

الشعبة : 3 تقني رياضي  
 المدة : 4 ساعات

### التمرين الأول : ( 04 نقاط )

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  حيث وحدة الطول هي 5cm.

نضع  $Z_0 = 2$  و من اجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $Z_{n+1} = \frac{1+i}{2} Z_n$

ولتكن النقطة  $M_n$  ذات اللاحقة  $Z_n$ .

(1) احسب  $Z_4, Z_3, Z_2, Z_1$  ثم مثل النقط  $M_4, M_3, M_2, M_1$  الى  $M_4, M_3, M_2, M_1$

(2) من اجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $U_n = |Z_n|$

بين ان المتتالية  $(U_n)$  هندسية و انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:

$$U_n = 2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n$$

(3) عين قيمة العدد الطبيعي  $n_0$  بحيث تنتمي النقطة  $M_{n_0}$  الى دائرة مركزها O ونصف قطرها 0.5 .

$$\frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1}} = i$$

(4) بين انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:

استنتج طبيعة المثلث  $OM_n M_{n+1}$ .

### التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

يحتوي صندوق على 10 كريات منها خمس كرات بيضاء تحمل الأرقام 4 ، 4 ، 4 ، 3 ، 1 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام

1، 1، 1، 3 و كرة سوداء تحمل الرقم 2- ، نسحب من الصندوق بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد .

① عين احتمال الحوادث التالية :  $A$  " الحصول على كرتين من نفس اللون "

$B$  " الحصول على كرتين من لونين مختلفين "

$C$  " الحصول على كرتين جداء رقميهما زوجي "

② ليكن المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل السحبة الرقم المعروف كما يلي :

● إذا سحبنا كرتين تحملا نفس الرقم نرفق لها الرقم نفسه ، إذا سحبنا كرتين تحملا رقمين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  .

ب) احسب الأمل الرياضي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي  $X$  .

الصفحة 1/2

### التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

نعتبر في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة الآتية :  $(E) \quad 11x - 5y = 2$

1) أ - تحقق أن الثنائية  $(x,y)$  من  $\mathbb{Z}^2$  حلا للمعادلة  $(E)$  .

ب- استنتج حلول المعادلة  $(E)$

2) ليكن  $n$  عددا طبعيا غير معدوم ، نضع  $a = 5n + 2$  و  $b = 11n + 4$

أ - عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين  $a$  و  $b$  .

ب - عين الثنائيات  $(a,b)$  بحيث يكون  $PGCD(a,b) = 2$  و  $PGCD(x,y) = 2$  .

ج - استنتج الثنائيات  $(a,b)$  بحيث يكون العددا  $a$  و  $b$  أوليان فيما بينهما .

3) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي غير المعدوم  $n$  ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $7^n$  على 10 .

ب- استنتج رقم آحاد العدد  $7^{2014}$  .

ج - عين الثنائيات  $(x,y)$  من  $N^* \times N^*$  التي هي حلول للمعادلة  $(E)$  و تحقق

$$7^{y-2x} \equiv 9 \pmod{10}$$

### التمرين الرابع: ( 07 نقاط )

I. نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بـ  $g(x) = -\frac{1}{x+1} + \ln(1+x)$  .

و  $(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  (الشكل اسفله).

(1) بقراءة بيانية شكل جدول تغييرات الدالة  $g$  .

(2) بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]0,7; 0,8[$  ، ثم استنتج اشارة  $g(x)$  .

II. لتكن الدالة  $f$  المعرفة  $]-1; +\infty[$  كمايلي:  $f(x) = 1 - x + x \ln(1+x)$  .

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  ، فسر النتيجة هندسيا.

- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي من المجال  $]-1; +\infty[$  :  $f'(x) = g(x)$  .

ثم استنتج جدول تغييرات الدالة  $f$  .

(3) اكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(4) اثبت ان:  $f(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha+1}$  ، استنتج حصر  $f(\alpha)$  .  
ثم انشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  .

الصفحة 2/3

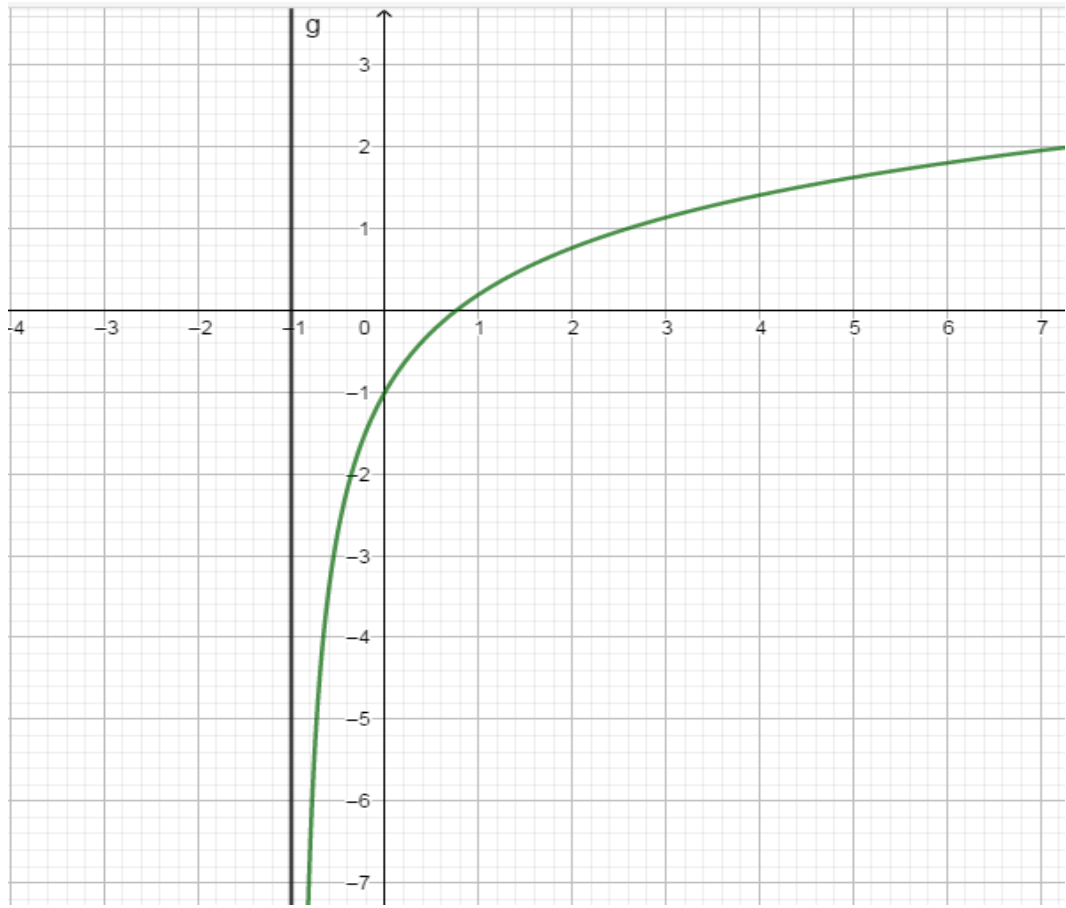
(5) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد واشارة حلول المعادلة :  $1 + x \ln(1+x) - m = 0$

III.  $h$  دالة معرفة بـ :  $h(x) = f(-|x|)$  .

و  $(C_h)$  تمثيلها البياني .

أ) بين أن الدالة  $h$  زوجية .

ب) ارسم  $(C_h)$  مستعينا بالمنحنى  $(C_f)$  .



□ وفقكم الله □ 

[illegible]

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|  |  |