

Ελαστικές Μετωπικές Κρούσεις: Ασκήσεις Ακινητοποίησης Σώματος

Άσκηση 1:

Αντίρροπη Ελαστική Κρούση

Σφαίρα A μάζας $m_1 = 4 \text{ kg}$ κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_1 = + 12 \text{ m/s}$. Στην πορεία της συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με σφαίρα B μάζας $m_2 = \frac{8}{3} \text{ kg}$ που κινείται αντίρροπα με ταχύτητα $v_2 = - 3 \text{ m/s}$. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο μαζών αμέσως μετά την κρούση.

Οι τύποι της ελαστικής μετωπικής κρούσης είναι:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

1. Υπολογισμός ταχύτητας v_1' :

$$v_1' = \frac{4 - \frac{8}{3}}{4 + \frac{8}{3}} \cdot (+ 12) + \frac{2 \cdot \frac{8}{3}}{4 + \frac{8}{3}} \cdot (- 3) = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{20}{3}} \cdot 12 + \frac{\frac{16}{3}}{\frac{20}{3}} \cdot (- 3)$$

$$v_1' = \frac{4}{20} \cdot 12 - \frac{16}{20} \cdot 3 = \frac{48}{20} - \frac{48}{20} = 0 \text{ m/s}$$

2. Υπολογισμός ταχύτητας v_2' :

$$v_2' = \frac{2 \cdot 4}{\frac{20}{3}} \cdot (+ 12) + \frac{\frac{-4}{3}}{\frac{20}{3}} \cdot (- 3) = \frac{24}{20} \cdot 12 + \frac{12}{20} = \frac{288 + 12}{20} = + 15 \text{ m/s}$$

Συμπέρασμα: Η σφαίρα A ακινητοποιείται ($v_1' = 0$), ενώ η σφαίρα B αποκτά ταχύτητα $v_2' = + 15 \text{ m/s}$.

Άσκηση 2:

Ομόρροπη Ελαστική Κρούση (Περίπτωση Α)

Σφαίρα Α μάζας $m_1 = 3 \text{ kg}$ κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_1 = + 10 \text{ m/s}$ και συγκρούεται ελαστικά και μετωπικά με σφαίρα Β μάζας $m_2 = 5 \text{ kg}$ που κινείται ομόρροπα με ταχύτητα $v_2 = + 2 \text{ m/s}$. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες v'_1 και v'_2 αμέσως μετά την κρούση.

Έχουμε $m_1 + m_2 = 8 \text{ kg}$ και $m_1 - m_2 = - 2 \text{ kg}$.

1. Υπολογισμός ταχύτητας v'_1 :

$$v'_1 = \frac{-2}{8} \cdot (+ 10) + \frac{2 \cdot 5}{8} \cdot (+ 2) = - \frac{20}{8} + \frac{20}{8} = 0 \text{ m/s}$$

2. Υπολογισμός ταχύτητας v'_2 :

$$v'_2 = \frac{2 \cdot 3}{8} \cdot (+ 10) + \frac{5 - 3}{8} \cdot (+ 2) = \frac{60}{8} + \frac{4}{8} = \frac{64}{8} = + 8 \text{ m/s}$$

Άσκηση 3:

Ομόρροπη Ελαστική Κρούση (Περίπτωση Β)

Σφαίρα Α μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $v_1 = + 12 \text{ m/s}$ και προσκρούει ελαστικά και μετωπικά σε προπορευόμενη σφαίρα Β μάζας $m_2 = 4 \text{ kg}$, η οποία κινείται ομόρροπα με $v_2 = + 4,5 \text{ m/s}$. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των δύο σφαιρών αμέσως μετά την κρούση.

Έχουμε $m_1 + m_2 = 5 \text{ kg}$ και $m_1 - m_2 = - 3 \text{ kg}$.

1. Υπολογισμός ταχύτητας v_1' :

$$v_1' = \frac{-3}{5} \cdot (+ 12) + \frac{2 \cdot 4}{5} \cdot (+ 4,5) = - \frac{36}{5} + \frac{36}{5} = 0 \text{ m/s}$$

2. Υπολογισμός ταχύτητας v_2' :

$$v_2' = \frac{2 \cdot 1}{5} \cdot (+ 12) + \frac{3}{5} \cdot (+ 4,5) = \frac{24}{5} + \frac{13,5}{5} = \frac{37,5}{5} = + 7,5 \text{ m/s}$$

Τάσος τζανόπουλος