Este es el único planeta que tenemos, cuídalo!

Escuela Politécnica Nacional
Facultad de Ingeniería Eléctrica
Cálculo Vectorial
Deber #1

Nombre Ricardo Esteban López Aguirre
Grupo Gr 1
Fecha 13-01-2014

1.- Calcule el producto interior de los vectores u y v

a) $u = (3,4) \quad v = (2,-3)$

$u \cdot v = (3,4) \odot (2,3) = (3 \cdot 2, 4 \cdot 3) = (6,12)$

b) $u = (12, 3) \quad v = (-1,5)$

$u \cdot v = (12,3) \odot (-1,5) = (-12, 15)$

c) $u = (2,-1,1) \quad v = (-1,0,2)$

$u \cdot v = (2,-1,1) \odot (-1,0,2) = (-2, 0, 1)$

6) Hallar un vector v de longitud dada con la misma dirección u

a) $\|v\| = 3 \quad u = (1,1)$

$$\mu_u = \frac{\vec{u}}{\|u\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$$

$$\vec{v} = \|v\|(\mu_u) = 3\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + 3\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$

b) $\|v\| = 2 \quad u = (3, \sqrt{3})$

$$\mu_u = \frac{\vec{u}}{\|u\|} = \frac{3\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}}{\sqrt{3^2+3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$

$\vec{v} = 2\left(3/2\sqrt{3}\,\vec{i} + 1/2\,\vec{j}\right)$

$\boxed{\vec{v} = \sqrt{3}\,\vec{i} + 1\,\vec{j}}$

c) $\|v\| = 6 \qquad u = [1, -1, -1]$

$$u_u = \frac{\vec{u}}{\|v\|} = \frac{1\vec{i} - 1\vec{j} - 1\vec{k}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{j} - \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{k}$$

$$\vec{v} = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{i} - \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{j} - \frac{\sqrt{3}}{3}\vec{k}\right) = \boxed{2\sqrt{3}\,\vec{i} - 2\sqrt{3}\,\vec{j} - 2\sqrt{3}\,\vec{k}}$$

3) Para que valores de α los vectores u y v son ortogonales

a) $u = [3, 4] \qquad v = [1, \alpha]$

$u \cdot v = 0$

$(3,4) \odot (1,\alpha) = 0$

$(3 + 4\alpha) = 0$

$\boxed{\alpha = -3/4}$

b) $u = [-2, 1] \qquad v = [\alpha, -2]$

$(-2, 1) \odot (\alpha, -2) = 0$

$-2\alpha - 2 = 0$

$-2\alpha = 2$

$\boxed{\alpha = -1}$

c) $u = [-1, 1] \qquad v = [\alpha, 5]$

$(-1, 1) \odot (\alpha, 5) = 0$

$-\alpha - 5 = 0$

$-\alpha = 5$

$\boxed{\alpha = -5}$

Este es el único planeta que tenemos, cuídalo!

16) Para que valores de α el angulo entre $V = (2,-5)$ y $u = (\alpha, 1)$ es igual a

a) $\pi/3$ b) $\pi/4$ c) $2\pi/3$

$$V \odot u = ||V|| \, ||u|| \cos\theta$$

$$(2,-5) \odot (\alpha, 1) = \left(\sqrt{2^2 + (-5)^2}\right)\left(\sqrt{\alpha^2+1}\right)\cos\theta$$

$$2\alpha - 5 = \left(\sqrt{29}\right)\left(\sqrt{\alpha^2+1}\right)\cos\theta$$

$$\frac{2\alpha - 5}{(\cos\theta)(\sqrt{29})} = \sqrt{\alpha^2+1}$$

$$\frac{4\alpha^2 - 20\alpha + 25}{(\cos^2\theta)(29)} = \alpha^2 + 1$$

$$4\alpha^2 - 20\alpha + 25 = (\alpha^2+1)(\cos^2\theta)(29)$$

$\theta = \pi/3$

$$4\alpha^2 - 20\alpha + 25 = \frac{29}{9}\alpha^2 + \frac{29}{9}$$

$$\frac{7}{9}\alpha^2 - 20\alpha + \frac{196}{9} = 0$$

$$7\alpha^2 - 140\alpha + 196 = 0$$

$$\alpha_1 = 24{,}57 \quad \alpha_2 = 1{,}13$$

$\theta = \pi/4$

$$4\alpha^2 - 20\alpha + 25 = \frac{29}{16}\alpha^2 + \frac{29}{16}$$

$$\frac{35}{16} - 20\alpha + \frac{371}{16} = 0$$

$$\alpha_1 = 7{,}78 \quad \alpha_2 = 1{,}36$$

$\theta = 2\pi/3$

$$4\alpha^2 - 20\alpha + 25 = \frac{29}{9}\alpha^2 + \frac{29}{9}$$

$$\alpha_1 = 24{,}57 \quad \alpha_2 = 1{,}1$$

12) Hallar la proyección de u en v

a) $u = [2,3]$ $v = [5,1]$

$Proy_v\, u = \frac{\vec{u} \odot \vec{v}}{\vec{v} \odot \vec{v}} \vec{v} = \frac{(2,3) \odot (5,1)}{(5,1) \odot (5,1)} (5,1) = \frac{13}{26} [5,$

$Proy_v\, u = \frac{5}{2}\vec{i} + \frac{13}{26}\vec{j}$

b) $u = [2,2]$ $v = [5,0]$

$Proy_v\, u = \frac{(2,2) \odot [5,0]}{(5,0) \odot [5,0)} [5,0] = \frac{10}{25} [5,0]$

$Proy_v\, u = 2\vec{i}$ //

c) $u = [2,1,2]$ $v = [0,3,4]$

$Proy_v\, u = \frac{u \odot v}{v \odot v} v = \frac{(2,1,2) \odot (0,3,4)}{(0,3,4) \odot (0,3,4)} [0,3,4]$

$Proy_v\, u = \frac{11}{25} [0,3,4] = 0\vec{i}, \frac{33}{25}\vec{j}, \frac{44}{25}\vec{k}$