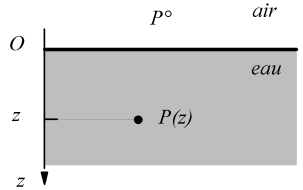
Banque d'épreuves G2E 2006
Physique

1. Exploration d'un Lac.



1.1. Par application de la forme locale de l'équation de la statique des fluides dans le cas d'un fluide incompressible, champ de pesanteur uniforme, axe vertical descendant.

$$\frac{dP}{dz} = +\mu g \quad soit \quad \int_{P(z)}^{P^\circ} dP = \mu g \int_z^0 dz \quad d'où \quad P^\circ - P(z) = \mu g z$$

$$P(z) = P^\circ + \mu g z$$

1.2. Compte tenu du pourcentage N_2/O_2 de l'air, une pression partielle $P(O_2)$= 1,5 bar correspond à une pression totale P = 7,5 bar. L'application numérique donne une profondeur critique :

$$z_1 = \frac{P - P^\circ}{\mu g} = \frac{(7,5-1,0).10^5}{1000 \times 10} = 65\ m$$

A priori, avec une profondeur h = 50 m du lac, le plongeur ne court aucun risque.

1.3. L'ivresse des profondeurs est observée pour une pression partielle $P(N_2)$ = 4 bar. La pression totale est donc P = 5 bar. L'application numérique donne :

$$z_2 = \frac{P - P^\circ}{\mu g} = \frac{(5,0-1,0).10^5}{1000 \times 10} = 40\ m$$

Cette fois ci, il y a un risque.

1.4. L'œdème pulmonaire est observé pour une pression partielle $P(O_2)$= 1,5 bar. Compte tenu du mélange, la pression totale est P = 10 bar ce qui correspond à une profondeur z_3 = 90 m. Il n'y a donc aucun risque. Le mélange, ne contient pas d'azote, il n'y a donc pas de risque lié à l'ivresse des profondeurs.

2. Tour en ballon.

2.1. Dans le cas d'un axe vertical ascendant, l'équation locale de la statique de fluides s'écrit :

$$\frac{dP}{dz} = -\mu_{air} g$$

Le champ de pesanteur est uniforme, mais le fluide n'est pas incompressible.

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{M_a P}{RT} g \quad soit \quad \frac{dP}{P} = -\frac{M_a g}{RT^\circ} \frac{dz}{1-az}$$

Par intégration,

$$\left[LnP\right]_{P^\circ}^{P(z)} = -\frac{gM_a}{RT^\circ}\left[-\frac{1}{a}Ln(1-az)\right]_0^z \quad soit \quad Ln\left(\frac{P(z)}{P^\circ}\right) = \alpha Ln(1-az)$$

Soit,

$$P(z) = P^\circ (1-az)^\alpha$$

2.2.
$$\mu_a(z) = \frac{M_a P}{RT} = \frac{M_a P^\circ (1-az)^\alpha}{RT^\circ (1-az)} = \frac{M_a P^\circ}{RT^\circ}(1-az)^{\alpha-1} = \mu^\circ (1-az)^{\alpha-1}$$

avec
$$\alpha = \frac{gM_a}{RT^\circ a} = \frac{10 \times 29.10^{-3}}{8,314 \times 290 \times 22,5.10^{-6}} = 5,35$$

2.3*. Montée d'un ballon à hélium dans l'atmosphère.*

2.3.1. Par construction, l'hélium et l'air atmosphérique sont à la même pression tant que l'enveloppe du ballon reste inférieure à V_{max}. La densité

$$d = \frac{\mu_{He}}{\mu_a} = \frac{M_{He} P / RT}{M_a P / RT} = \frac{M_{He}}{M_a}$$

de l'hélium est constante
L'application numérique donne, d = 0,14.

2.3.2. Le système considéré est le ballon, son enveloppe, la nacelle et la masse d'hélium contenu dans l'enveloppe. Un bilan de forces sur le ballon montre qu'il est soumis à son poids et à la résultante des forces de pression que l'on appelle la poussée d'Archimède. La force ascensionnelle est la résultante des forces extérieures.

$$\vec{F}_{asc}(z=0) = \vec{P} + \vec{\pi}_a = \left(-mg - m_{He}g + m_{air}g\right)\vec{u}_z = \left(\mu^\circ V^\circ(1-d) - m\right)g\,\vec{u}_z$$

2.3.3. Le ballon s'élève si la force ascensionnelle est dirigée vers le haut. Pour l'altitude z = 0, l'application numérique donne : F_{asc} = 603 N dirigée vers le haut.

$$V(z) = \frac{m_{He}}{\mu_{He}(z)} = \frac{\cancel{d}\,\mu^\circ V^\circ}{\cancel{d}\,\mu_a(z)} = \frac{\cancel{\mu^\circ} V^\circ}{\cancel{\mu^\circ}\left(1-az\right)^{\alpha-1}} = V^\circ\left(1-az\right)^{1-\alpha}$$

L'altitude z_{max} est donnée par l'expression suivante.

$$z_{\max} = \frac{1}{a}\left[1-\left(\frac{V_{\max}}{V^\circ}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right] = \frac{1}{22,5.10^{-6}}\left[1-\left(\frac{1000}{500}\right)^{\frac{1}{1-5,35}}\right] = 6,5.10^3\ m$$

Au-delà de l'altitude z_{max}, l'hélium ne peut plus augmenter de volume alors que le ballon continue son ascension. Il va donc y avoir une surpression dans l'enveloppe qui risque de se déchirer. La soupape permet d'éviter ce problème en libérant un peu de gaz.

3. Chute d'un flocon de neige.

3.1. Le système est le flocon dans le champ de pesanteur uniforme. L'axe *Oz* est supposé ascendant. Les forces qui s'exercent sur le flocon son le poids, la résultante de forces de pression ou poussée d'Archimède et la force de frottement fluide modélisée par la loi de Stokes.

$$\vec{F}_{ext} = \vec{\pi}_a + \vec{P} + \vec{f} = \left(m_a - m\right)g\,\vec{u}_z - 6\pi\eta R\vec{v} = \frac{4}{3}\pi R^3 g\left(\mu_a - \mu\right)\vec{u}_z - 6\pi\eta R\vec{v}$$

3.2. Par application du principe fondamental de la dynamique, en projection sur l'axe *Oz* ascendant.

$$\frac{4}{3}\pi R^3\mu\frac{dv}{dt} = \frac{4}{3}\pi R^3 g\left(\mu_a - \mu\right) - 6\pi\eta Rv \quad soit \quad \frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2R^2\mu}v = g\frac{\mu_a - \mu}{\mu}$$

Par identification, $\alpha = \dfrac{9\eta}{2R^2\mu}$ *et* $\beta = g\dfrac{\mu_a - \mu}{\mu}$

3.3. La vitesse limite est atteinte pour un temps $t >> \dfrac{2R^2\mu}{9\eta}$.

$$v_\infty = \frac{2R^2 g\left(\mu_a - \mu\right)}{9\eta} = \frac{2\times\left(0,5.10^{-3}\right)^2\times 10\times\left(1,3-100\right)}{9\times 20.10^{-6}} = -2,7\ ms^{-1}$$

3.4. La puissance est exprimée par :

$$P = \frac{\delta W}{dt} = \frac{f.dl}{dt} = f.v = 6\pi\eta Rv^2$$

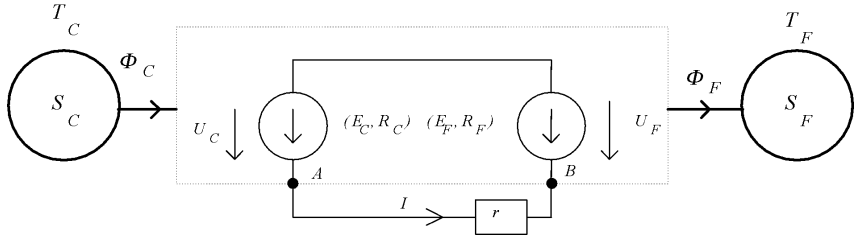
Le transfert thermique reçu par les frottements de l'atmosphère est :

$$Q = P\times\tau = 6\pi\eta R v_\infty{}^2\tau = 6\pi\eta R\left(\frac{2R^2 g\left(\mu_a - \mu\right)}{9\eta}\right)^2\tau = 1,4.10^{-3}\ J$$

3.5. Il faudra donc environ $1,06.10^4$ s pour liquéfier le flocon. Avec une vitesse limite de 2,7 $m.s^{-1}$, cela correspond à une hauteur de $2,8.10^4$ m. Le nuage est très vraisemblablement à une altitude inférieure. Le flocon restera donc à l'état de glaçon.

4. Etude d'une pile thermoélectrique.

4.1. On considère le montage suivant :



4.1.1. $I = \dfrac{E_C - E_F}{r + R_C + R_F}$ *d'où* $P = rI^2 = r\left(\dfrac{E_C - E_F}{r + R_C + R_F}\right)^2$

4.4.2. Le modèle équivalent Thévenin du dipôle ***AB*** est :

$E = E_F - E_C$ *et* $R = R_F + R_C$ soit $P = r\left(\dfrac{E}{r+R}\right)^2$.

4.2. Par définition,

$$\Phi_C = U_C.I = \left(E_C - R_C I\right) I = \left(\alpha T_C - R_C I\right) I$$

$$\Phi_F = -U_F.I = -\left(E_F + R_F I\right) I = -\left(\alpha T_F + R_F I\right) I$$

4.3. $\Phi_C + \Phi_F = \left(U_C - U_F\right) I = U_r I = rI^2 = P$

4.4.1. Le rendement du générateur est défini par la relation suivante :

$$\eta = \frac{P}{\Phi_C} = \frac{\Phi_C + \Phi_F}{\Phi_C} = 1 + \frac{\Phi_F}{\Phi_C}$$

4.4.2. $\eta = 1 + \dfrac{\Phi_F}{\Phi_C} = 1 - \dfrac{\alpha T_F + R_F I}{\alpha T_C - R_C I}$

4.4.3. Si $R = 0$ on retrouve une expression simplifiée du rendement,

$$\eta = 1 + \frac{\Phi_F}{\Phi_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

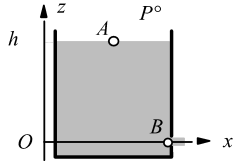
On retrouve le rendement du cycle de Carnot fonctionnant de manière réversible entre deux sources idéales. Le résultat était prévisible car imposer $R = 0$ revient à supprimer la dissipation d'énergie dans les résistances et donc rendre le cycle réversible.

4.5. La puissance reçue dans le résistor r est maximum si $\dfrac{dP}{dr} = 0$.

$$\frac{dP}{dr} = \frac{d}{dr}\left[r\left(\frac{E}{r+R}\right)^2\right] = \left(\frac{E}{r+R}\right)^2 - 2r\frac{E^2}{\left(r+R\right)^3} = \left(\frac{E}{r+R}\right)^2\left[1 - \frac{2r}{r+R}\right]$$

La puissance est maximum si $r = R$.

5. Vidange d'un récipient.



5.1. La conservation du volume de fluide donne :

$$\frac{dV}{dt} = -S\frac{dz}{dt} = -v_B s \quad soit \quad v_A = \frac{s}{S}v_B$$

En tenant compte des hypothèses de l'énoncé, on peut dire que $v_A << v_B$.

5.2. En négligeant les effets de la viscosité, on peut appliquer la relation de Bernoulli entre ***A*** et ***B*** sur une ligne de courant. On obtient la relation.

$$\cancel{P_B} + \mu g \cancel{z_B} + \frac{1}{2}\mu {v_B}^2 = \cancel{P_A} + \mu g z_A + \frac{1}{2}\mu \cancel{v_A}^2 \quad soit \quad v_B = \sqrt{2gh} = 1{,}7\ ms^{-1}$$

Le débit volumique en ***B*** est donné par la relation :

$$D = s \times v_B = s\sqrt{2gh} = 8{,}6.10^{-5}\ m^3.s^{-1}$$

5.3.1. D'après la relation présentée dans le texte, la viscosité est définie par le produit d'une pression par un temps. Son unité est donc le Pa.s soit $kg.m^3s^{-1}$.

5.3.2. A la sortie du tube en ***C*** ($x = L$) la pression est $P°$. D'après l'expression dérivée de la loi de Poiseuille, la pression à l'entrée est donc :

$$P_B = P° + \frac{8L}{s}\pi\eta\left\langle v\right\rangle$$

5.3.3. En négligeant les effets de la viscosité dans le réservoir, la pression en ***B*** est donnée par l'expression :

$$P_B = P° + \mu g h - \frac{1}{2}\mu\left\langle v\right\rangle^2$$

5.5.4. Par identification des deux égalités précédentes $<v>$ est solution de l'équation :

$$\frac{1}{2}\mu\left\langle v\right\rangle^2 + \frac{8L}{s}\pi\eta\left\langle v\right\rangle - \mu g h = 0$$

L'application numérique donne : $500\left\langle v\right\rangle^2 + 1000\left\langle v\right\rangle - 1500 = 0$

soit $<v> = 1{,}0\ ms^{-1}$. Le débit volumique correspondant est alors $D' = 5{,}0.10^{-5}\ m^3.s^{-1}$. L'effet de la viscosité a permis une réduction du débit volumique d'un facteur 1,7.