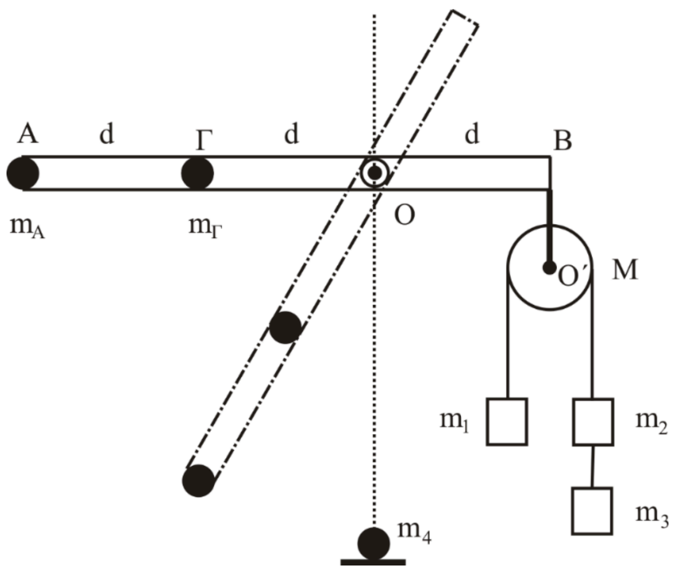
Από το 2011 στο 2023

Αβαρής ράβδος μήκους 3d (d=1m) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το Ο. Στο άκρο Α που βρίσκεται σε απόσταση 2d από το Ο υπάρχει σημειακή μάζα m_A και στο σημείο Γ, που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_Γ = 6$ kg. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο Β, είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας $M = 4$ kg από την οποία κρέμονται οι μάζες m_1, $m_2 = m_3 = 1$ kg. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα Ο΄. Το σύστημα ισορροπεί με όλα τα μέλη του ακίνητα και τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

α. Να υπολογίσετε την τιμή της μάζας m_1.

β. Να υπολογίσετε την τιμή της μάζας m_A.

Κόβουμε το νήμα Ο΄Β, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο Β.

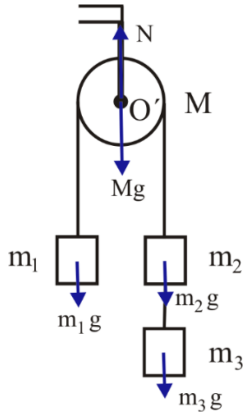


γ. Βρείτε την ταχύτητα της μάζας m_A όταν η ράβδος γίνει κατακόρυφη

δ. Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα $m_4 = 5$ kg. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Δίνεται: g=10 m/s^2.

Απάντηση.



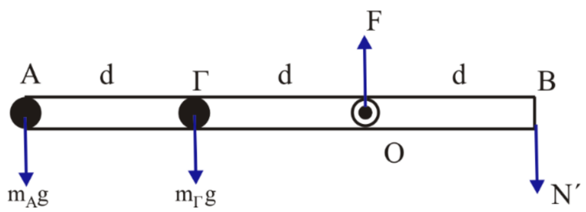
α. Αφού το σύστημα τροχαλία – νήματα – σώματα m_1, m_2, m_3 ισορροπεί έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(O')} = 0 \Rightarrow m_1 gR = m_2 gR + m_3 gR \Rightarrow m_1 = m_2 + m_3 \Rightarrow m_1 = 2\text{kg}$$

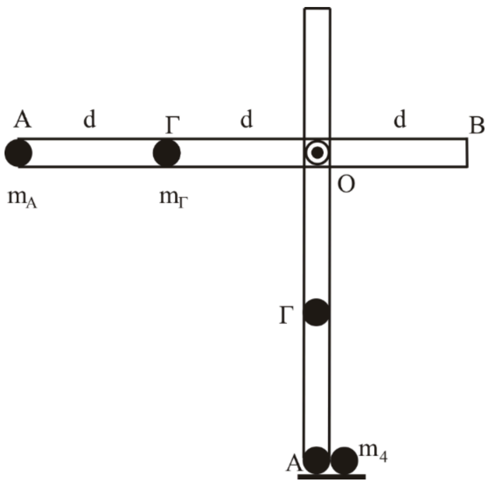
και $\Sigma F = 0 \Rightarrow N = m_1 g + m_2 g + m_3 g + Mg \Rightarrow N = 80\text{N}$

β. Για το σώμα ράβδος σώματα m_A, m_Γ:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow m_A g2d + m_\Gamma gd = N'gd \Rightarrow 20m_A + 60 = 80 \Rightarrow m_A = 1\text{kg}$$



γ. Από ΑΔΜΕ θεωρώντας μηδενική δυναμική βαρύτητας στο έδαφος:



$$(m_A + m_\Gamma) g2d = m_\Gamma gd + \frac{1}{2} m_A \upsilon_A^2 + \frac{1}{2} m_\Gamma \upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow$$

$$m_A g2d + m_\Gamma gd = \frac{1}{2} m_A (\omega 2d)^2 + \frac{1}{2} m_\Gamma (\omega d)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 = 5\omega^2 \Rightarrow \omega = 4\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\upsilon_A = \omega 2d \Rightarrow \upsilon_A = 8\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

δ. Από διατήρηση στροφορμής ως προς O στην κρούση:

$$m_A \upsilon_A 2d + m_\Gamma \upsilon_\Gamma d = (m_A + m_4)\upsilon'_A 2d + m_\Gamma \upsilon'_\Gamma d \Rightarrow$$

$$m_A \omega (2d)^2 + m_\Gamma \omega d^2 = (m_A + m_4)\omega' (2d)^2 + m_\Gamma \omega' d^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow 40 = 30\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{4}{3}\frac{rad}{s}$. Άρα $\upsilon'_A = \omega' 2d \Rightarrow \upsilon'_A = \frac{8}{3}\frac{m}{s}$

Πάλμος Δημήτρης
dimpalmos@gmail.com