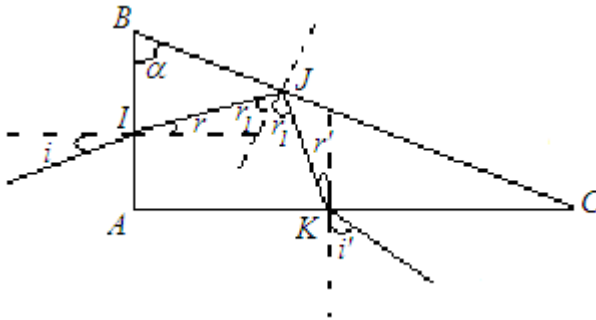


Corrigé :

I. Prisme à réflexion totale



a) L'angle de déviation est :

$$D = i - i' + \frac{\pi}{2}$$

b) La condition d'une déviation perpendiculaire est :

$$D = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow i = i'$$

Dans ce cas :

$$r = r'$$

D'un autre coté on a :

$$r + r_1 = \alpha$$

Et

$$r_1 = r' + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$$

Ce qui donne :

$$r = \alpha - \frac{\pi}{4} \text{ et } r_1 = \frac{\pi}{4}$$

Finalement la relation de Descartes donne :

$$i_o = \text{Arcsin} \left(n \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

c) Réflexion totale au niveau de J et émergence au niveau de K

Réflexion totale en J

$$l = \arcsin \left(\frac{1}{n} \right)$$

L'angle limite au niveau du point d'incidence J est :

$$r_1 \geq l \Leftrightarrow \alpha - r \geq l \Leftrightarrow r \leq \alpha - l \Leftrightarrow \sin r \leq \sin \alpha - l \Leftrightarrow n \sin r \leq n \sin \alpha - l$$

$$\sin i_o \leq \sin \alpha - l$$

$$\sin \alpha - \frac{\pi}{4} \leq \sin \alpha - l$$

Donc on a:

Ce qui donne :

$$l \leq \frac{\pi}{4}$$

Soit :

$$n \geq \sqrt{2}$$

Emergence en K

L'angle limite au niveau de K est l

$$r' \leq l \Leftrightarrow \alpha - \frac{\pi}{4} \leq l$$

Ce qui donne :

$$\alpha \leq l + \frac{\pi}{4}$$

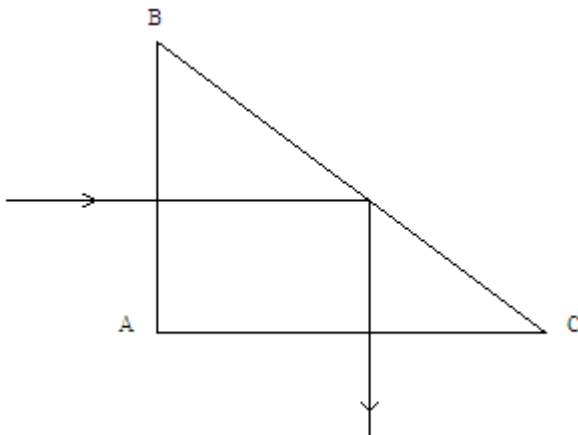
Et finalement :

d) Cas particulier

$$\square \text{ Si } i_o = 0 \text{ alors } \alpha = \pi/4$$

$$\square \text{ Si } i_o = \pi/2 \text{ alors } \alpha = l + \pi/4$$

cas $i_o = 0$



II. Prisme en diamant dans l'eau

Au point d'incidence I la relation de Descartes nous donne : $1.33 \sin 50 = 2.42 \sin r_1$

Soit $r_1 = 24.9^\circ$

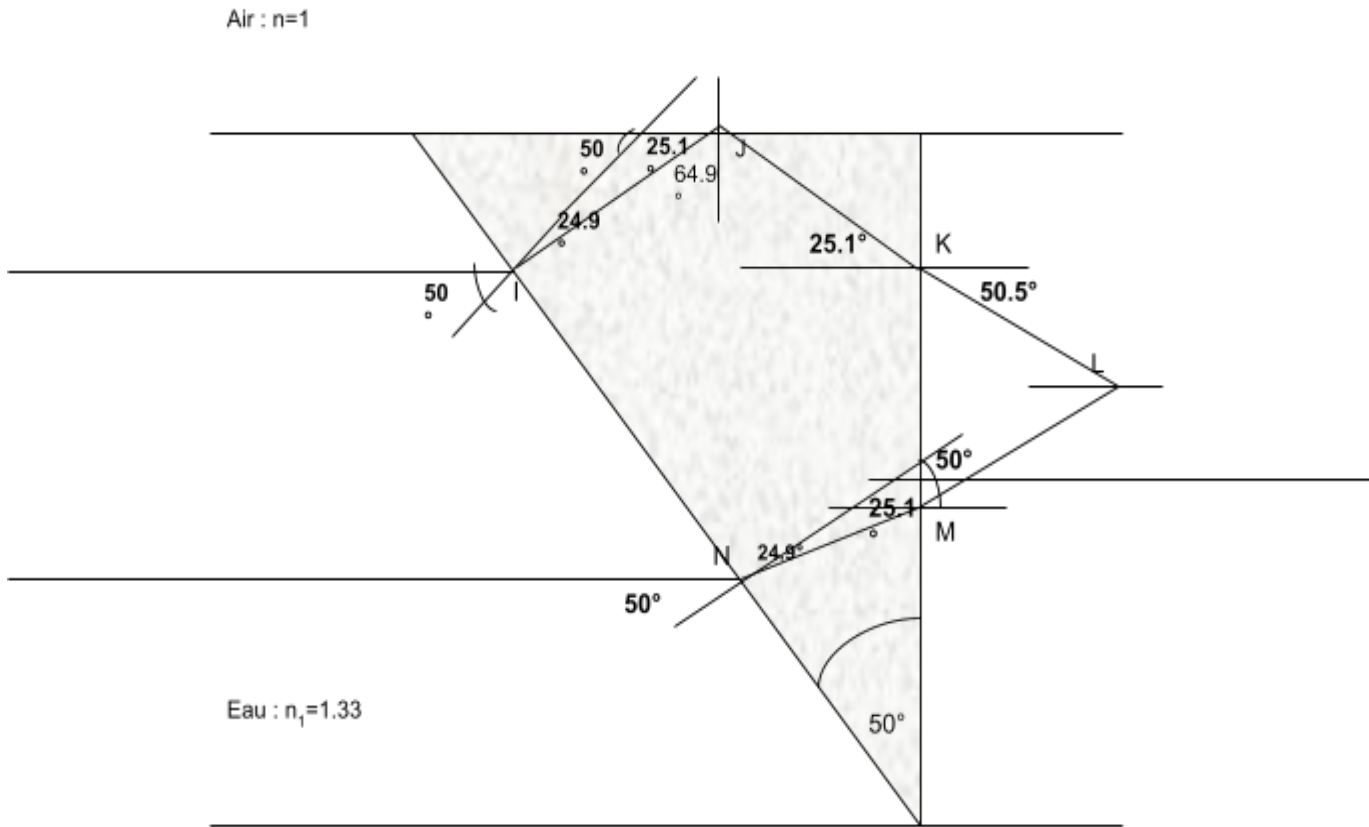
Le rayon à l'intérieur du prisme arrive en incidence de 64.9° au point J à la surface de séparation entre le prisme et l'air (voir schéma)

$$2.42 \sin l_1 = 1 \sin \frac{\pi}{2}$$

En J on va vers un milieu moins réfringent, dans ce cas le calcul de l'angle limite

Ce qui donne pour $l_1 = 24.4^\circ$

En J le rayon est réfléchi



Sur la surface de séparation entre le diamant et l'eau le rayon arrive avec un incidence de 25.1°

$$l_2 = \arcsin \frac{1.33}{2.42}$$

L'angle limite entre diamant et l'eau est donné par :

Soit : $l_2 = 33.3^\circ$

$$\arcsin \frac{2.42}{1.33} \sin 25.1 \text{ soit } 50.5^\circ$$

En K le rayon est réfracté avec un angle de

$$l_3 = \arcsin \frac{1}{1.33}, \text{ soit } l_3 = 48.8^\circ$$

Sur la surface de séparation entre l'eau et l'air, l'angle limite est et l'angle d'incidence est 50.5° donc en L le rayon est totalement réfléchi.

En M l'angle est réfracté sous un angle de 25.1°

Il arrive en N sous un angle de 24.9° pour émerger du prisme parallèlement au rayon incident

III. Miroir plan

L'angle α est tel :

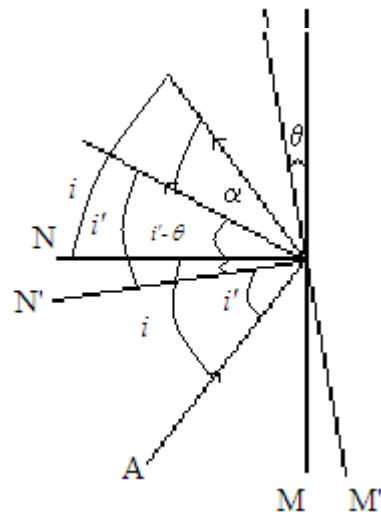
$$\alpha = i - (i' - \theta)$$

Et,

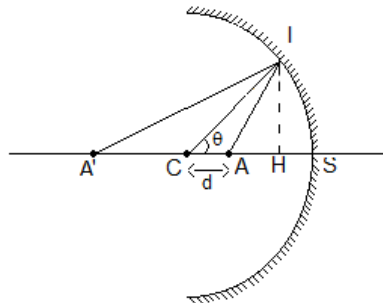
$$i' = i - \theta$$

Ce qui donne :

$$\alpha = 2\theta$$



IV. Miroir sphérique



1. Le chemin optique : (AA') :

$$(AA') = AI + A'I$$

$$AI = \sqrt{AH^2 + HI^2}$$

$$A'I = \sqrt{A'H^2 + HI^2}$$

$$(AA') = \sqrt{AH^2 + HI^2} + \sqrt{A'H^2 + HI^2}$$

Et on a :

- $AH = CH - d$
- $A'H = CH - x$
- $IH^2 + CH^2 = R^2$
- $CH = R \cos \theta$

Ce qui donne finalement :

$$(AA') = \sqrt{R^2 + d^2 - 2dR \cos \theta} + \sqrt{R^2 + x^2 - 2xR \cos \theta}$$

2. Développement limité :

On a : $\frac{d}{R} \ll 1$; $\frac{x}{R} \ll 1$, ce qui donne :

$$\begin{aligned} (AA') &= R \sqrt{1 + \frac{d^2}{R^2} - 2\frac{d}{R} \cos \theta} + R \sqrt{1 + \frac{x^2}{R^2} - 2\frac{x}{R} \cos \theta} \\ (AA') &= R \left[\left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{R^2} - 2\frac{d}{R} \cos \theta \right) \right) + \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{R^2} - 2\frac{x}{R} \cos \theta \right) \right) \right] \\ (AA') &= R \left[2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{R^2} + \frac{x^2}{R^2} \right) + \cos \theta \left(\frac{d}{R} + \frac{x}{R} \right) \right] \end{aligned}$$

3. Pour que les 2 point A et A' soient conjugués stigmatiques, il faut que le chemin optique soit constant quel que soit le rayon incident :

$$(AA') = cte \quad \forall \theta$$

Soit :

$$(AA') = cte \Leftrightarrow R \left[2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{R^2} + \frac{x^2}{R^2} \right) + \cos \theta \left(\frac{d}{R} + \frac{x}{R} \right) \right] = cte \quad \forall \theta$$

Ce qui donne :

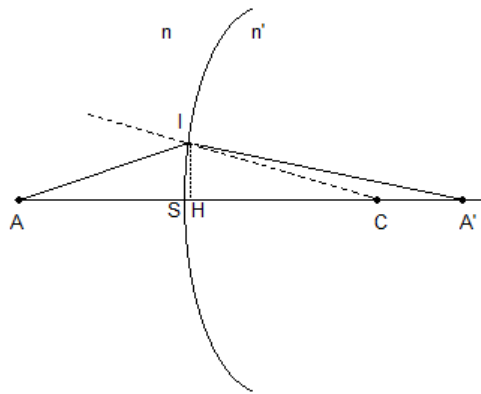
$$\left(\frac{d}{R} + \frac{x}{R} \right) = 0$$

Et donc :

$$x = -d$$

Conclusion : Tout point objet infiniment voisin du centre C du miroir sphérique possède un point image stigmatique et qui le symétrique du point objet par rapport au centre C .

V. Dioptré sphérique dans les conditions de Gauss



$$(AA') = n \overline{AI} + n' \overline{A'I}$$

$$\overline{AI} = \sqrt{AH^2 + HI^2}$$

$$\overline{A'I} = \sqrt{A'H^2 + HI^2}$$

Et on a :

$$\bullet \overline{AH} = \overline{AS} + \overline{SH}$$

$$\bullet \overline{A'H} = \overline{SH} - \overline{SA'}$$

$$\bullet IH^2 + CH^2 = R^2$$

$$\bullet \overline{CH} = \overline{CS} + \overline{SH}$$

Ce qui donne finalement :

$$(AA') = n\sqrt{(x-p)^2 + (R^2 - CH^2)} + n'\sqrt{(x-p')^2 + (R^2 - CH^2)}$$

Soit :

$$(AA') = n\sqrt{(x-p)^2 + (2xR - x^2)} + n'\sqrt{(x-p')^2 + (2xR - x^2)}$$

$$(AA') = n\sqrt{p^2 + 2x(R-p)} + n'\sqrt{p'^2 + 2x(R-p')}$$

2. Conditions de Gauss : mes rayons sont paraxiaux ($\frac{x}{R} \ll 1; \frac{x}{p} \ll 1; \frac{x}{p'} \ll 1$)

$$(AA') = -n p \sqrt{1 + 2x \frac{(R-p)}{p^2}} + n' p' \sqrt{1 + 2x \frac{(R-p')}{p'^2}}$$

$$(AA') = -n p \left(1 + 2x \frac{(R-p)}{p^2} \right) + n' p' \left(1 + 2x \frac{(R-p')}{p'^2} \right)$$

Soit :

$$(AA') = -n p + n' p' + x \left(-n \frac{(R-p)}{p} + n' \frac{(R-p')}{p'} \right)$$

Ce qui implique :

$$(AA') = Cte \quad \forall x \Leftrightarrow -n \frac{(R-p)}{p} + n' \frac{(R-p')}{p'} = 0$$

Soit :

$$n - n' - n \frac{R}{p} + n' \frac{R}{p'} = 0$$

On obtient ainsi la relation de conjugaison du dioptré sphérique :

$$\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{R}$$