,25}
26: {1,2,13,26}
27: {1,3,9,27}
28:{1,2,4,7,14,28}

Facteurs[1]

Un **facteur** d'un nombre est un nombre entier qui divise ce nombre sans qu'il n'y ait de reste. En d'autres mots, un nombre entier est un facteur d'un autre nombre si le quotient est un nombre entier.

L'**ensemble des facteurs** d'un nombre correspond à tous les nombres entiers qui divisent ce nombre sans qu'il n'y ait de reste.

Ex: 4 est un facteur de 24, car 24÷4=6.
5 n'est pas un facteur de 24, car 24÷5=4,8 (Le quotient n'est pas un nombre entier).

- L'ensemble des facteurs de 24 est donné par:

{1,2,3,4,6,8,12,24}

[1] http://www.alloprof.qc.ca/bv/pages/m1062.aspx

Donne l'ensemble des facteurs de 32.

1. Se questionner sur les facteurs possibles en ordre croissant.

Est-ce que 1 divise 32 ?	
Est-ce que 2 divise 32 ?	
Est-ce que 3 divise 32 ?	
Est-ce que 4 divise 32 ?	
Est-ce que 5 divise 32 ?	
Est-ce que 6 divise 32 ?	
Est-ce que 7 divise 32 ?	
Est-ce que 8 divise 32 ?	

2. Écrire tous les facteurs entre accolades.
L'ensemble des facteurs de 32 est donc {1,2,4,8,16,32}.

Facteurs premiers

La **factorisation première** consiste à écrire un nombre naturel supérieur à 1 sous la forme d'un produit de facteurs premiers.

Un **facteur premier** est un facteur qui est un nombre premier.

Un **nombre premier** est un nombre qui se divise par 1 et lui même seulement.

Prenons le nombre 30.

Il est possible de factoriser ce nombre de la façon suivante.

$$30=5\times6$$

On remarque que le facteur 5 est premier, mais que 6 ne l'est pas. Pour obtenir la factorisation première de 30, on devra factoriser le nombre 6.

$$30=5\times6\Rightarrow30=5\times2\times3$$

Cette nouvelle factorisation est **première**, car tous les facteurs sont premiers.

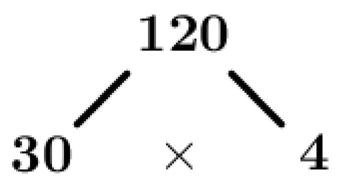
La factorisation première de 30 est donc donnée par :
$30=2\times3\times5$ (On écrit généralement les facteurs en ordre croissant)

Comme il est mentionné dans l'encadré *Important* ci-haut, cette factorisation est unique. Ce qui veut dire que, pour le nombre 30, il n'existe pas d'autres factorisations premières si on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs.

Arbre des facteurs premiers

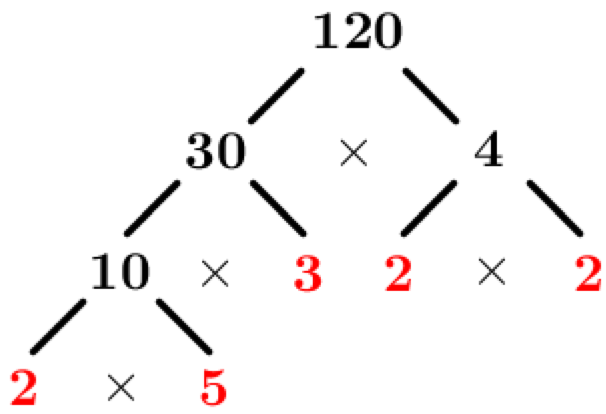
Décompose le nombre 120 en facteurs premiers.

1. Placer le nombre à factoriser au sommet de l'arbre et le décomposer en deux facteurs que l'on inscrira au bout de deux branches.
Plusieurs factorisations sont possibles pour cette première étape. Peu importe celle que l'on choisit, on aboutiera à la même factorisation première. Prenons $120=30\times4$.



2. Si l'un ou les deux facteurs ne sont pas premiers, continuer la factorisation jusqu'à ce que tous les facteurs aux extrémités des branches soient premiers.

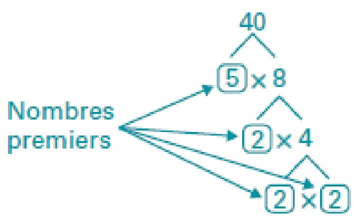
On remarque que 30 et 4 ne sont pas premiers. On devra donc continuer la factorisation de la façon suivante.



On sait que l'on a terminé lorsque tous les nombres aux extrémités des branches sont premiers.

3. Écrire le nombre comme un produit de facteurs premiers en utilisant les facteurs aux extrémités des branches de l'arbre.
La factorisation première de 120 est donc donnée par:

$$120=2\times2\times2\times3\times5$$

Étapes à suivre	Éléments à écrire dans la colonne « Arbre de facteurs »
– On écrit une paire de facteurs du nombre donné, soit 5 × 8.	
– On vérifie si les facteurs sont des nombres premiers : 5 est un nombre premier, mais 8 ne l'est pas. On décompose 8, soit 2 × 4.	
– On vérifie si les facteurs sont des nombres premiers : 2 est un nombre premier, mais 4 ne l'est pas. On décompose 4, soit 2 × 2.	
– Puisque 2 est un nombre premier, la décomposition est terminée.	
– On écrit l'expression sous la forme d'un produit de facteurs premiers.	$40 = 5 \times 2 \times 2 \times 2$
– On peut représenter le produit de facteurs premiers à l'aide de puissances.	$40 = 5 \times 2^3$

Multiples

Un **multiple** d'un nombre correspond au produit de ce nombre avec un autre nombre entier.

L'**ensemble des multiples** d'un nombre est le résultat de la multiplication de ce nombre par chacun des nombres entiers (Z).

Ex: 12 est un **multiple** de 3, car 3×4=12.

L'**ensemble des multiples** de 3 est obtenu en multipliant 3 par chacun des éléments de Z.
{…,-12,-9,-6,-3,0,3,6,9,12,…}

PGCD

PGCD signifie Plus Grand Commun Diviseur

Ex: Nous voulons trouver le plus grand commun diviseur (nous pouvons aussi dire facteur) de 24 et 18. Pour faire ceci nous pouvons utiliser plusieurs méthodes…

- Méthode 1 - énumération des diviseurs (facteurs) de chaque nombre afin de trouver les facteurs communs...

18 : {1,2,3,6,9,18}
24: {1,2,3,4,6,8,12,24}
Et nous pouvons voir que le plus grand chiffre qu'ils ont en commun c'est le 6.
PGCD {18,24} = 6

- Méthode 2 - utiliser l'arbre des facteurs premiers! *** (Voir diagramme en bas de page)

PPCM

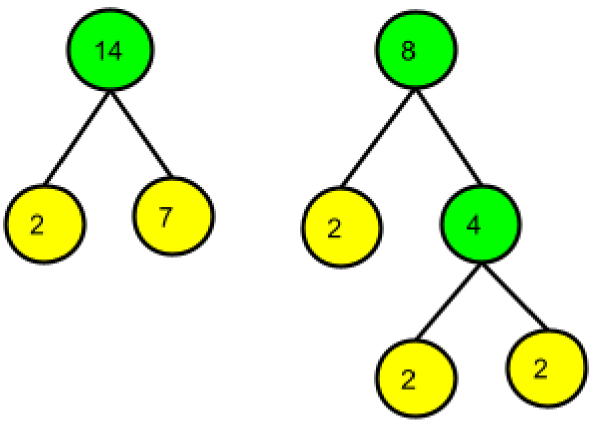
PPCM Signifie Plus Petit Commun Multiple

Ex: Nous voulons trouver le plus petit commun multiple de 14 et 8. Pour faire ceci nous pouvons utiliser plusieurs méthodes…

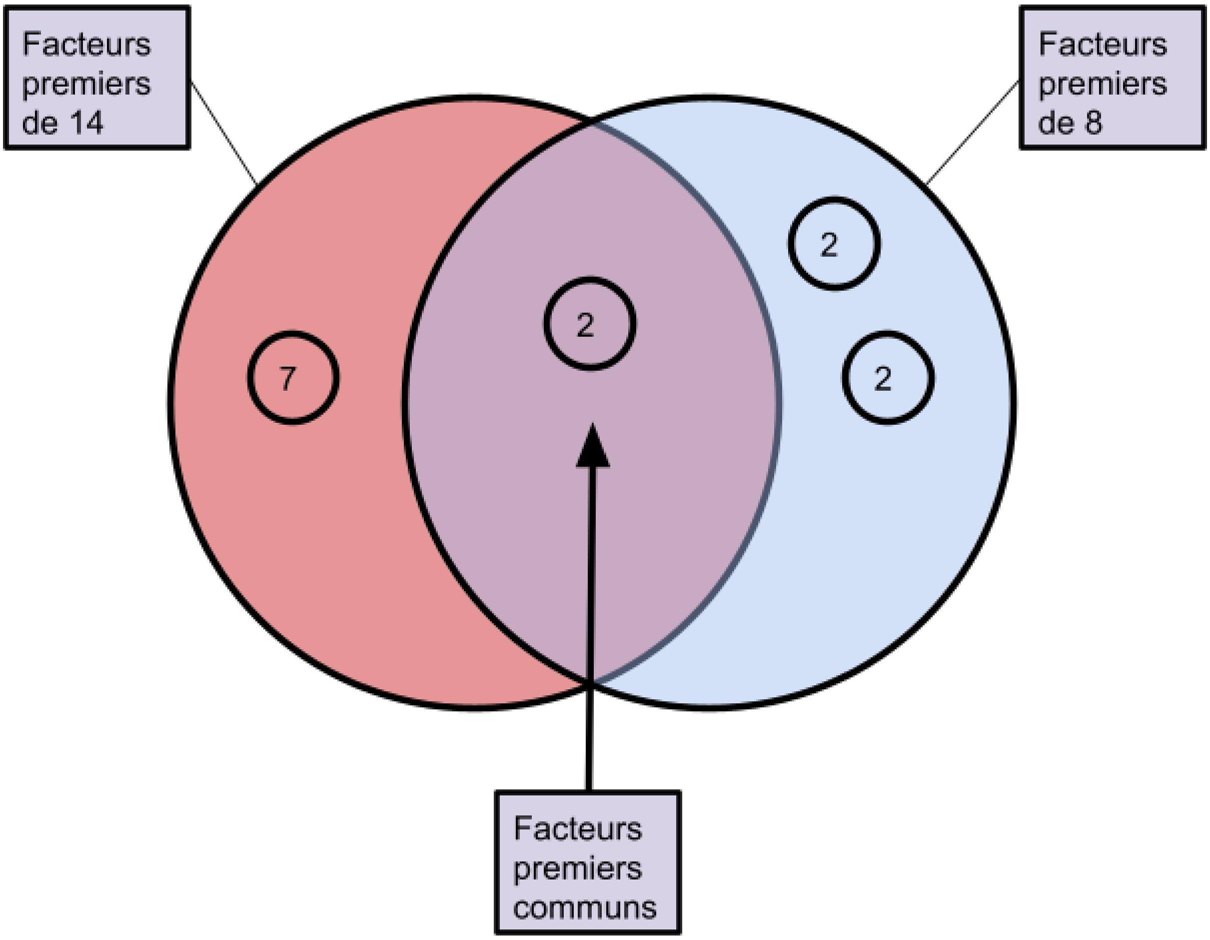
- Méthode 1 - énumération des multiples de chaque nombre afin de trouver les multiples communs...

14 : {14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112}
8: {8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80}
Et nous pouvons voir que le plus petit chiffre qu'ils ont en commun c'est le 56.
PPCM {14,8} = 56

- Méthode 2 - utiliser l'arbre des facteurs premiers! *** (Voir diagramme en bas de page) Voici l'arbre des facteurs premiers pour 14 et 8.



Pour trouver le PPCM et PGCD nous pouvons mettre 14 et 8 dans un diagramme de Venn

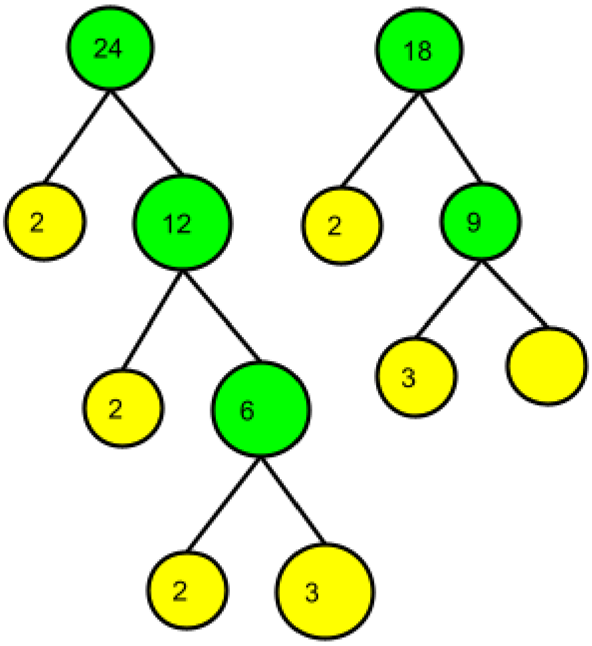


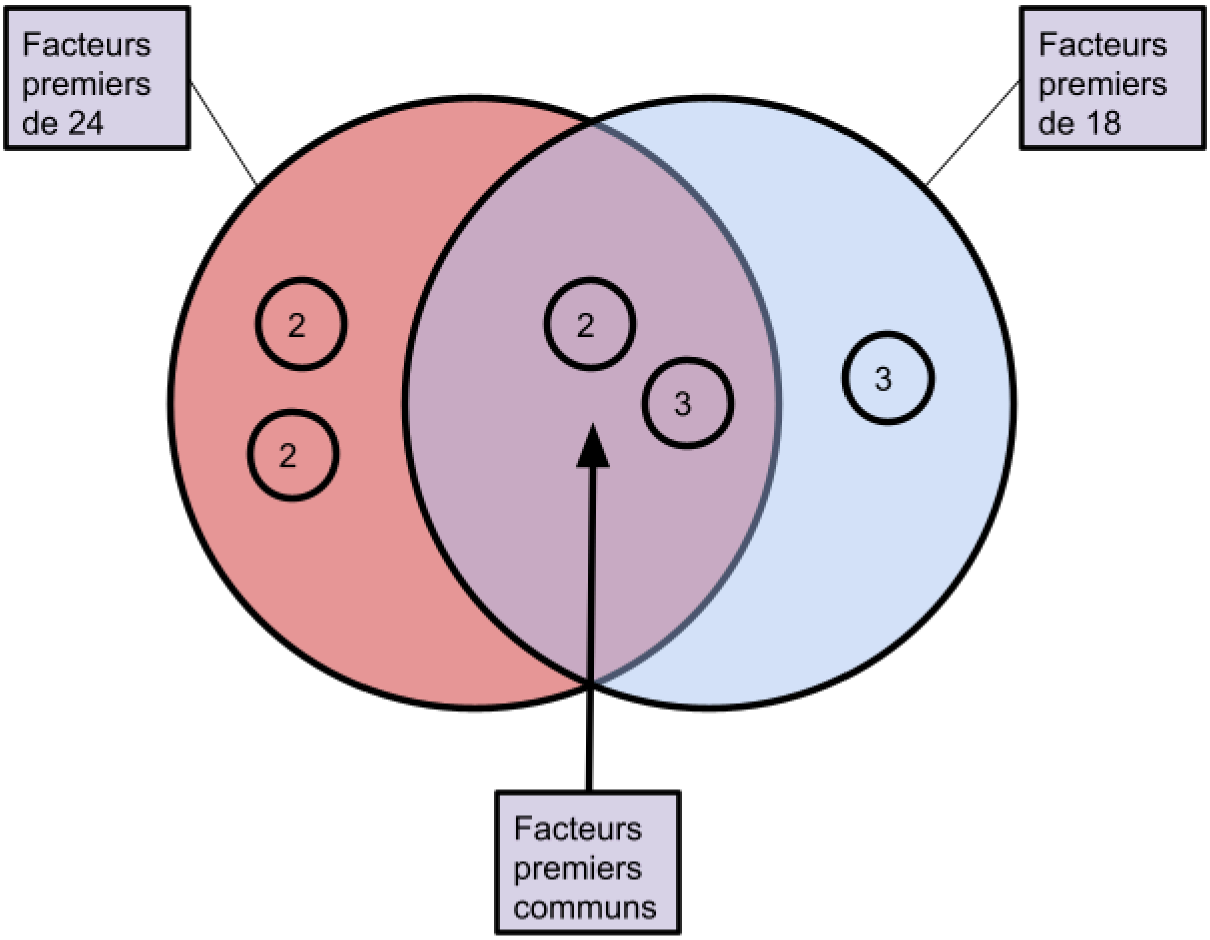
Pour obtenir le PPCM nous multiplions tous les nombres dans le diagramme.
PPCM {14,8} = 2*2*2*7 = 56

Pour obtenir le PGCD nous multiplions tous les nombre communs

PGCD {14,8} = 2

Essayons encore avec notre autre exemple: 24 et 18





Pour obtenir le PPCM nous multiplions tous les nombres dans le diagramme.
PPCM {24,18} = 2*2*2*3*3 = 72

Pour obtenir le PGCD nous multiplions tous les nombre communs

PGCD {14,8} = 2 *3 = 6