ПЛОЩИНА

Способи задання площини на епюрі

1. Трьома точками, які не лежать на одній прямій, - Σ (A, B, C).
2. Прямою і точкою, що не лежить на цій прямій, - Σ (a, в).
3. Двома прямими, що перетинаються, - Σ (m ∩ n).
4. Двома паралельними прямими, - Σ (a // в).
5. Будь-якою плоскою фігурою, - Σ (ABC).

Отже, на ортогональному рисунку площину задають проекціями перерахованих геометричних елементів.

Основним визначником площини є три точки (рис. 4.1), решта – похідні цього визначника.

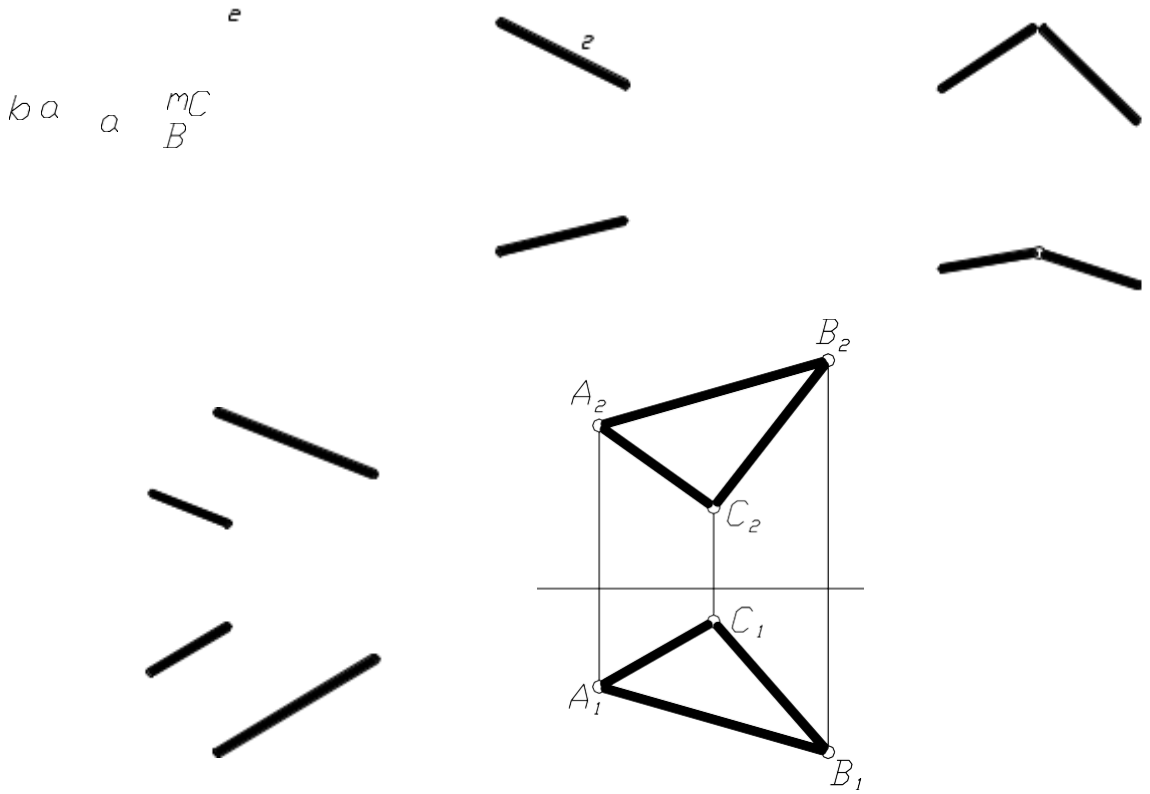


Рис. 4.1

Площина Δ може бути задана лініями перерізу її площинами проекцій, які називаються слідами.

На рис. 4.2 h^0 – горизонтальний слід, f^0 - фронтальний слід. Точку перетину слідів на осі проекцій називають точкою збігу слідів і позначають Δx .

На рис. 4.3 подано площину, яка на епюрі Монжа задана слідами, причому фронтальна проекція h^0_2 і горизонтальна проекція фронтального сліду f_1^0 збігаються з віссю x_{12}..

Сліди будь-якої прямої *a,* яка є підмножиною площини, належать однойменним слідам площини (рис. 4.2, 4.3). Отже, для побудови слідів площини, яка задана паралельними прямими, або прямими, що перетинаються, достатньо побудувати сліди прямих і з'єднати їх прямими лініями.

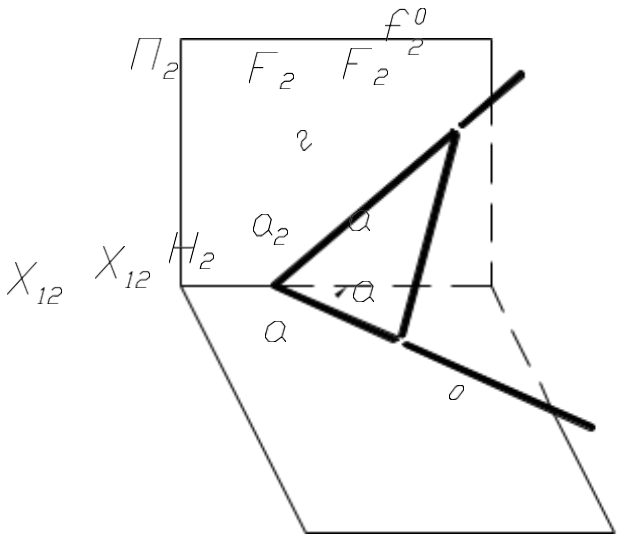


Рис. 4.2

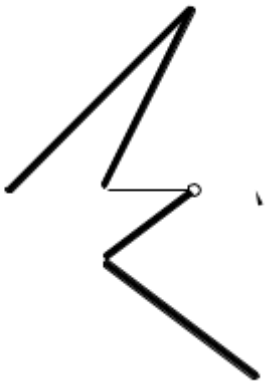


Рис. 4.3

Положення площини відносно площин проекцій

У системі координатних площин проекцій площина може займати загальне і особливе положення.

Площина загального положення не перпендикулярна до жодної площини проекцій (рис. 4.1 – 4.3).

До площин особливого положення належать:

1. Перпендикулярні до однієї площини проекцій (**проектуючі площини**).

2. Перпендикулярні до двох площин проекцій (**площини рівня**).

До проектуючих площин належать:

- горизонтально-проектуючу площину $\Delta \perp \Pi_1$ (рис. 4.4);
- фронтально-проектуючу площину $\theta \perp \Pi_2$ (рис. 4.5);
- профільно-проектуючу площину $\Psi \perp \Pi_3$ (рис. 4.6).

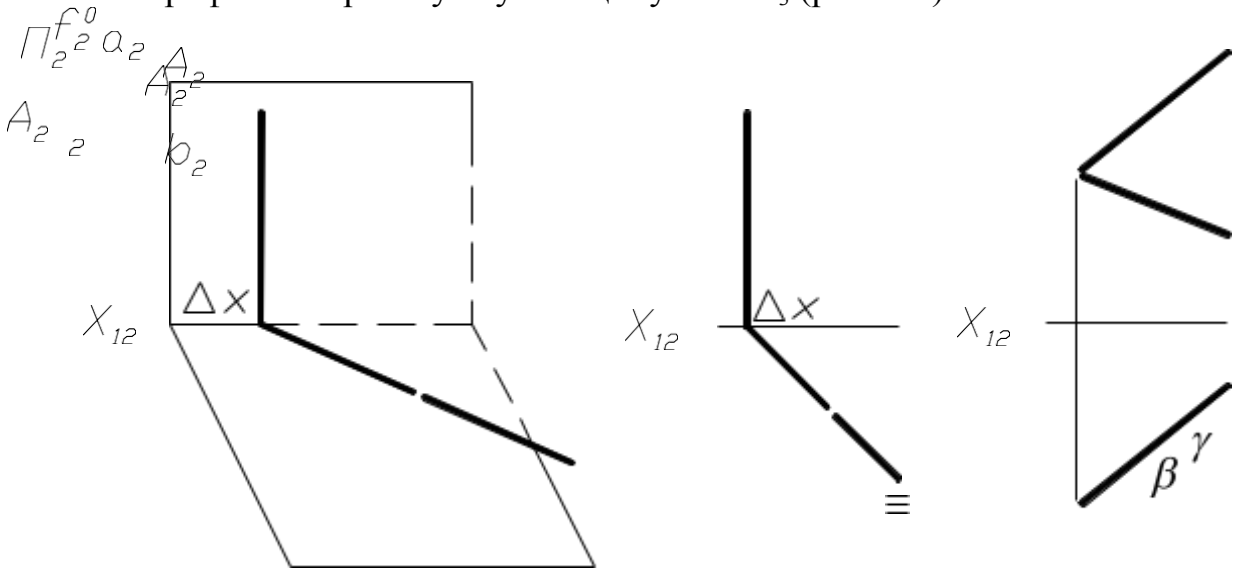


Рис. 4.4

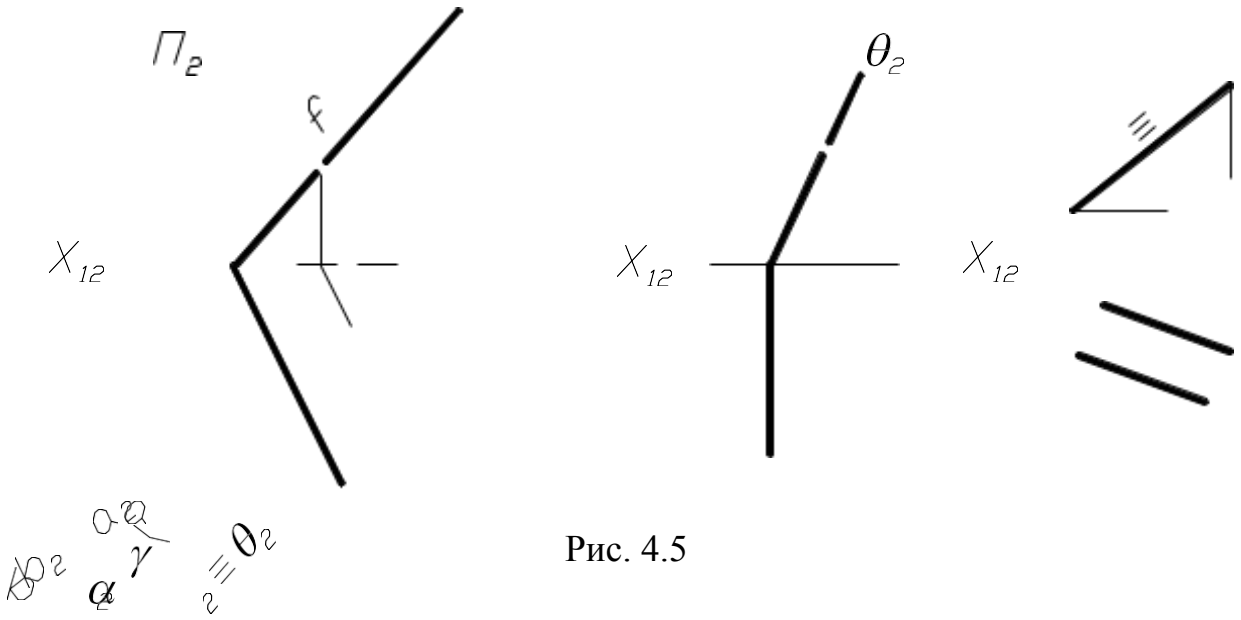


Рис. 4.5

Властивості проектуючих площин:

1. Проекція точки, а також будь-якої геометричної фігури, яка лежить у проектуючій площині θ, належить горизонтальному (рис.4.4), фронтальному (рис. 4.5), або профільному (рис. 4.6) сліду – проекції цієї площини.
2. Сліди-проекції утворюють з осями проекцій кути α, β, γ, які дорівнюють дійсним кутам нахилу площини до площин проекцій.

3. Другий слід f_2^0 (рис. 4.4), $h^0{}_1$ (рис. 4.5), p^0 (рис. 4.6) завжди перпендикулярний до осі проекцій.

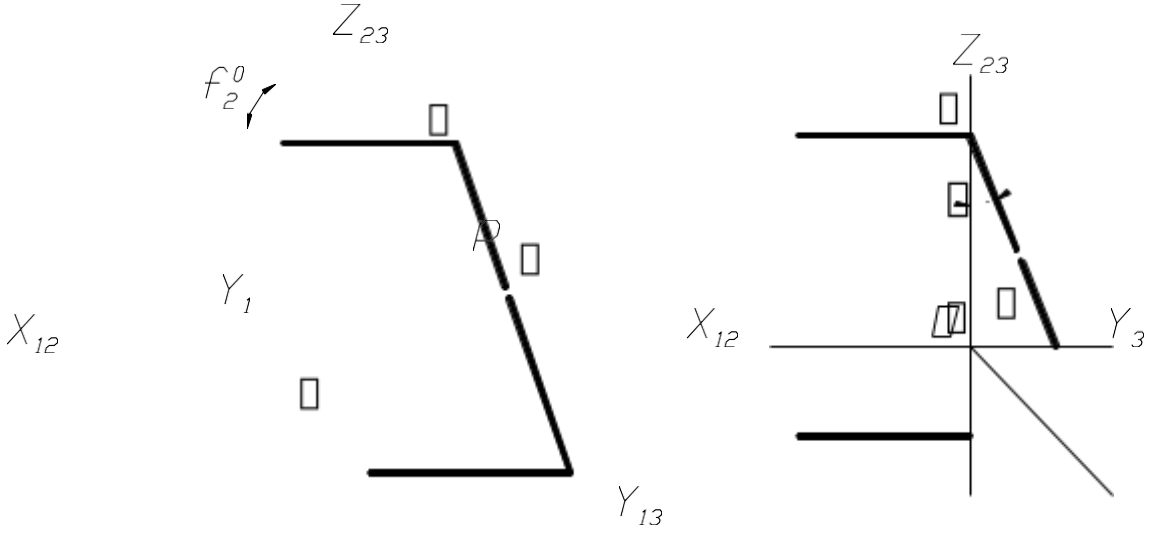


Рис. 4.6

До площин рівня належать: горизонтальні (θ // $П_1$), фронтальні (Ф // $П_2$) і профільні (Δ // $П_3$). Ці площини перпендикулярні двом іншим площинам проекцій.

На рис. 4.7 і 4.8 зображені відповідно горизонтальна і фронтальна площини рівня. Площинам рівня притаманні перша і друга властивості проектуючих площин. Крім того, прямі лінії та фігури, що є підмножиною цих площин, проектуються в дійсну величину на однойменну площину проекцій, а сліди – проекції завжди перпендикулярні осям проекцій.

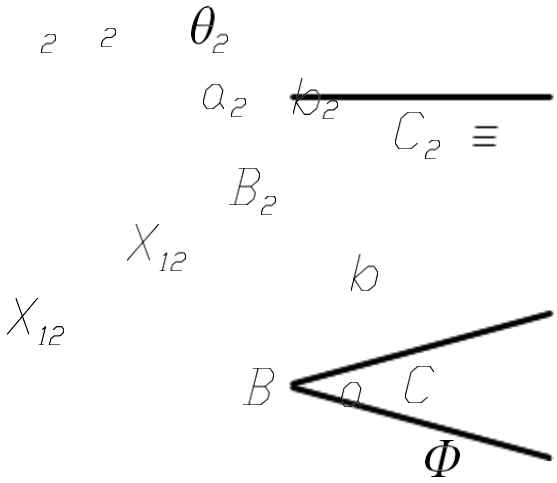


Рис. 4.7

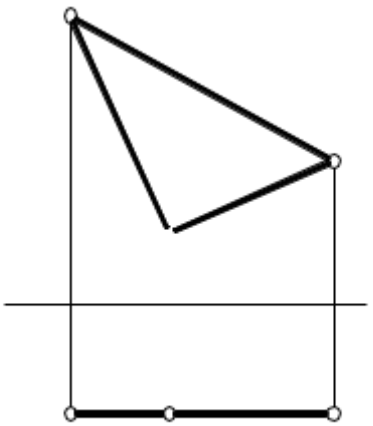


Рис. 4.8

Пряма і точка в площині

Точка належить площині, якщо вона лежить на прямій, що належить цій площині. Точка *A* (рис. 4.9) належить прямій *b* (на проекційному рисунку її проекції A_1 і A_2 знаходяться на вертикальній лінії проекційного зв′язку на однойменних проекціях b_1 і b_2 прямої *b*). Отже, точка *A* лежить у площині Δ ($a \cap b$). За такою самою ознакою точка $B \in \Delta\ (a \cap b)$.

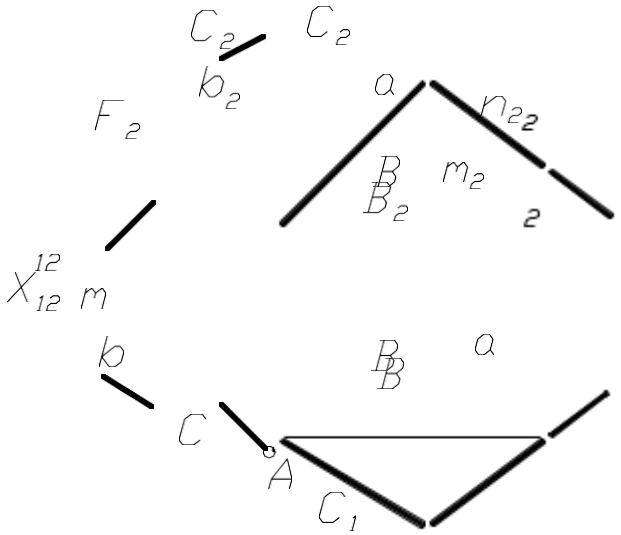


Рис. 4.9

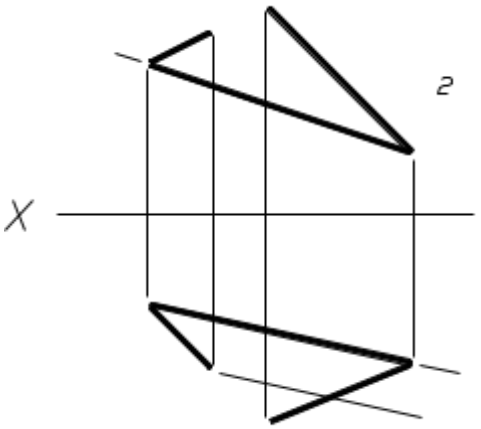


Рис. 4.10

Пряма належить площині, якщо має з нею дві спільні *точки*. Пряма *n* проходить через точки *A* і *B*, що належать площині Δ (на проекційному рисунку $A_1 \in b$, $A_2 \in b_2$, $b_1 \in a_1$, $b_2 \in a_2$). Отже, пряма *n* має дві спільні точки з площиною і належить площині Δ ($a \cap b$).

Пряма належить площині в тому і в тому випадку, коли має одну спільну точку з площиною і паралельна іншій прямій, яка належить цій площині.

На рис. 4.10 подано площину *Q* (*ABF*). Пряма *l* проходить через точку *C* , що лежить на стороні [*AF*] (на рисунку $C_1 \in [A_1F_1]$, $C_2 \in [A_2F_2]$) і паралельна прямій *m* , яка належить площині *Q* (на проекційному *рисунку* $l_1 \parallel m_1$, $l_2 \parallel m_2$). Отже, пряма *l* знаходиться в площині *Q (ABF)*.

Основні лінії площини

До основних ліній площини належать:

Прямі, які лежать у площині та паралельні одній з площин проекцій.

Прямі, які лежать у площині та перпендикулярні до будь-якої лінії, згаданої у першому пункті.

Прямі, що паралельні площині проекцій, належать площині рівня, тому їх називають **прямими (лініями) рівня.**

1. $h \parallel h^0 \in \Pi_1$ - горизонтальна пряма площини (горизонталь);
2. $f \parallel f^0 \in \Pi_2$ - фронтальна пряма площини (фронталь);
3. $p \parallel p^0 \in \Pi_3$ - профільна пряма площини.

Сліди h^0, f^0, p^0 площини R також належать до основних ліній. Їх називають нульовими лініями рівня.

Пряма, яка знаходиться в площині та перпендикулярна до горизонталі (фронталі або профільної прямої) називається **лінією найбільшого нахилу** до площини проекцій Π_1 (Π_2 або Π_3). Ці лінії визначають кути нахилу площини до площин проекцій.

1. $m \perp h$ - лінія найбільшого нахилу до горизонтальної площини проекцій;
2. $n \perp f$ - лінія найбільшого нахилу до фронтальної площини проекцій;
3. $l \perp p$ - лінія найбільшого нахилу до профільної площини проекцій.

Розглянемо детальніше деякі з цих основних ліній.

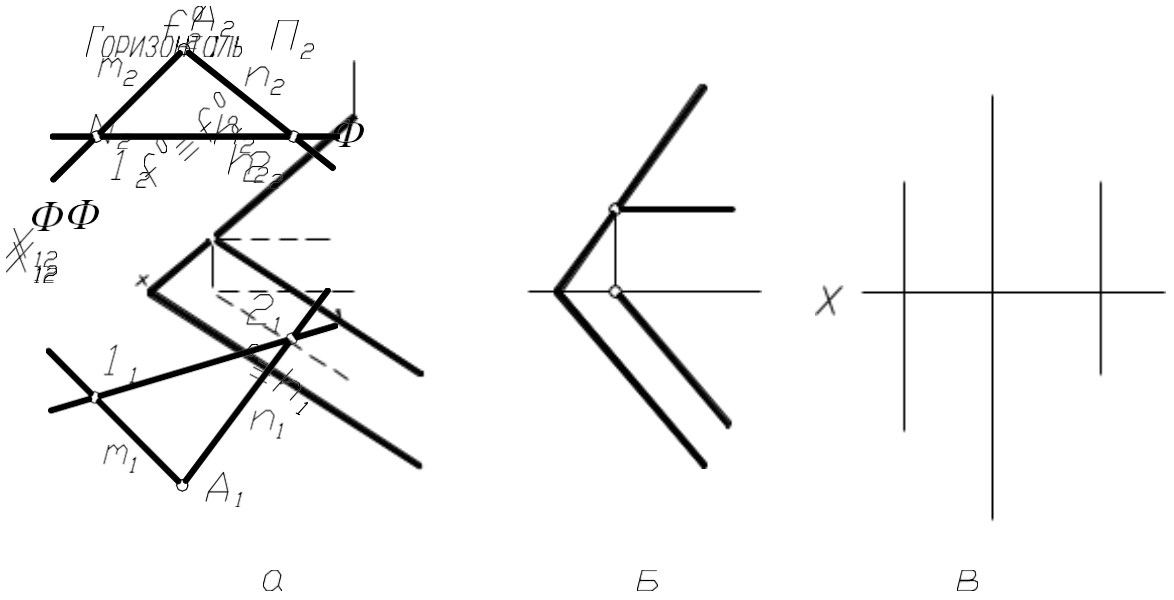
Горизонтальна пряма площини ($h \in \Phi, h \parallel \Pi_1$) (рис. 4.11 а)

Усі точки горизонталі мають однакові висоти, тому на ортогональному (рис. 4.11 б) фронтальна проекція h_2 горизонталі h паралельна осі x_{12} , а горизонтальна проекція h_1 паралельна горизонтальному сліду площини ($h_1 \equiv h^0$) або ж проходить через проекції 1_1 та 2_1 точок *1 й 2* (рис. 4.11 в) перетину з прямими m і n , які визначають площину $\Phi (m \cap n)$.

Фронтальна пряма площини ($h \in \Delta, h \parallel \Pi_2$) (рис. 4.12 а)

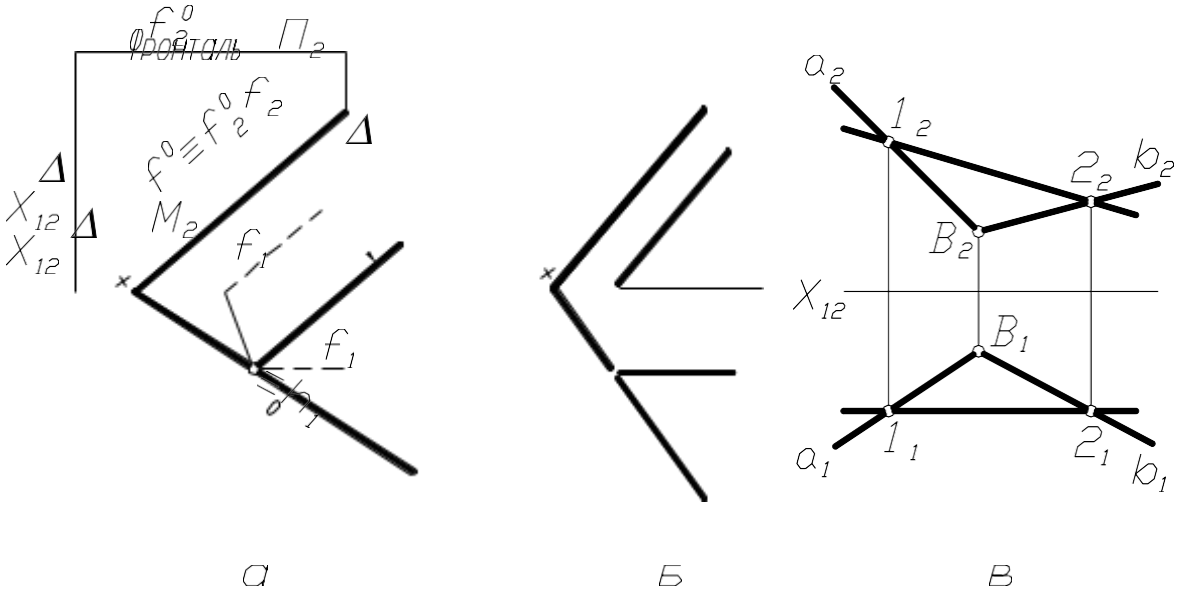
Усі точки фронталі мають однакові глибини, тому на ортогональному рисунку (рис. 4.12 б) горизонтальна проекція $f_1 \parallel x_{12}$, f_2 паралельна фронтальному сліду площини ($f^0 \equiv f$) або ж проходить через проекції 1_1 та

2_1 точок *1 і 2* перетину з прямими *a і b* (рис. 4.12 b), які визначають площину $\Delta\ (a \cap b)$.



а Б В

Рис. 4.11



а Б В

Рис. 4.12