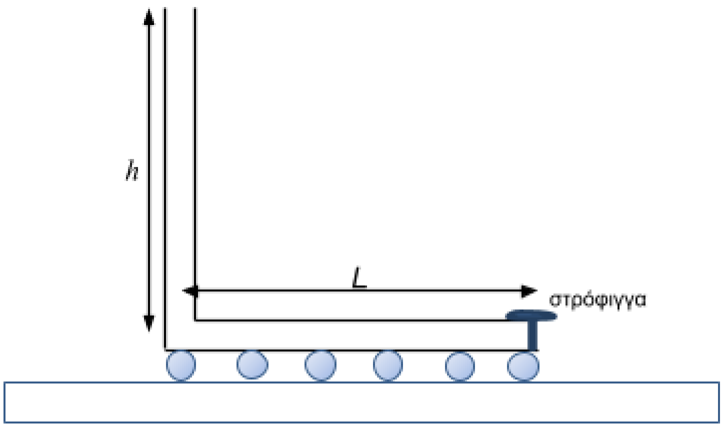
Η επιτάχυνση του σωλήνα και το σταμάτημα της ροής



Ας υποθέσουμε ότι ένας λεπτός σωλήνας τετραγωνικής διατομής *A*, γεμάτος με νερό, μπορεί να τοποθετηθεί πάνω σε μια σειρά από κυλίνδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα. Έστω ότι οι κύλινδροι μπορούν να κυλίονται χωρίς ολίσθηση σε κάθε επιφάνεια.

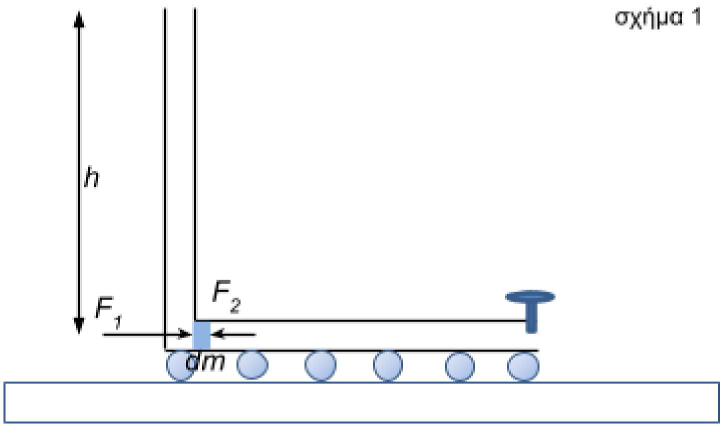
α) Αν κρατήσουμε το σύστημα ακίνητο και ανοίξουμε τη στρόφιγγα, το νερό χύνεται. Γιατί;

β) Αν επιταχύνουμε το σύστημα οριζόντια προς τα δεξιά τότε το ελάχιστο μέτρο της επιτάχυνσης, που πρέπει να έχει το κέντρο μάζας κάθε κυλίνδρου, ώστε να μη χύνεται το νερό είναι

α) $\dfrac{gh}{\sqrt{2}L}$ β) $\dfrac{gh}{L}$ γ) $\dfrac{gh}{2L}$

Θεωρείται γνωστή η επιτάχυνση της βαρύτητας *g* και το νερό είναι ιδανικό ρευστό.

Απάντηση



α) Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα 1, τη στιγμή που ανοίγουμε τη στρόφιγγα οι πιεστικές δυνάμεις που δέχεται μια μάζα *dm* νερού στη βάση του οριζόντιου τμήματος του σωλήνα είναι διαφορετικές.

Αριστερά η πίεση, οφειλόμενη στο νερό του κατακόρυφου σωλήνα και την ατμόσφαιρα, είναι μεγαλύτερη από την πίεση δεξιά, οφειλόμενη μόνο στην ατμόσφαιρα.

Δηλαδή

$$p_1 = p_{atm} + \rho g h \quad (1)$$

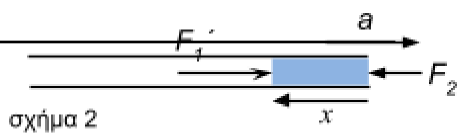
και $p_2 = p_{atm}$

Τότε για τις πιεστικές δυνάμεις θα ισχύει

$F_1 = p_1 \cdot A \Leftrightarrow F_1 = \left(p_{atm} + \rho g h\right) \cdot A$, από αριστερά

και $F_2 = p_2 \cdot A \Leftrightarrow F_2 = p_{atm} \cdot A$, από δεξιά,

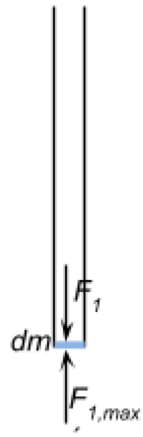
άρα η συνισταμένη δύναμη έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά και θα επιταχύνει τη μάζα του νερού, με αποτέλεσμα το νερό να εξέλθει από το σωλήνα. Η πίεση βέβαια αριστερά θα αρχίσει να μειώνεται λόγω μείωσης του ύψους της στήλης του νερού, αλλά παραμένει διαρκώς μεγαλύτερη από την ατμοσφαιρική. Ακόμα και αν μηδενιστεί το ύψος *h,* η ροή θα συνεχιστεί λόγω αδράνειας, οπότε όλο το νερό του σωλήνα θα αδειάσει.



β) Αν επιταχύνουμε οριζόντια προς τα δεξιά το σωλήνα με επιτάχυνση μέτρου *α,* αυτό διαφοροποιεί τις πιέσεις του νερού στον οριζόντιο σωλήνα. Δημιουργεί μια αύξηση της πίεσης σε κάθε σημείο του ανάλογη της απόστασης από το δεξί ανοιχτό άκρο. Πράγματι ας θεωρήσουμε μόνο το οριζόντιο τμήμα όπως φαίνεται στο σχήμα 2.
Για μια μάζα *Δm* νερού σε μήκος *x* από το ανοιχτό άκρο

$$F_1 - F_2 = \Delta m \cdot a \Leftrightarrow (p'_1 - p_{atm})\cdot A = \rho x \cdot A \cdot \alpha \Leftrightarrow p'_1 = p_{atm} + \rho\cdot\alpha x$$

σχήμα 3



Η τελευταία εξίσωση μας δίνει ότι στο νερό του οριζόντιου σωλήνα η επιταχυνόμενη κίνηση προκάλεσε μια γραμμική αύξηση στην πίεση, με μέγιστη τιμή

$p'_{1,max} = p_{atm} + \rho L \alpha$ *(2),* στο αριστερό άκρο.

Αν θέλουμε να μην εξέρχεται νερό από το σωλήνα πρέπει το νερό στον κατακόρυφο σωλήνα να ισορροπήσει στον άξονα ψψ΄.
Άρα για μια στοιχειώδη μάζα νερού *dm,* στη βάση του κατακόρυφου σωλήνα, όπως φαίνεται στο σχήμα 3, πρέπει

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Leftrightarrow F_1 = F_{1,max} \Leftrightarrow p_1 = p_{1,max}$$

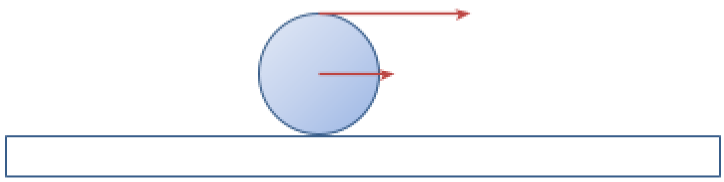
$$\xrightarrow{(1),(2)} p_{atm} + \rho g h = p_{atm} + \rho a L$$

$$\Leftrightarrow \rho g h = \rho a L \Leftrightarrow a = \frac{g\cdot h}{L}$$

Αν πάμε τώρα στους κυλίνδρους (σχήμα 4), το ανώτερο σημείο Γ κάθε κυλίνδρου έχει την επιτάχυνση της επιφάνειας του σωλήνα, η οποία είναι διπλάσια από την επιτάχυνση του κέντρου μάζας.

Άρα $\alpha_{cm} = \frac{a}{2} \xrightarrow{(3)} a_{cm} = \frac{gh}{2L}$

σχήμα 4



Σωστή απάντηση → γ

Σχόλια

Η κίνηση του σωλήνα προκαλεί ένα τεχνητό πεδίο βαρύτητας έντασης $\vec{\alpha}$ κατά την οριζόντια διεύθυνση και μην ξεχνάμε ότι η βαρύτητα φυσική ή τεχνητή, έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση πίεσης.

Ανδρέας Ριζόπουλος