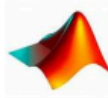
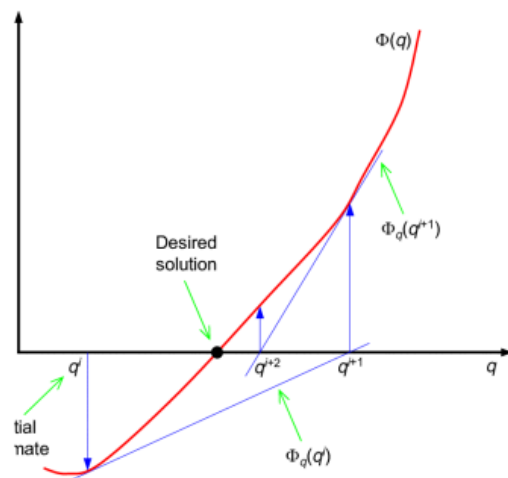

APLIKASI METODE NEWTON-RAPHSON UNTUK MENGESTIMASI AKAR-AKAR PERSAMAAN

Disertai Penggunaan R, Maple & MATLAB



MATLAB®



Maple™

Prana Ugiana Gio

APLIKASI METODE NEWTON-RAPHSON UNTUK MENGESTIMASI AKAR-AKAR PERSAMAAN

Contoh Kasus & Penyelesaian



Prana Ugiana Gio

Diupdate pada 19 Desember 2023

<https://statcal.com/> | <https://statkomat.com/>

[1] Contoh Kasus 1

Contoh kasus berikut bersumber dari buku yang berjudul “*Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*”, edisi ke-4, yang ditulis oleh Steven C. Chapra pada tahun 2018, halaman 169. Gunakan metode Newton-Raphson untuk mengestimasi akar $f(x) = e^{-x} - x$ dengan menggunakan tebakan awal (*initial guess*) $x_0 = 0!$

Penyelesaian

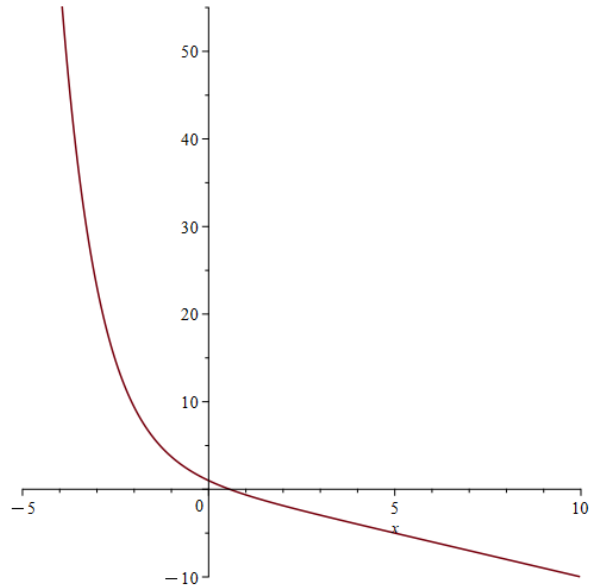
Diketahui $f(x) = e^{-x} - x$. Turunan dari $f(x)$ adalah $f'(x) = -e^{-x} - 1$. Untuk x_{i+1} dapat dihitung dengan rumus $x_{i+1} = x_i - \frac{e^{-x_i} - x_i}{-e^{-x_i} - 1}$ (Steven C. Chapra, 2018:169). Proses perhitungan akan dihentikan saat *percent relative error* ε_t lebih kecil dari *prespecified percent tolerance* ε_s , yakni $|\varepsilon_t| < \varepsilon_s$ (Steven C. Chapra & Raymond P. Canale, 2021:63), dimana ε_s dihitung dengan rumus sebagai berikut.

$$\varepsilon_s = (0.5 \times 10^{2-n})\%$$

dengan n adalah *significant figures* (*we can be assured that the result is correct at least n significant figures* (Steven C. Chapra, 2018:103)). Misalkan $n = 3$, maka

$$\varepsilon_s = (0.5 \times 10^{2-3})\% = 0,05\%.$$

Gambar 1 disajikan gambar dari $f(x) = e^{-x} - x$.



Gambar 1 Visualisasi $f(x) = e^{-x} - x$
Dibuat dengan Software Maple

Tabel 1 disajikan hasil perhitungan estimasi akar dengan pendekatan metode Newton-Raphson.

Tabel 1. Hasil Perhitungan Estimasi Akar dengan Newton-Raphson

Iterasi ke:	x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	x_{i+1}	ε_i (%)
0	0	1	-2	0.5	100
1	0.5	0.10653066	-1.60653066	0.566311	11.709291
2	0.566311	0.00130451	-1.56761551	0.56714317	0.14672871
3	0.56714317	1.9648E-07	-1.56714336	0.56714329	0.00002211

Berikut contoh perhitungan untuk iterasi ke-0 dan ke-1.

Iterasi ke-0

$$x_0 = 0$$

$$f(x_0) = e^{-(0)} - (0) = 1$$

$$f'(x_0) = -e^{-0} - 1 = -2$$

$$x_1 = 0 - \frac{e^{-0} - 0}{-e^{-0} - 1}$$

$$x_1 = 0,5$$

$$\varepsilon_0 = \left| \frac{(0,5-0)}{0,5} \times 100\% \right| = 100\%$$

Iterasi ke-1

$$x_1 = 0.5$$

$$f(x_1) = e^{-(0.5)} - (0.5) = 0.10653066$$

$$f'(x_1) = -e^{-0.5} - 1 = -1.60653066$$

$$x_2 = 0.5 - \frac{e^{-(0.5)} - 0.5}{-e^{-(0.5)} - 1}$$

$$x_2 = 0.566311$$

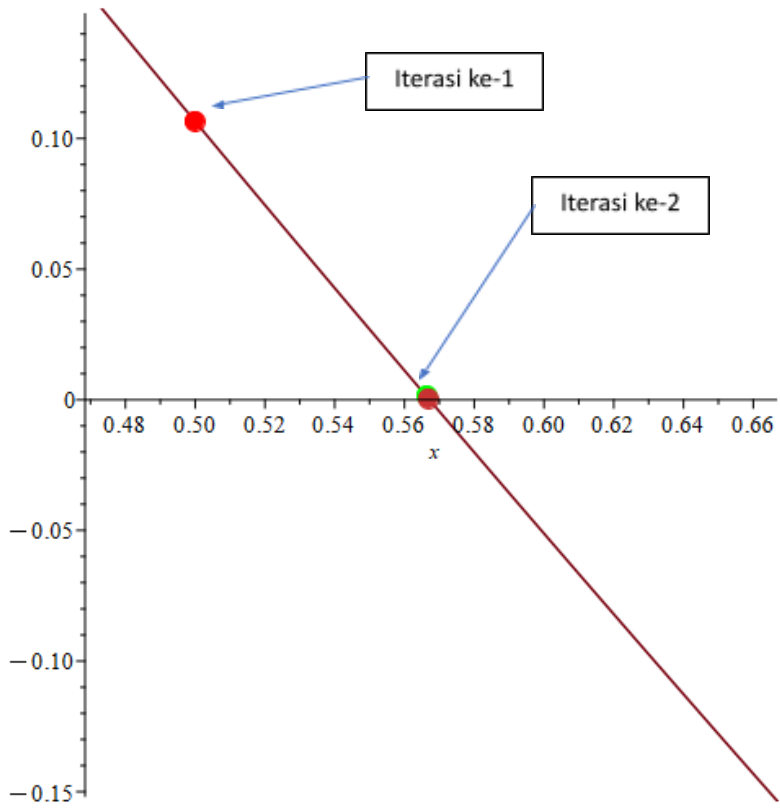
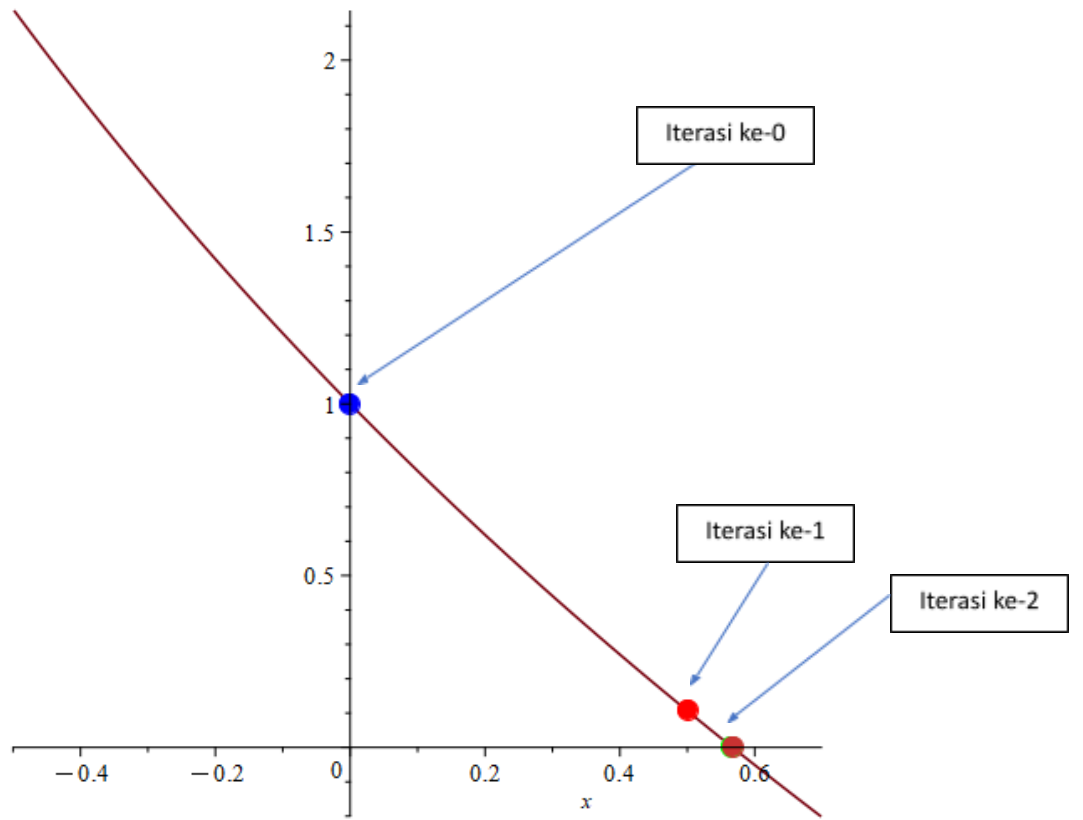
$$\varepsilon_1 = \left| \frac{(0.566311 - 0.5)}{0.566311} \times 100\% \right| = 11.709291\%$$

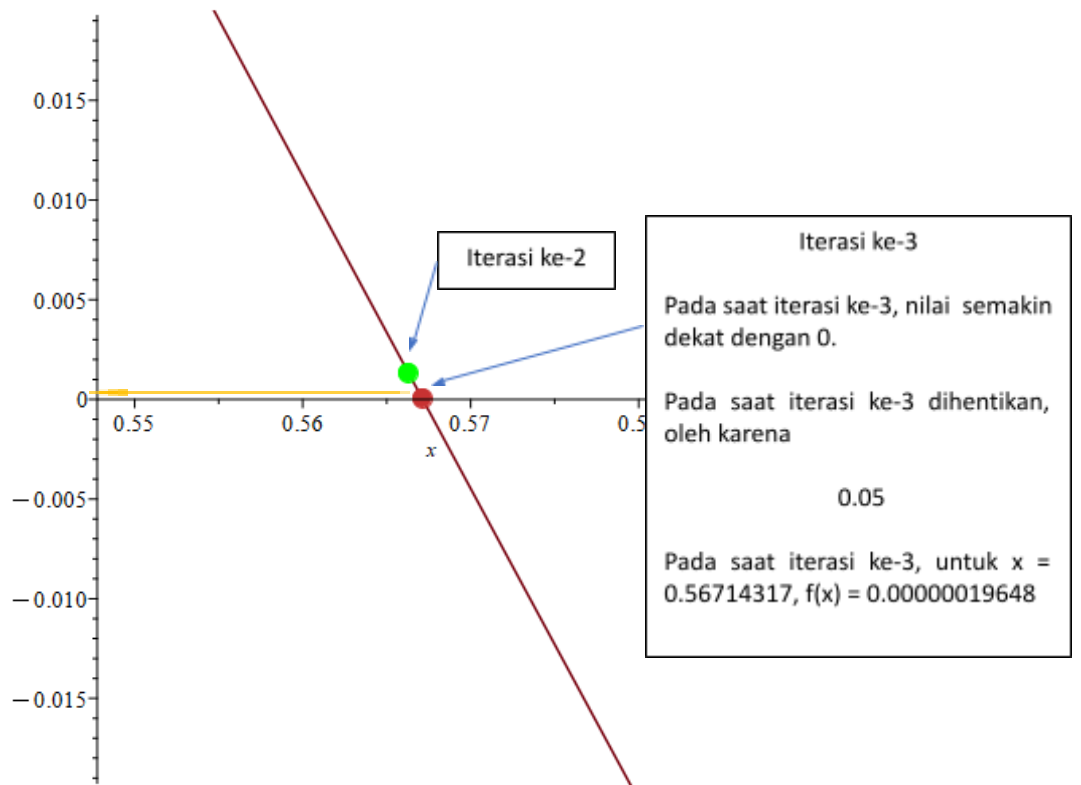
Proses perhitungan dihentikan sampai pada iterasi ke-3 oleh karena $\varepsilon_3 = 0.00002211 < 0.05$.

Sehingga estimasi akar untuk $f(x) = e^{-x} - x$ adalah 0.56714317.

Simulasi dengan Software Maple

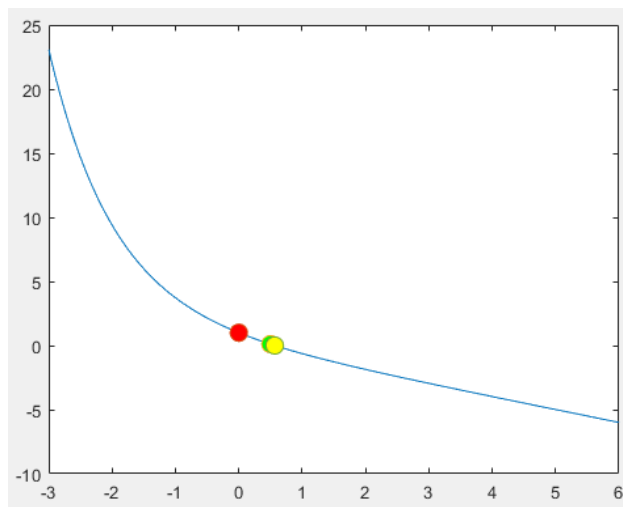
Pada gambar berikut ini, titik berwarna biru merupakan iterasi ke-0, warna merah iterasi ke-1, warna hijau iterasi ke-2 dan warna orange iterasi ke-3.

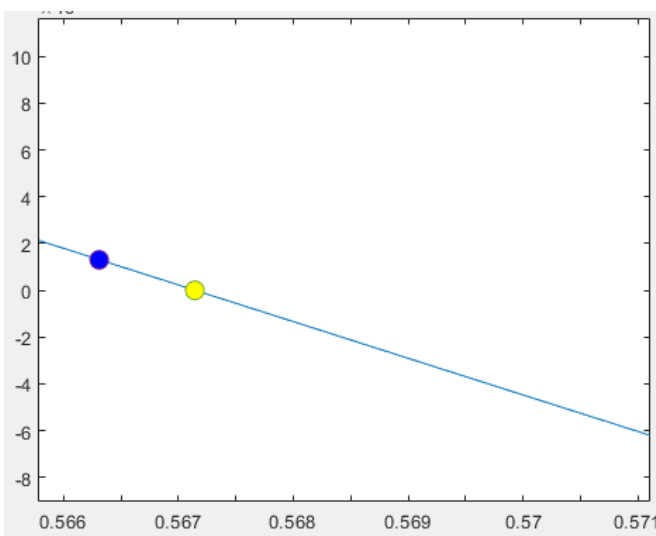
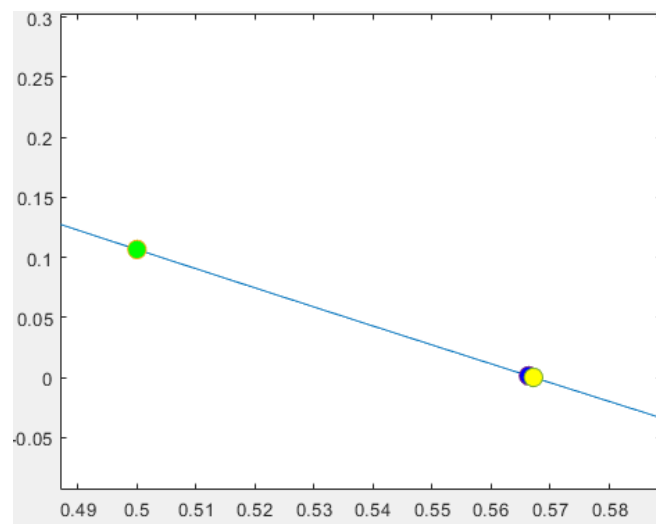
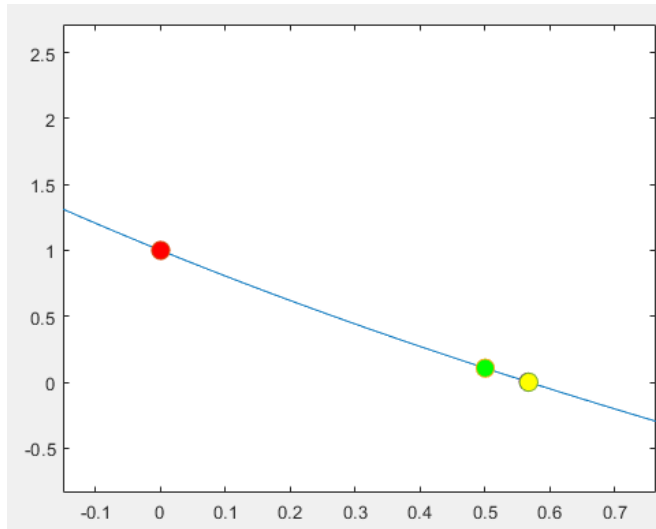




Simulasi dengan Software MATLAB

Pada gambar berikut ini, titik berwarna merah merupakan iterasi ke-0, warna hijau iterasi ke-1, warna biru iterasi ke-2 dan warna kuning iterasi ke-3.





Referensi

[1] Steven C. Chapra, 2018, *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists, Four Edition*, Mc Graw Hill.

[2] Steven C. Chapra & Raymond P. Canale, 2021, *Numerical Methods for Engineers, Eight Edition*, Mc Graw Hill.

