

Міністерство освіти і науки України
Державний вищий навчальний заклад
«Приазовський державний технічний університет»
Кафедра фізики

Цветкова О. В.

**ВИЗНАЧЕННЯ ЧИСЛА АВОГАДРО
МЕТОДОМ ПЕРРЕНА**

Методичні вказівки
для виконання лабораторної роботи № 16-в
за курсом «Фізика»
для студентів всіх спеціальностей
всіх форм навчання

Маріуполь
2021

УДК 538.91

Визначення числа Авогадро методом Перрена [Електронний ресурс]: методичні вказівки щодо виконання лабораторної роботи № 16-в за курсом «Фізика» для студентів усіх спеціальностей усіх форм навчання/уклад. О. В. Цветкова. – Маріуполь: ПДТУ, 2021. – 14 с. – Режим доступу:

Містять короткі відомості щодо постійних молекулярної фізики та розподілу Больцмана для частинок у потенційному полі. Розглянуто експеримент Перрена. А також містять методику експерименту та вказівки щодо віртуальної лабораторної роботи, яка виконується за допомогою комп'ютерної імітації.

Составник О. В. Цветкова, к.ф.-м.н, доцент

Програмне забезпечення Е. Коломойченко, студ.

Рецензент В. Г. Єфременко, д.т.н, професор

Затверджено
на засіданні кафедри фізики,
протокол №5 від 28 жовтня 2021 р.

Затверджено
на засіданні методичної комісії
факультету інформаційних технологій,
протокол №4 від 15 листопада 2021 р.

© ДВНЗ «ПДТУ», 2021

© О. В. Цветкова, 2021

ВСТУП

На зорі розвитку атомної теорії речовини (1811р.) А.Авогадро висунув гіпотезу, згідно з якою при однакових температурах і тиску в рівних обсягах ідеальних газів міститься однакове число молекул. Пізніше було показано, що ця гіпотеза є необхідним наслідком кінетичної теорії, і зараз вона відома як закон Авогадро. Його можна сформулювати так: один моль будь-якого газу при однакових температурі та тиску займає один і той же об'єм, при стандартних температурі та тиску (0°C , $1,01 \cdot 10^5$ Па) дорівнює 22,41383 л. Ця величина відома як молярний об'єм газу. Сам Авогадро не робив оцінок числа молекул у заданому об'ємі, але розумів, що це дуже велика величина. Першу спробу знайти число молекул, що займають даний об'єм, зробив у 1865р. Й.Лошмідт; було встановлено, що в 1 см^3 ідеального газу за нормальних (стандартних) умов міститься $2,68675 \cdot 10^{19}$ молекул. На ім'я цього вченого зазначена величина була названа числом (чи постійною) Лошмідта. З того часу було розроблено велику кількість незалежних методів визначення числа Авогадро. Чудовий збіг отриманих значень є свідченням реального існування молекул.

Наприкінці 2011 року на XXIV Генеральній конференції з мір і ваг одностайно прийнято пропозицію визначити моль у майбутній версії Міжнародної системи одиниць (SI) таким чином, щоб уникнути його прив'язки до визначення кілограма. Передбачалося, що моль у 2018 році буде визначено на основі числа Авогадро, якому буде приписано точне значення без похибки, що базуватиметься на результатах вимірювань, рекомендованих CODATA. До 20 травня 2019 року число Авогадро було вимірюваною величиною, що не приймається за визначенням. У 2015 році з найбільш прецизійних вимірювань отримано рекомендоване значення числа Авогадро $N_A = 6,02214082(11) \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$, отримане в результаті усереднення результатів різних вимірювань.

1 МЕТА РОБОТИ

Мета лабораторної роботи – вивчити експеримент Перрена і визначити постійну Авогадро.

Вказівки з підготовки до роботи: опрацюйте дане методичне керівництво та рекомендовану літературу; дайте відповіді на контрольні питання.

2 ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ

Властивості величезного скупчення молекул, що утворюють тіло, підлягають особливим статистичним закономірностям і їх можна вивчити за допомогою **статистичного методу**, який ґрунтується на тому, що властивості макроскопічної системи визначаються властивостями частинок системи, особливостями їх руху і усередненими значеннями динамічних характеристик цих частинок (швидкості, енергії тощо).

Існує певний якісний і кількісний зв'язок між властивостями сукупності молекул і середніми значеннями тих фізичних властивостей, які характеризують поведінку та властивості кожної молекули окремо. Наприклад, температура газу пов'язана із середнім значенням кінетичної енергії молекул. Для встановлення цього зв'язку не потрібно точно знати положення або швидкість кожної молекули, а досить знати їх ймовірні значення.

Введення середніх значень величин у молекулярній фізиці зумовлене не лише тим, що не можна стежити за рухом кожної молекули окремо через велику їх кількість, а й тим, що сукупність величезної кількості молекул дає нові властивості, яких немає в кожній молекули окремо і підлягає новим статистичним законам. У сучасній фізиці статистичний метод використовується у формі класичної [2] і квантової статистик [3].

Завдяки безладним рухам молекул і завдяки взаємним зіткненням молекул під час цього руху кожна молекула зокрема

може змінювати свою швидкість як за величиною, так і за напрямком. Тому в газі будуть як швидкі, так і повільні молекули. Але, хоча швидкості окремих молекул змінюються, властивості газу у стані термодинамічної рівноваги загалом при цьому не змінюються: параметри системи залишаються сталими. Зумовлено це тим, що швидкості газових молекул підлягають певному закону, тобто, незважаючи на повну хаотичність молекулярних рухів, розподіл молекул за швидкостями виявляється не випадковим, а цілком визначеним. До того ж він є однозначним і єдино можливим.

Дж. Максвелл теоретично розв'язав задачу про розподіл молекул ідеального газу за швидкостями поступального руху [1]. Він встановив закон, що дає змогу визначити, яка кількість молекул dn із загальної кількості n молекул ідеального газу в одиниці об'єму мають при даній температурі швидкості, які лежать в інтервалі від v до $v + dv$.

2.1 Барометрична формула. Розподіл Больцмана частинок у зовнішньому потенціальному полі

Дж. Максвелл вважав, що газ складається з великої кількості n однакових молекул, температура в усіх частинах посудини з газом теж однакова і відсутні зовнішні дії на газ. Тобто, якщо на молекули не діють зовнішні сили, то вони рівномірно розподіляються по об'єму посудини. Однак молекули будь-якого газу завжди перебувають в полі сил тяжіння Землі. Якби не було тяжіння, то атмосферне повітря розсіялося б по всьому Всесвіту. А якби не було теплового руху молекул атмосферного повітря, то всі вони впали б на Землю. Тяжіння і тепловий рух приводять до стаціонарного стану газу, при якому його тиск і концентрація зменшується з висотою.

Розглянемо ідеальний газ, маси всіх молекул якого однакові, температура стала і який знаходиться в однорідному полі тяжіння. Якщо тиск газу на висоті h дорівнює p (рис. 1), то

на висоті $h+dh$ він дорівнює $p+dp$, причому при $dh>0$ $dp<0$, оскільки тиск з висотою зменшується.

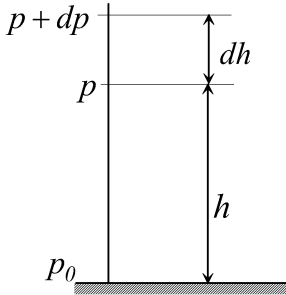


Рис. 57
Рисунок 1

Різниця тиску p і $p+dp$ чисельно дорівнює вазі газу, що знаходиться в об'ємі циліндра заввишки dh , а площа основи якого дорівнює одиниці:

$$p - (p + dp) = \rho g dh, \quad (2.1)$$

де ρ – густина газу на висоті h .

Використаємо рівняння Клапейрона-Менделєєва для визначення густини:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (2.2)$$

Звідси, густина газу

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT} \quad (2.3)$$

Тоді

$$-dp = \frac{\mu g p}{RT} dh, \quad \text{або} \quad \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} dh \quad (2.4)$$

Вважаючи, що температура не залежить від висоти й інтегруючи по тиску від p_0 до p , а по висоті від 0 до h , отримуємо

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} = -\frac{\mu g}{RT} \int_0^h dh, \quad \ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g}{RT} h, \quad (2.5)$$

звідки

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g}{RT} h} \quad (2.6)$$

Ця формула називається **барометричною формулою**. Аналізуючи її можна зробити висновок, що тиск газу зменшується із висотою експоненціально і тим швидше, чим важчий газ (чим більше μ) і чим нижча температура (рис. 2).

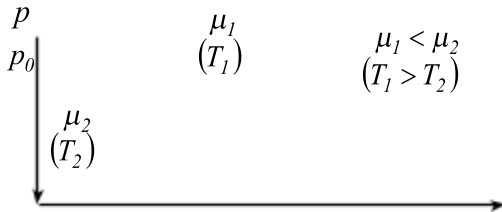


Рисунок 2 – Розподіл тиску по висоті

Барометрична формула дозволяє знайти співвідношення між концентраціями газу на різній висоті. Використаємо рівняння стану ідеального газу у вигляді $p = nkT$, де

n – концентрація молекул газу, k – постійна Больцмана. При $T = const$ отримуємо

$$nkT = n_0 kT e^{-\frac{\mu g}{RT} h}, \quad (2.7)$$

де n_0 – концентрація молекул на висоті $h = 0$.

Оскільки $\mu = m_0 N_A$, а $R = k N_A$, то

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = n_0 e^{-\frac{E_n}{kT}}, \quad (2.8)$$

де E_n – потенціальна енергія молекул в полі тяжіння.

Із збільшенням висоти концентрація молекул газу зменшується за експоненціальним законом. При високих температурах кількість молекул n незначно зменшується з висотою і при $T \rightarrow \infty \quad n \rightarrow n_0$, тобто підвищення температури викликає вирівнювання концентрації газу за висотою.

При $T \rightarrow 0K \quad n \rightarrow 0$, тобто всі молекули під дією сили тяжіння опускаються на дно посудини.

Больцман довів, що співвідношення (2.8) справедливе не тільки у випадку потенціального поля сил земного тяжіння, але і в довільному потенціальному полі сил для сукупності довільних однакових частинок, що знаходяться у стані хаотичного теплового руху. Тому вираз(2.8) називається **розподілом Больцмана** у зовнішньому потенціальному полі. Із цього виразу видно, що чим менша потенціальна енергія молекул, тим більша їх концентрація.

2 Дослід Перрена

У 1908-10гг. формула (2.8) була використана Ж.Перреном для визначення постійної Больцмана і числа Авогадро. Труднощі експерименту полягали в тому, що молекули газів невидимі в мікроскоп і вимірювання їх концентрацій на різних висотах неможливо. Перрен використовував той факт, що, як показали досліди з броунівським рухом [1], невеликі зважені частинки можна трактувати, як невзаємодіючі молекули дуже великих розмірів. Тому можна очікувати, що частинки типу броунівських, зважені в рідині і схильні до дії сили тяжіння, будуть розподілятися по висоті так само, як і молекули газу, тобто за законом (2.8).

Перрен досліджував емульсії, що склалися з двох

рідин, що змішуються: гумігута¹ чи мастики, які утворюють маленькі крапельки кулястої форми та однакового розміру, і води. За допомогою мікроскопа з дуже маленькою глибиною різкості, встановленого вертикально (рис.3) спостерігали розподіл зважених часток по висоті. Для цього мікроскоп фокусували на шари емульсії на різних висотах. У полі зору мікроскопа виявлялися частки в шарі глибиною не більше 0,001 мм і зовсім не було видно частинки, що лежать вище і нижче. Число частинок у полі зору було невелике, так що їх можна було порахувати. Ці вимірювання показали, що концентрація частинок дійсно зменшується з висотою по експоненціальному закону (2.8).

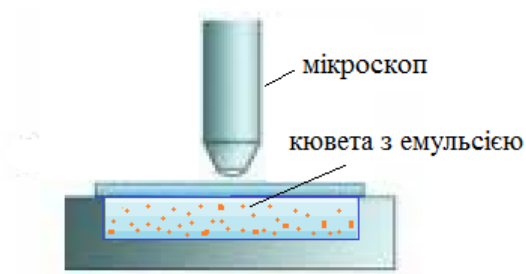


Рисунок 3 - Схема досліду Перрена

Слід зазначити та врахувати те, що кулясті частки зважені в рідині та сила Архімеда, що діє на частинку, зменшує силу тяжіння пропорційно вазі витісненої рідини. Для зручності, щоб не змінився вираз (2.8), можна ввести поняття ефективної ваги:

$$mg' = (\rho_1 - \rho_2)gV \quad (2.9)$$

де ρ_1 – густина броунівських частинок (кульок гумігута), ρ_2 – густина емульсії, V – об’єм частинок; що розраховується за

¹ Рід смолокамеді, яка витікає з ранок дерев сімейства гумігутових Східної Індії, має жовтий або жовто-червоний колір; вживається в медицині і для приготування жовтих водяних або масляних фарб і лаків.

формулою $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Радіус частинок r вже в часи Перрена визначали трьома методами з точністю до 1-2%, а сучасні методи крім оптичної мікроскопії мають в арсеналі електронну мікроскопію та скануючу зондову мікроскопію, але ці питання виходять за рамки цієї лабораторної роботи, тому радіус частинок при виконання роботи вважається відомим.

Враховуючи останнє зауваження, з (2.8) для двох довільних рівнів отримаємо

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{mg'(h_2-h_1)}{kT}},$$

де n_1 і n_2 – концентрація молекул на рівнях h_1 і h_2 . Цей вираз закону Больцмана можна використати для експериментального визначення постійної Больцмана:

$$k = \frac{mg'(h_2 - h_1)}{\ln \frac{n_1}{n_2}}. \quad (2.10)$$

З теорії [1] число Авогадро $N_A = \frac{R}{k}$, де R – універсальна газова стала $R=8,31$ Дж/моль К, тоді для визначення його значення отримаємо кінцеву розрахункову формулу

$$N_A = \frac{RT}{mg'(h_2 - h_1)} \ln \frac{n_1}{n_2}, \quad (2.11)$$

або з урахуванням (2.9)

$$N_A = \frac{3RT \ln \frac{n_1}{n_2}}{4\pi r^3 (\rho_2 - \rho_1) g (h_2 - h_1)}. \quad (2.12)$$

З подібних дослідів Ж. Перрен на початку визначив, що

$N_A = 6,5 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$. Подальші експерименти цим методом дають значення, які відрізняються від сучасного на 1%.

3 ЕКСПЕРИМЕНТ ТА РОЗРАХУНКОВА ЧАСТИНА ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

Для виконання лабораторної роботи завантажте програму на сайті <http://umm.pstu.edu/handle/123456789/250>

$$N_A = \frac{3RT \ln \frac{n_1}{n_2}}{4\pi r^3 (\rho_2 - \rho_1) g (h_2 - h_1)}$$

Робоча формула:

де r – радіус частинки,

ρ_1 – густина броунівських частинок, ρ_2 – густина емульсії

n_1 і n_2 – концентрація молекул на рівнях h_1 і h_2 ,

g – прискорення вільного падіння $g = 9,8 \text{ м/с}^2$,

універсальна газова стала $R = 8,31 \text{ Дж/моль К}$.

1. Виберіть різновид частинок з відповідним розчинником. Всі частинки з таблиці можна рахувати кульками, тому формула (2.12) з теорії виконується. Вхідні дані виберіть із таблиці 3.1:

Таблиця 3.1

Назва частинок	Радіус r , мкм	Густина ρ_1 , кг/м ³	Основа емульсії	Густина ρ_2 , кг/м ³
Гумігут	0,21	1000	вода	980
Мастика	0,52	1050	вода	980
Каолін	0,25	2500	мед	1350
Вуглецевий пил	0,25	2090	гліцерин	1260
Пил борошна	0,40	1410	гліцерин	1260

Пил сажи каучука	0,15	2120	мед	1350
---------------------	------	------	-----	------

- Виберіть початкове (саме нижче) положення окуляра мікроскопа, запишіть його в табл. 3.2. Прослідкуйте за броуновським рухом частинок. Зробіть «стоп-кадр»² та порахуйте кількість частинок які бачите на цьому рівні.
- Верніться до спостережень та зробіть заміри на рівні не менш 5 раз, тому, що теорія розподілу Больцмана є теорією ймовірностей і оперує середніми значеннями. Запишіть в табл. 3.2

Таблиця 3.2 експериментальних значень

$T=290\text{ K}$, $\rho_1=.....\rho_2=.....r=.....R=.....\Delta h=.....$

	№	Висота окуляра					
		$h_1=$	$h_2=$	$h_3=$	$h_4=$	$h_5=$	$h_6=$
Кіль кість част инок n	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
середнє							

- Підніміть окуляр вище на Δh . Повторіть п.2,3 ще раз. Заповніть табл. 3.2.
- Побудуйте графік залежності середньої кількості частинок від рівня, на якому вони зафіксовані $n(h)$. Переконайтеся, що

² Функція «стоп-кадр» має додаткову можливість – «створення допоміжних ліній», за допомогою яких поле спостереження можна розділити на смуги для полегшення процесу рахунку числа частинок. Врахуйте, чим більше частинок, тим більше буде потрібно таких ліній, але при додаванні нової лінії вона генерується на тому ж місці, тобто лінії потрібно зрушувати щодо положення генерації.

ця залежність експоненціальна і розподіл Больцмана (2.8) виконується.

6. Перенесіть результати експерименту в табл.3.3 та за нею розрахуйте $\ln \frac{\langle n_0 \rangle}{\langle n_i \rangle}$, де $\langle n_0 \rangle$ – кількість частинок на нижчому рівні h_1 , $\langle n_i \rangle$ – кількість частинок на рівні h_i .

Таблиця 3.3 розрахунків

	Висота h , мкм	Кількість частинок $\langle n_i \rangle$	$\frac{\langle n_0 \rangle}{\langle n_i \rangle}$	$\ln \frac{\langle n_0 \rangle}{\langle n_i \rangle}$
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Побудуйте графік залежності $\ln \frac{n_0}{n(h)}$ від висоти h та визначте його нахил, як $\text{tg}\alpha$.

$$\langle N_A \rangle = \frac{3RT \text{tg}\alpha}{4\pi r^3 (\rho_2 - \rho_1) g}$$

7. За розрахунковою формулою обчисліть середнє значення числа Авогадро в експерименті.

8. Визначте відносну похибку результату експерименту

$$\varepsilon = \frac{|N_A - \langle N_A \rangle|}{N_A} 100\%$$

та зробіть висновки по роботі.

4 КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Введіть поняття «моль речовини», число Авогадро.
2. Запишіть основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії, введіть універсальну газову сталу.
3. Як визначається стала Больцмана, який її фізичний зміст?
4. Основні поняття статистичного опису макросистем: ймовірність стану, функція розподілу.
5. Які основні положення розподілу Больцмана?
6. Виведіть барометричну формулу.
7. Які сили, що діють на частинки, враховуються під час виведення формули Перрена? Виведіть її.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. І.Р. Зачек, І.М.Кравчук, Б.М.Романишин, В.М.Габа, Ф.М.Гончар. Курс фізики: Навчальний підручник. – Львів: Видавництво «Бескид Біт», 2002р. –376с.
2. Основы статистической физики: в 2 ч. Часть 1. Статистика Максвелла-Больцмана: методические указания по выполнению практических работ по курсу «Физика» для студентов всех специальностей всех форм обучения / сост. Е. В. Цветкова. – Мариуполь : ПГТУ, 2017. – 29 с.
3. Основы статистической физики: в 2 ч. Часть 2. Статистики квантовых систем: методические указания по выполнению практических работ по курсу «Физика» для студентов всех специальностей всех форм обучения / сост. Е. В. Цветкова. – Мариуполь : ПГТУ, 2017. – 39 с.
4. Трофимова Т.И. Курс физики, М.: Высшая школа,1990. – 422с.