

|                                         |                                |
|-----------------------------------------|--------------------------------|
| الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية |                                |
| مديرية التربية لولاية البيض             | ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة |
| 2019.03.04                              | المستوى: الثالثة علوم تجريبية  |
|                                         | المدة: 3 ساعات ونصف            |
| الاختبار الثاني في مادة الرياضيات       |                                |

اختر أحد الموضوعين و أجب عنه

#### التمرين الأول (04 نقاط):

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $N$  بعدها الأول  $u_0 = 0$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$ .

1. برهن انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq u_n \leq 1$ .
  2. أ- برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما .  
ب- استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة .
  3. بين أنه مهما يكن  $0 < \epsilon < 1$  :  $u_{n+1} - u_n \leq \frac{1}{4}(1 - u_n)$ .
- أ- بين انه مهما يكن  $n$  فإن  $0 < u_{n+1} - u_n \leq \left(\frac{1}{4}\right)^n$  .  
ب- استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$  .

#### التمرين الثاني (04 نقاط):

$P(z)$  كثير حدود معرف في المجموعة  $C$  — :  $P(z) = z^2 + 2\sqrt{3}z + 4$ .

1. حل في  $C$  المعادلة:  $P(z) = 0$ .
2. أكتب حلي المعادلة على الشكل المثلثي .
3. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  لواحقها على الترتيب :  $z_A = 2i$  ،  $z_B = -\sqrt{3} + i$  و  $z_C = -\sqrt{3} - i$  .  
أ- أكتب كلا من الأعداد  $z_A$  ،  $z_B$  و  $z_C$  على الشكل الأسّي .  
ب- علم النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  ثم بين أنها تنتمي إلى نفس الدائرة  $(C)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

4. نضع :  $L = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$

- أ- بين أن  $L = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$  ثم أكتب العدد  $L$  على الشكل الأسّي .  
ب- فسر هندسيا الطويلة و عمدة العدد  $L$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

#### التمرين الثالث (05 نقاط):

$u_1$  صندوق يحتوي على 3 كرات حمراء و كرتين خضراوين و  $u_2$  صندوق اخر يحتوي على كرتين حمراوين و ثلاث كرات خضراء ( الكرات لا نميز بينها عند اللمس)  
نقوم بسحب كرة عشوائيا من الصندوق  $u_1$  و نضعها في الصندوق  $u_2$  ثم نسحب عشوائيا من الصندوق  $u_2$  كرتين في ان واحد .

### الصفحة 1/4

نرمز بـ  $R_1$  للحادثة " سحب كرة حمراء من  $u_1$  " و بـ  $A$  للحادثة " سحب كرتين حمراوين من  $u_2$  "

1. أحسب  $P(R_1)$  و  $P(R_1 \cap A)$  .
2. تحقق أن :  $P(A) = \frac{11}{75}$  . هل الحادثتان  $R_1$  و  $A$  مستقلتان ؟
3. علما أن الكرتين المسحوبتين من  $u_2$  حمراوان . ما احتمال أن الكرة المسحوبة من  $u_1$  كانت حمراء ؟
4.  $n$  عدد طبيعي غير معدوم .  
نضيف  $n$  كرة حمراء إلى الصندوق  $u_1$  ونعيد التجربة العشوائية السابقة .  
يربح لاعب 5 دينار عند كل سحب لكرة خضراء من  $u_2$  و يخسر 10 دينار عند كل سحب لكرة حمراء من  $u_2$  .  
نسمي  $X$  المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب .  
أ- بين أن :  $P(X = -5) = \frac{9n+43}{15(n+5)}$  .  
ب- أعط بدلالة  $n$  قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .

### التمرين الرابع (07 نقاط) :

1. لتكن الدالة  $f$  معرفة على  $R$  بالعلاقة :  $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x} - \ln \ln(1 + e^x)$  .  
1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  .  
2. عين الدالة المشتقة للدالة  $f$  ثم أدرس اشارتها .  
3. شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
4. بين أن :  $[f(x) - 1 + x] = 0$  . ماذا تستنتج ؟
- II. لتكن الدالة  $g$  معرفة على  $R$  بالعلاقة :  $g(x) = e^{-x} \cdot \ln(e^x + 1)$  .  
 $(C_g)$  المنحنى الممثل للدالة  $g$  في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$   
1. عين الدالة المشتقة للدالة  $g$  ثم بين أنه من أجل كل  $x \in R$   $g'(x) = e^{-x} \cdot f(x)$   
2. أ- برهن أن :  $g(x) = 0$  و  $g(x) = 1$  .  
ب- فسر النتائج بيانيا .  
3. أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها .  
4. أوجد معادلة لمماس المنحنى  $(C_g)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = 0$

5. مثل المنحنى  $(C_g)$  في معلم متعامد و متجانس .

## الصفحة 2/4

### الموضوع الثاني

#### التمرين الأول (04 نقاط):

لتكن  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $N$  بالعلاقة التراجعية :  $u_{n+1} = e \times \sqrt{u_n}$  و  $u_0 = e$ .

1. عين  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(v_n)$  هندسية بحيث :  $v_n = \ln \ln(u_n) + \alpha$ .

2. هل المتتالية  $(v_n)$  متقاربة ؟ علل .

3. أ- أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ب- هل العدد  $e^{\frac{7}{4}}$  حد من حدود المتتالية  $(u_n)$  ؟

4. عين اتجاه تغير المتتالية  $(v_n)$ .

5. أحسب بدلالة  $n$  الجداء  $P_n$  حيث :  $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$ .

#### التمرين الثاني (05 نقاط) :

نعتبر العددين المركبين  $z_1$  و  $z_2$  حيث :  $z_1 = 3 + i\sqrt{3}$  و  $z_2 = -\sqrt{3} + 3i$ .

1. أكتب العددين  $z_1$  و  $z_2$  على الشكل الأسّي .

2. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $E$  لواقعها على

الترتيب :  $z_1$  ،  $z_2$  و  $z_3 = z_1 + z_2$

أ- برهن أن المثلث  $OAB$  قائم و متساوي الساقين .

ب- استنتج أن الرباعي  $OAEB$  مربع .

3. أ- بين أن :  $OE = 2\sqrt{6}$  و أن  $(\vec{u}, \vec{OE}) = \frac{5\pi}{12}$

ب- عين القيمتين المضبوطتين لكل من  $\cos \frac{5\pi}{12}$  و  $\sin \frac{5\pi}{12}$ .

ج- أحسب  $z_3^{2016}$ .

د- عين قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون العدد  $\left(\frac{z_3}{2\sqrt{6}}\right)^n$  حقيقيا .

### التمرين الثالث (04 نقاط):

لتحديد سؤالي اختبار شفوي خاص بالتوظيف يسحب مترشح عشوائيا على التوالي و بدون ارجاع بطاقتين من صندوق يحتوي على 10 بطاقات : منها ثمان بطاقات في الرياضيات و بطاقتين في الفرنسية (لا يمكن التمييز بين البطاقات باللمس )  
نعتبر الحدثين :

- A : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادة اللغة الفرنسية " . B : " سحب بطاقتين تتعلقان بمادتين مختلفتين "
1. أحسب  $P(A)$  و  $P(B)$  .
  2. ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحب بعدد بطاقات اللغة الفرنسية المسحوبة .  
أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  .  
ب- أعط قانون احتمال المتغير  $X$  .

### الصفحة 3/4

### التمرين الرابع (07 نقاط) :

نعتبر الدالة  $g$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة :  $g(x) = x - x \ln \ln x$  .

1. أ- أحسب نهايات الدالة  $g$  عند أطراف مجموعة التعريف .  
ب- أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$  ثم شكل جدول تغيراتها .
  2. بين أن المعادلة  $g(x) = -1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $3.5 < \alpha < 3.6$  .
  3. استنتج اشارة العبارة  $g(x) + 1$  على المجال  $]0; +\infty[$  .
  4. نعتبر الدالة  $f$  معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة :  $f(x) = \frac{\ln \ln x}{x+1}$
- $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث :  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 2cm$  .

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة التعريف وفسر النتائج بيانيا .
2. أ- بين أنه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$   
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .  
ج- أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.  
د- أحسب  $\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$  ثم فسر النتيجة هندسيا .
3. أ- بين أن :  $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$  ( تعطى النتيجة مدورة الى  $10^{-2}$  )  
ب- انشئ  $(C_f)$  .
4. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما  $x$  و  $m$  وسيط حقيقي :

$$(E) \dots\dots\dots x^2 + x - 2m(x + 1) = \ln \ln x^2$$

أ- تحقق ان المعادلة (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة :  $f(x) = \frac{1}{2}x - m$  .

ب- عين بيانيا قيم  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين .

5.  $h$  دالة معرفة على  $R^*$  كمايلي :  $h(x) = \frac{\ln \ln |x|}{-|x|-1}$  و  $(C_h)$  منحناها البياني في معلم متعامد و متجانس .

أ- بين أن  $h$  زوجية

ب- أرسم في نفس المعلم السابق منحنى الدالة  $h$  .

انتهى الموضوع الثاني

موفقون في بكالوريا 2019

الصفحة 4/4