

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $z^2 - 6z + 18 = 0$ ، ثم أكتب الحلول على الشكل الأسّي.

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقاط D, C, B, A

المعرفة بلواحقها: $z_A = 3 + 3i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -z_A$ ، $z_D = -z_B$ على الترتيب

أ - بين أن النقاط D, C, B, A تنتمي إلى نفس الدائرة ذات المركز O مبدأ المعلم.

ب - عين زاوية للدوران R الذي مركزه O ويحول A إلى B .

ج - بين أن النقاط C, O, A في استقامية وكذلك النقاط D, O, B .

د - ما طبيعة الرباعي $ABCD$. مع التبرير؟

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقاط $A(1;1;0)$ ، $B(1;-2;4)$

$C(-1;0;1)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $2x + y - z + 3 = 0$.

1) ليكن $\vec{n}$ الشعاع الناطمي للمستوي (P) .

أ) هل يوجد عدد حقيقي α بحيث $\vec{AB} = \alpha \vec{n}$ ؟ ماذا تستنتج ؟

ب) بين أن تمثيل وسيطي للمستوي (Q) الذي يمر بالنقطة A ويوازي كل من $\vec{AB}$ و $\vec{n}$.

$$\begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = 1 - 3t + t' \\ z = 4t - t' \end{cases}$$

معرف بالجملة : حيث t و t' عددين حقيقيين.

ج) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (Q) ، و أن المستويين (P) و (Q)

متعامدان.

2) بين أن C نقطة مشتركة للمستويين (P) و (Q) و أن الشعاع $u(14;-11;17)$

يعامد

كل من $\vec{n}$ و $\vec{n}'$ ، حيث $\vec{n}'$ هو الشعاع الناطمي للمستوي (Q) .

(3) استنتج تمثيل وسيطي للمستقيم (D') المسقط العمودي للمستقيم (AB) على المستوى (P).

الصفحة 1 من 4

التمرين الثالث (04,5 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على المجال $[0; +\infty[$

والمستقيم (D) الذي معادلته $y = x$.

(1) أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور

الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

(ب) ما تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟

(ج) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$.

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{6-3u_n}{u_n+2}$

(أ) احسب $6-3u_{n+1}$ و $u_{n+1}+2$ ، ثم بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ ، عين نهايتها.

(ب) عبر عن u_n بدلالة v_n ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الرابع (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x + \frac{4}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو

منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x]$ ، ثم فسر النتيجةين بيانيا

$$f'(x) = 2 \left[\frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2} \right]$$

(2) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $\mathbb{R}$ و أن

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) أ) احسب $4 - f(-x)$. ماذا تستنتج ؟
 ب) احسب $f(3)$ ثم استنتج قيمة $f(-3)$.

(ج) عين معدلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1.71; -1.67[$ ، ثم بين أن

$$e^\alpha = -\frac{2+\alpha}{\alpha}$$

(6) ارسم (Δ) و (C_f) .

(7) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 2x - \frac{4(-e^{-x})}{e^{-x} + 1}$

ب) أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذوالة المعادلات:

$x = 0$ ، $x = 3 \ln 2$ و $y = 2x$ مع تظليل هذه المساحة في الرسم

الصفحة 2 من 4

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

1- $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 - 6z^2 + 12z - 16$

(1) احسب $P(4)$ ، ثم عين العددين الحقيقيين a و b حيث من أجل كل z من $\mathbb{C}$ لدينا :

$$P(z) = (z - 4)(z^2 + az + b)$$

(2) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$.

2- في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A ،

B و C لواحقتها على الترتيب

$$z_A = 4 ، z_B = 1 + i\sqrt{3} و z_C = 1 - i\sqrt{3}$$

- علم النقط A ، B و C ، ثم بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع.

3- نقطة لاحقتها: $z_K = -\sqrt{3} + i$

(1) عين احداثي النقطتين F و G حيث : F صورة K بالدوران مركزه O و

زاويته $\frac{\pi}{3}$ و G صورة K بالانسحاب شعاعه $\vec{OB}$.

- (2) أثبت أن المستقيمين (OC) و (OF) متعامدان.
- 4- H هي النقطة التي من أجلها يكون الرباعي $COFH$ متوازي أضلاع.
- (1) بين أن الرباعي $COFH$ مربع . ثم احسب إحداثي النقطة H .
- (ب) هل المثلث AGH متقايس الاضلاع ؟.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;1;1)$ ، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$

1- بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

2- تحقق أن الجملة :
$$\begin{cases} x = \beta + 1 \\ y = -2\alpha - \beta + 1 \\ z = -\alpha + 1 \end{cases} \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$
 هي تمثيل وسيطي للمستوي .

(ABC)

3- (P) المستوي المعرف بالمعادلة الديكارتية : $x - 2y - 2z + 6 = 0$

- بين ان المستويان (P) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

4- بين أن مبدا المعلم هو مرجح الجملة $\{(A,1), (B,1), (C,-1)\}$

5- (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق : $\|\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC}\| = 2\sqrt{3}$

(1) بين أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

(2) احسب إحداثيات E و D نقطتي تقاطع سطح الكرة (S) و المستقيم (Δ) .

(ج) ما هي طبيعة المثلث ODE ؟ ، ثم استنتج المسافة بين النقطة O و المستقيم (Δ)

الصفحة 3 من 4

التمرين الثالث : (04 نقاط)

α عدد حقيقي من المجال $]0,1[$

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{(\alpha + 1)u_n - \alpha}{u_n}$$

1-أ) برهن بالتراجع من اجل كل عدد طبيعي n أن : $u_n \geq 1$

(ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ، ثم استنتج أنها متقاربة ، (ج) احسب نهاية المتتالية (u_n) .

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - \alpha} \quad \text{ب: } \mathbb{N} \text{ متتالية معرفة على}$$

1) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها α . (ب) اكتب v_n بدلالة α و n ، ثم استنتج u_n بدلالة α و n

(ج) تأكد من نتيجة حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ في السؤال (1 - ج).

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول : g دالة عددية معرفة على $D =]0, +\infty[$ ب: $g(x) = 1 - \frac{x^3}{3} - 2 \ln x$

- 1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- 2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1 < \alpha < \sqrt{2}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة عددية معرفة على D ب: $f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $3cm$

$$1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$$

2- أثبت من أجل كل عدد حقيقي x أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ، ثم ادرس إشارتها. و شكل جدول تغيرات الدالة f .

3- أ) بين أن المستقيم (T) معادلته : $y = -\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (T) .

4- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) ميله $-\frac{1}{3}$ ، يطلب إعطاء معادلة له.

5- أنشئ كلا من (C_f) و (T) و (Δ) .

الجزء الثالث : (Δ_m) مستقيم معادلته : $y = -\frac{x}{3} + m$ ، حيث m وسيط حقيقي.

1- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (Δ_m) مع المنحنى (C_f) .

2- باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة : $x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ على D والتي تنعدم عند القيمة 1 .

3- احسب بـ : مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات:

$$y = -\frac{x}{3} \quad \text{و} \quad x = 1 \quad \text{و} \quad x = \alpha .$$

الصفحة 4 من 4