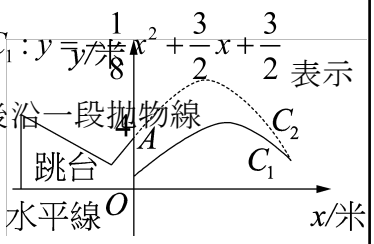
數學(一) 第三次段考範圍:數與式

章節:高中數學(一)CH3-2一次與二次函數圖形的平移與應用	
答案:(1) $b=\frac{11}{4}$ 、$c=4$ (2)離A點水平距離10公尺處	難易度:易

右圖為冬季奧運會某小型跳台滑雪訓練場的側面圖, 圖中拋物線 $C_1:y=-\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$ 表示滑雪場地上一座小坡。一選手小愛從原點O正上方A點滑出, 滑出後沿一段拋物線 $C_2:y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 運動。



(1)當小愛滑到離A點水平距離為8公尺時, 其滑行高度為10公尺, 求b和c的值。

(2)承第(1)題, 當滑出後離A點水平距離為多少公尺時, 她滑行高度與小山坡的垂直距離為 $\frac{5}{2}$ 公尺。

【解】

(1) $A(0,4)$ 代入 $C_2:y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c\Rightarrow c=4$,

又離A點水平距離為8公尺時, 高度為10公尺,

$(8,10)$ 代入 $C_2:y=-\frac{1}{4}x^2+bx+4\Rightarrow b=\frac{11}{4}$。

(2)依題意,

$-\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=-\frac{1}{4}x^2+\frac{11}{4}x+4\Rightarrow\frac{1}{8}x^2-\frac{5}{4}x=0\Rightarrow x=10$ 或0,

即離A點水平距離10公尺處。

學習內容:

F-10-1一次與二次函數:從方程式到 $f(x)$ 的形式轉換, 一次函數圖形與 $y=mx$ 圖形的關係, 數線上的分點公式與一次函數求值。用配方將二次函數化為標準式, 二次函數圖形與 $y=ax^2$ 圖形的關係, 情境中的應用問題。

學習表現:

f-V-1 認識函數, 理解式與函數的關連並能靈活轉換, 理解函數圖形的意義, 並能用以溝通。

a-V-1理解多項式、分式與根式對應實數之運算規則, 理解指數、對數的運算規則, 並能用於數學推論。

g-V-5理解並欣賞坐標系統可為幾何問題提供簡潔的算法, 而坐標的平移與伸縮可以簡化代數問題, 能熟練前述操作, 並用以推論及解決問題。

數學(一) 第三次段考範圍:數與式

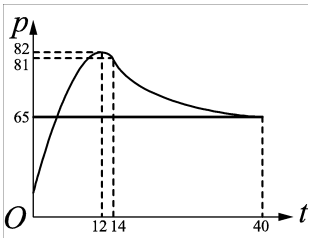
章節:高中數學(一)CH3-2一次與二次函數圖形的平移與應用

答案:(1) $C_1: y=-\frac{1}{4}(x-12)^2+82$ 、 $C_2: y=\frac{4}{169}(x-40)^2+65$

(2)否

難易度:中

2020年是不尋常的一年, 經歷了線上上課的學習後, 同學們回到校園開始正常的學習。某心理學研究對學生上課注意力集中的調查研究發現, 學生的注意力p與聽課時間t之間的關係曲線如圖所示, 當 $t\in(0,14]$ 時, 曲線 C_1 為一開口向下的二次曲線的一部分, 頂點為 $(12,82)$;當 $t\in[14,40]$ 時, 曲線 C_2 為一開口向上的二次曲線的一部分, 頂點為 $(40,65)$ 。根據研究顯示當注意力指數p大於等於80時聽課效果最佳。



(1)試求 C_1 和 C_2 的函數式。

(2)若一道數學題講解需12分鐘, 試問老師是否能安排在學生聽課效果最佳時講完?

【解】

(1)令 $C_1: y=a(x-12)^2+82$, $(14,81)$ 代入 $81=a(14-12)^2+82\Rightarrow a=-\frac{1}{4}$ 。

令 $C_2: y=b(x-40)^2+65$, $(14,81)$ 代入 $81=b(14-40)^2+65\Rightarrow b=\frac{4}{169}$ 。

故 $C_1: y=-\frac{1}{4}(x-12)^2+82$ 、 $C_2: y=\frac{4}{169}(x-40)^2+65$ 。

(2) $y=80$ 代入 $C_1: y=-\frac{1}{4}(x-12)^2+82\Rightarrow 80=-\frac{1}{4}(x-12)^2+82$

$\Rightarrow x-12=\pm 2\sqrt{2}$, 取 $x=12-2\sqrt{2}\approx 9.2$ 。

$y=80$ 代入 $C_2: y=\frac{4}{169}(x-40)^2+65\Rightarrow 80=\frac{4}{169}(x-40)^2+65$

$\Rightarrow x-40=\pm\frac{13\sqrt{15}}{2}$, 取 $x=40-\frac{13\sqrt{15}}{2}\approx 14.8$, $14.8-9.2=5.6<12$,

故無法安排在學生聽課效果最佳時講完。

學習內容:

F-10-1一次與二次函數:從方程式到 $f(x)$ 的形式轉換, 一次函數圖形與 $y=mx$ 圖形的關係, 數線上的分點公式與一次函數求值。用配方將二次函數化為標準式, 二次函數圖形與 $y=ax^2$ 圖形的關係, 情境中的應用問題。

學習表現:

f-V-1 認識函數, 理解式與函數的關連並能靈活轉換, 理解函數圖形的意義, 並能用以溝通。

a-V-1理解多項式、分式與根式對應實數之運算規則, 理解指數、對數的運算規則, 並能用於數學推論。

g-V-5理解並欣賞坐標系統可為幾何問題提供簡潔的算法, 而坐標的平移與伸縮可以簡化代

數問題，能熟練前述操作，並用以推論及解決問題。

數學(三)A、B 第三次段考範圍:平面向量

章節:高中數學(三)A CH3-2平面向量的內積
高中數學(三)B CH3-2平面向量的內積

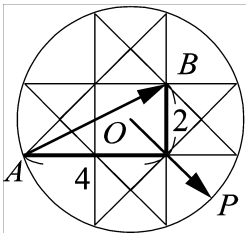
答案:(C)　　難易度:易



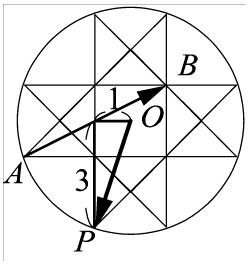
□圖一　　□圖二

八角星紋是新石器時代山東一帶大汶口文化中期, 彩陶紋樣中最具特色的代表。常以白彩繪成, 黑線勾邊, 中為方形或圓形, 具有向四面八方擴張之感。圖一是陶豆座上的八角星紋, 圖二為圖一抽象出來的圖形, 在圖二中, 圓內各個三角形為等腰直角三角形, 中間為邊長為2的正方形, P為圓O上動點, 定點A、B如圖所示, 則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$ 的最大值為

(A) 9 (B)10 (C) $10\sqrt{2}$ (D) $10\sqrt{3}$



□圖三



□圖四

【解】

如圖三, $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$,

如圖四, $|\overrightarrow{OP}|=r=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ 。

當 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{OP}$ 同方向時 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$ 有最大值 $2\sqrt{5}\times\sqrt{10}=10\sqrt{2}$ 。

學習內容:
G-11A-1 平面向量:坐標平面上的向量係數積與加減, 線性組合。
G-11B-1 平面向量:坐標平面上的向量係數積與加減, 線性組合。
G-11B-2 平面向量的運算:正射影與內積, 兩向量的垂直與平行判定, 兩向量的夾角。

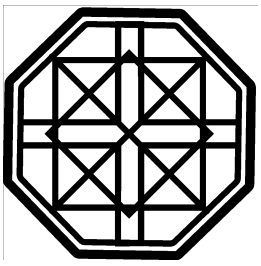
學習表現:
g-V-1 認識直角坐標可以用數來表示平面與空間中的位置, 可以經由向量觀念而做點的運算, 理解並熟練其操作, 並能用於溝通。
g-V-5 理解並欣賞坐標系統可為幾何問題提供簡潔的算法, 而坐標的平移與伸縮可以簡化代數問題, 能熟練前述操作, 並用以推論及解決問題。

數學(三)A、B 第三次段考範圍:平面向量

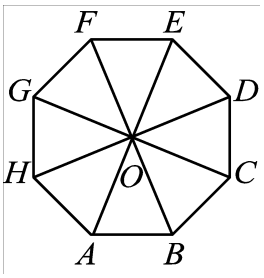
章節:高中數學(三)A 3-2平面向量的內積
高中數學(三)B 3-2平面向量的內積

答案: $2+\frac{3\sqrt{2}}{2}$

難易度:易



□圖一

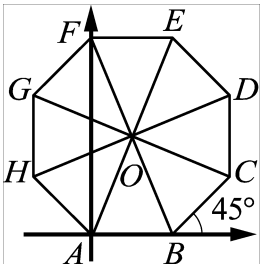


□圖二

窗花是貼在窗戶上的剪紙, 是中國古老的傳統民間藝術之一。圖一為一正八邊形窗花, 其示意圖為圖二中的正八邊形*ABCDEFGH*, 其中*O*為正八邊形的中心, 邊長 $\overline{AB}=1$, 則 $\overset{\frown}{AC}\cdot\overset{\frown}{AD}=$ _____

【解】

建立坐標系, 以*A*為原點, 如右圖,



則 $B(1,0)$、$C(1+\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$、$D(1+\frac{1}{\sqrt{2}},1+\frac{1}{\sqrt{2}})$

$\Rightarrow \overset{\frown}{AC}\cdot\overset{\frown}{AD}=(1+\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})\cdot(1+\frac{1}{\sqrt{2}},1+\frac{1}{\sqrt{2}})=2+\frac{3\sqrt{2}}{2}$。

學習內容:

G-11A-1 平面向量:坐標平面上的向量係數積與加減, 線性組合。

G-11B-1 平面向量:坐標平面上的向量係數積與加減, 線性組合。

G-11B-2 平面向量的運算:正射影與內積, 兩向量的垂直與平行判定, 兩向量的夾角。

學習表現:

g-V-1 認識直角坐標可以用數來表示平面與空間中的位置, 可以經由向量觀念而做點的運算, 理解並熟練其操作, 並能用於溝通。

g-V-5 理解並欣賞坐標系統可為幾何問題提供簡潔的算法, 而坐標的平移與伸縮可以簡化代數問題, 能熟練前述操作, 並用以推論及解決問題。