Este es el único planeta que tenemos, cuidalo!

Escuela Politécnica Nacional
Facultad de Ingeniería Mecánica
Calculo Vectorial
Deber #1

Nombre: Ricardo Esteban Lopez Aguirre
Grupo Gr 1
Fecha 13-01-2014

1.- Calcule el producto interior de los vectores en $\mathbb{R}^n$

a) $u = [3,4]$ $v = [2,-3]$

$u \cdot v = (3,4) \odot (2,3) = (3 \cdot 2, 4 \cdot 3) = (6,12)$

b) $u = [12,3]$ $v = [-1,5]$

$u \cdot v = (12,3) \odot (-1,5) = (-12,15)$

c) $u = [2,-1,1]$ $v = [-1,0,2]$

$u \cdot v = (2,-1,1) \odot (-1,0,2) = (-2,0,1)$

6) Hallar un vector v de longitud dada con la misma dirección u

a) $\|v\| = 3$ $u = [1,1]$

$$\hat{u} = \frac{\vec{u}}{\|u\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$$

$$\vec{v} = \|v\|(\hat{u}) = 3\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + 3\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$$

b) $\|v\| = 2$ $u = [3, \sqrt{3}]$

$$\hat{u} = \frac{\vec{u}}{\|u\|} = \frac{3\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}}{\sqrt{3^2+3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$$

$\vec{V} = 2\left(3/2\sqrt{3}\,\vec{i} + 1/2\,\vec{j}\right)$

$\vec{v} = \sqrt{3}\,\vec{i} + 1\,\vec{j}$

c) $\|v\| = 6 \qquad u = [1, -1, -1]$

$u_u = \dfrac{\vec{u}}{\|v\|} = \dfrac{1\vec{i} - 1\vec{j} - 1\vec{k}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\vec{i} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\vec{j} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\vec{k}$

$\vec{v} = 6\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\vec{i} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\vec{j} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\vec{k}\right) = 2\sqrt{3}\,\vec{i} - 2\sqrt{3}\,\vec{j} - 2\sqrt{3}\,\vec{k}$

3) Para que valores de α los vectores u y v son ortogonales

a) $u = [3, 4] \qquad v = [1, \alpha)$

$u \cdot v = 0$

$(3,4) \odot (1,\alpha) = 0$

$(3 + 4\alpha) = 0$

$\alpha = -3/4$

b) $u = [-2, 1] \qquad v = [\alpha, -2]$

$(-2, 1) \odot (\alpha, -2) = 0$

$-2\alpha - 2 = 0$

$-2\alpha = 2$

$\alpha = -1$

c) $u = [-1, -1] \qquad v = [\alpha, 5]$

$(-1, -1) \odot (\alpha, 5) = 0$

$-\alpha - 5 = 0$

$-\alpha = 5$

$\alpha = -5$

Este es el único planeta que tenemos, cuidalo!

10) Para que valores de α el angulo entre $v=[2,-5]$ y $u=[\alpha,1]$ es igual a

a) $7\pi/3$ b) $\pi/4$ c) $2\pi/3$

$$v \odot u = \|v\| \|v\| \cos\theta$$

$$(2,-5) \odot (\alpha,1) = \left(\sqrt{2^2+(-5)^2}\right)\left(\sqrt{\alpha^2+1}\right)\cos\theta$$

$$2\alpha - 5 = \left(\sqrt{29}\right)\left(\sqrt{\alpha^2+1}\right)\cos\theta$$

$$\frac{2\alpha-5}{(\cos\theta)(\sqrt{29})} = \sqrt{\alpha^2+1}$$

$$\frac{4\alpha^2-20\alpha+25}{(\cos^2\theta)(29)} = \alpha^2+1$$

$$4\alpha^2-20\alpha+25 = (\alpha^2+1)(\cos^2\theta)(29)$$

$\theta = \pi/3$

$$4\alpha^2-20\alpha+25 = \frac{29}{9}\alpha^2+\frac{29}{9}$$

$$\frac{7}{9}\alpha^2-20\alpha+\frac{196}{9}=0$$

$$7\alpha^2-140\alpha+196=0$$

$$\alpha_1 = 24{,}57 \quad \alpha_2 = 1{,}13$$

$\theta = \pi/4$

$$4\alpha^2-20\alpha+25 = \frac{29}{16}\alpha^2+\frac{29}{16}$$

$$\frac{35}{16}\alpha^2-20\alpha+\frac{371}{16}=0$$

$$\alpha_1 = 7{,}78 \quad \alpha_2 = 1{,}36$$

$\theta = 2\pi/3$

$$4\alpha^2-20\alpha+25 = \frac{29}{9}\alpha^2+\frac{29}{9}$$

$$\alpha_1 = 24{,}57 \quad \alpha_2 = 1{,}13$$

Este es el único planeta que tenemos, cuidalo!

12) Hallar la proyección de u en v

a) $u = [2,3]$ $\quad v = [5,1]$

$$Proy_v u = \frac{\vec{u} \odot \vec{v}}{\vec{v} \odot \vec{v}} \vec{v} = \frac{(2,3) \odot (5,1)}{(5,1) \odot (5,1)} [5,1] = \frac{13}{26} [5,$$

$$Proy_v u = \frac{5}{2}\vec{i} + \frac{13}{26}\vec{j}$$

b) $u = [2,2]$ $\quad v = [5,0]$

$$Proy_v u = \frac{(2,2) \odot [5,0]}{(5,0) \odot [5,0]} [5,0] = \frac{10}{25} [5,0]$$

$$Proy_v u = 2\vec{i} //$$

c) $u = [2,1,2]$ $\quad v = [0,3,4]$

$$Proy_v u = \frac{u \odot v}{v \odot v} v = \frac{(2,1,2) \odot (0,3,4)}{(0,3,4) \odot (0,3,4)} [0,3,4]$$

$$Proy_v u = \frac{11}{25} [0,3,4] = 0\vec{i}, \frac{33}{25}\vec{j}, \frac{44}{25}\vec{k}$$