

Розв'язування
нерівностей методом
інтервалів

Тема уроку: Розв'язування нерівностей методом інтервалів

Мета уроку :

- організувати роботу по сприйняттю, осмисленню і первинному закріпленню навичок у розв'язуванні нерівностей методом інтервалів, розвивати у учнів навички творчого підходу до рішення завдань;
- сприяти формуванню уміння розв'язувати квадратичні нерівності і оформлення нерівностей методом інтервалів, домогтися раціонального використання набутих знань;
- виховувати пізнавальну активність, сприяти розвитку логічного мислення, математичної і загальної грамотності.

Обладнання і матеріали : комп'ютер, проектор, екран, презентація для супроводу зайняття, індивідуальні картки для учнів.

Очікувані результати: учні повинні вміти розв'язувати нерівності методом інтервалів і розуміти, коли можна застосовувати цей метод.

Тип уроку: урок засвоєння нових знань.

Методи: словесні: розповідь, бесіда, коментар до виконання вправ, використання ключових слів, методи мотивації, збудження інтересу;

Практичні: розв'язування вправ, метод повторення, виконання вправа за зразком, поступового ускладнення завдань.

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання

Доброго дня, шановні учні! Ще 2400 років тому китайський педагог Конфуцій сказав: «Те, що я чую - я забуваю. Те, що я бачу і чую – я трохи пам'ятаю. Те, що я чую, бачу і обговорюю – я починаю розуміти. Коли я чую, бачу, обговорюю і роблю – набуваю знань і навичок».

Тож, запрошую вас до співпраці.

- Перевірка готовності учнів та до уроку.

II. Перевірка домашнього завдання

- Перевірка письмового завдання біля дошки

III. Формулювання мети й завдань уроку, мотивація навчальної діяльності

- Оголошення теми уроку
- Формулювання разом з учнями мети й завдань уроку
- Мотивація навчальної діяльності

Ви вже знаєте два види нерівності : лінійне і квадратне. Для кожного з них існує свій спосіб розв'язання. У старших класах ви познайомитеся ще з декількома видами нерівностей, такими як тригонометричні нерівності, показові, логарифмічні, раціональні, ірраціональні. Кожна з цих

нерівностей теж матиме свій спосіб рішення. Але сьогодні на уроці я познайомлю вас з універсальним способом розв'язання нерівностей, який називається *метод інтервалів*. З його допомогою ви зможете розв'язати будь-яку нерівність. Навіть якщо ви забудете спосіб, яким вирішується то або інша нерівність, то завжди зможете скористатися методом інтервалів.

Відкриваємо робочі зошити. Записуємо число, тему уроку : "Розв'язування нерівностей методом інтервалів". Розв'язування нерівності ми робитимемо по алгоритму, який записаний на дошці.

IV. Актуалізація опорних знань

▪ Усні вправи

1. Розв'яжіть нерівність:

а) $9x^2 > 0$; б) $4x^2 \geq 0$; в) $x^2 - 10x + 25 \leq 0$; г) $(x - 1)(x - 2) < 0$.

2. Знайдіть область визначення функції:

а) $y = \sqrt{x^2 - 8x + 16}$; б) $y = \frac{2x - 5}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}$

3. Розкладіть на множники квадратний тричлен:

а) $x^2 - x - 12$; б) $x^2 - 3x - 4$; в) $x^2 + 9x + 18$.

V. Засвоєння нових знань.

1. Схема розв'язування нерівності методом інтервалів :

1. Привести нерівність до такого виду, де в лівій частині знаходиться функція, а в правій 0.

2. Знайти область визначення функції.

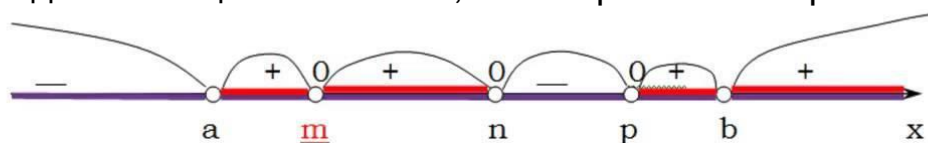
3. Знайти нулі функції, тобто - вирішити рівняння, $x_1 = m$, $x_2 = n$.

4. На числову пряму нанесемо область визначення функції і за допомогою нулів розіб'ємо її (область визначення) на інтервали.

5. Визначити знаки функції на отриманих інтервалах.

6. Вибрати інтервали, де функція набуває необхідних значень і записати відповідь.

Виходячи з вищезазначеного, маємо розв'язки нерівностей:



2. Застосування методу інтервалів на прикладах.

Методичний прийом „Працюємо за зразком”. Разом з учнями розв'язуємо нерівність методом інтервалів з коментуванням.

а) Розв'яжемо нерівність $(x + 2)(x - 3)(x - 5) > 0$.

Розглянемо функцію $y = (x + 2)(x - 3)(x - 5)$ і знайдемо ті значення x , при яких вона набуває додатних значень.

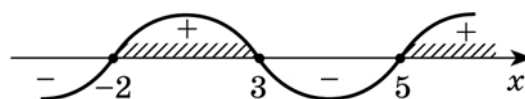
Область визначення функції — множина дійсних чисел. Нулі функції:

$x_1 = -2$, $x_2 = 3$, $x_3 = 5$. Нулі розбивають область визначення на чотири проміжки: $(-\infty; -2)$; $(-2; 3)$; $(3; 5)$; $(5; +\infty)$. На будь-якому з цих проміжків кожен із множників $x + 2$, $x - 3$, $x - 5$ має певний знак.

Позначимо на координатній прямій нулі функції та її знаки на кожному з проміжків.

Відповідь: $(-2; 3) \cup (5; +\infty)$.

На кожному з проміжків функція зберігає знак, а після переходу через нулі її знак змінюється. У такий спосіб можна знайти знаки функції виду $f(x) = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_n)$



б) Розв'яжемо нерівність $3x^2 - 6x + 24 < 0$.

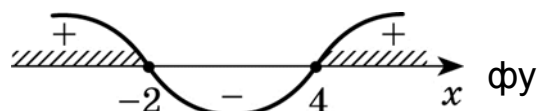
Зведемо нерівність до нерівності виду: $3(x + 2)(x - 4)$

$x_1 = -2$, нулі функції

$x_2 = 4$

Позначимо на координатній прямій нулі функції, розіб'ємо її на інтервали,

Відповідь: $(-2; 4)$.



в) Розв'язування дробових раціональних нерівностей.

Метод інтервалів можна застосовувати і для розв'язування дробових нерівностей. Дробово-раціональна функція може міняти знак тільки в тих точках, в яких вона дорівнює нулю або не існує.

Приклад 1. $\frac{(x+15)(x-2)}{x-15} \geq 0$.

Розв'язання:

Розглянемо функцію:

$$f(x) = \frac{(x+15)(x-2)}{x-15}$$

$D(f): x \neq 15$

Нулі функції: $x_1 = -15$, $x_2 = 2$

Наносимо на координатний промінь нулі функції і ОДЗ, визначимо знак функції на отриманих інтервалах, виберемо інтервал, де функція набуває додатних значень.

Відповідь: $[-15; 2] \cup (15; +\infty)$



Приклад 2. Що робити, якщо чисельник або знаменник не вдається розкласти на лінійні множники? Розглянемо таку нерівність:

$$\frac{(x-8)(x^2-4x+7)}{x+7} < 0$$

Квадратний тричлен $x^2 - 4x + 7$ на множники розкласти не можна: $D < 0$, коренів не існує. Це означає, що знак виразу $x^2 - 4x + 7$ при всіх дійсних x

має однаковий знак, тобто додатній.

Поділимо обидві частини нерівності на вираз $x^2 - 4x + 7$ і приведемо к рівносильній нерівності:

$\frac{x-8}{x+7} < 0$, яку легко розв'язати методом інтервалів



Відповідь: $(-7; 8)$

Зверніть увагу - ми поділили обидві частини нерівності на величину, про яку точно знали, що вона позитивна. Звичайно, в загальному випадку не варто множити або ділити нерівність на змінну величину, знак якої невідомий.

VI. Закріплення знань

▪ Робота з підручником біля дошки: № 216

2) $\frac{x+9}{x-11} > 0$, $x \in (-\infty; -9) \cup (11; +\infty)$;



3) $\frac{x-2,4}{x-3,7} \geq 0$, $x \in (-\infty; 2,4] \cup (3,7; +\infty)$;



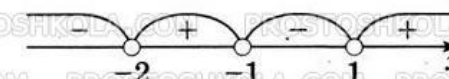
4) $\frac{x+5,2}{x-1,4} \leq 0$, $x \in [-5,2; 1,4)$;



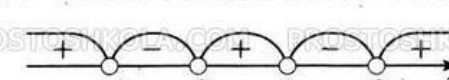
5) $\frac{5-x}{x-6} \geq 0$, $x \in [5; 6)$;



218. 1) $(x+2)(x^2-1) > 0$; $(x+2)(x-1)(x+1) > 0$;
 $x \in (-2; -1) \cup (1; +\infty)$;



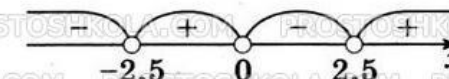
2) $(x^2-6x)(x^2+5x-6) < 0$;
 $x(x-6)(x+6)(x-1) < 0$;
 $x \in (-6; 0) \cup (1; 6)$;



3) $(x^2-4x+3)(x^2+3x+2) \geq 0$;
 $(x-3)(x-1)(x+1)(x+2) \geq 0$;
 $x \in (-\infty; -2] \cup [-1; 1] \cup [3; +\infty)$;



4) $4x^3-25x < 0$; $x(4x^2-25) < 0$;
 $x(2x-5)(2x+5) < 0$;
 $x \in (-\infty; -2,5) \cup (0; 2,5)$;



▪ Індивідуальна робота за картками

Учні, які добре засвоїли пояснення матеріалу, виконують роботу за картками:

Картка 1

Використовуючи метод інтервалів, розв'яжіть нерівність:

а) $(x-2)(x-5)(x-12) > 0$;

в) $\frac{6x+1}{4x-12} < 0$;

б) $x(3-x)(4-x)(x+1) \geq 0$;

г) $\frac{2x-1}{4x+1} \leq 3$.

Алгебра, 9 клас. Урок №28

Картка 2

Використовуючи метод інтервалів, розв'яжіть нерівність:

а) $(3-x)(4-x^2) \leq 0$;

в) $\frac{3-x}{(6x+3)x} \geq 0$;

б) $x^2(3+x)(x-6) < 0$;

г) $\frac{x^2-4x-5}{(x-1)^2} < 0$.

Алгебра, 9 клас. Урок №28

Розв'язок до карток

Картка 1

а)

$$(x-2)(x-5)(x-12) > 0 ;$$

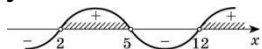
$$f(x) = (x-2)(x-5)(x-12)$$

;

$$D(f) = \mathbb{R} ;$$

$$\begin{cases} x=2, \\ x=5, \\ x=12 \end{cases} \text{ — нулі}$$

функції.



Відповідь:

$$(2; 5) \cup (12; +\infty)$$

б)

$$x(3-x)(4-x)(x+1) \geq 0 ;$$

$$x(x-3)(x-4)(x+1) \geq 0 ;$$

$$f(x) = x(x-3)(x-4)(x+1)$$

;

$$D(f) = \mathbb{R} ;$$

$$\begin{cases} x=0, \\ x=3, \\ x=4, \\ x=-1 \end{cases} \text{ — нулі}$$

функції.



Відповідь:

$$[-1; 0] \cup [3; 4]$$

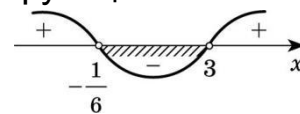
в) $\frac{6x+1}{4x-12} < 0$;

$$f(x) = \frac{6x+1}{4x-12}$$

$$D(f) : x \neq 3 ;$$

$$x = -\frac{1}{6} \text{ — нуль}$$

функції.



Відповідь:

$$\left(-\frac{1}{6}; 3\right)$$

г) $\frac{2x-1}{4x+1} \leq 3$;

$$\frac{2x-1}{4x+1} - 3 \leq 0 ;$$

$$\frac{2x-1-12x-3}{4x+1} \leq 0 ;$$

$$\frac{-10x-4}{4x+1} \leq 0 ;$$

$$\frac{-10(x+0,4)}{4x+1} \leq 0 ;$$

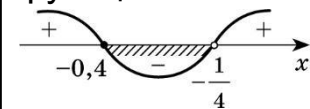
$$\frac{10(x+0,4)}{4x+1} \geq 0$$

$$f(x) = \frac{10(x+0,4)}{4x+1} ;$$

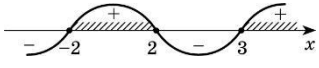
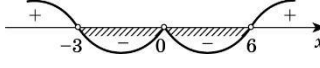
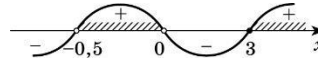
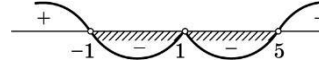
$$D(f) : x \neq -\frac{1}{4} ;$$

$$x = -0,4 \text{ — нуль}$$

функції.



			Відповідь: $\left[-0,4; -\frac{1}{4}\right)$.
--	--	--	---

Картка 2			
а) $(3-x)(4-x^2) \geq 0$; $(x-3)(x-2)(x+2) \geq 0$; $f(x) = (x-3)(x-2)(x+2)$ $D(f) = \mathbb{R}$; $\begin{cases} x=3, \\ x=2, \\ x=-2 \end{cases}$ — нулі функції.  Відповідь: $[-2; 2] \cup [3; +\infty)$.	б) $x^2(3+x)(x-6) < 0$; $f(x) = x \cdot x(3+x)(x-6)$; $D(f) = \mathbb{R}$; $\begin{cases} x=0, \\ x=-3, \\ x=6 \end{cases}$ — нулі функції.  Відповідь: $(-3; 0) \cup (0; 6)$.	в) $\frac{3-x}{(6x+3)x} \geq 0$; $\frac{x-3}{6\left(x+\frac{1}{2}\right) \cdot x} \geq 0$; $f(x) = \frac{x-3}{6x(x+0,5)} \geq 0$; $D(f) : \begin{cases} x \neq 0, \\ x \neq -0,5; \end{cases}$ $x=3$ — нуль функції.  Відповідь: $(-0,5; 0) \cup [3; +\infty)$.	г) $\frac{x^2-4x-5}{(x-1)^2} < 0$; $\frac{(x-5)(x+1)}{(x-1)^2} < 0$; $f(x) = \frac{(x-5)(x+1)}{(x-1)^2}$; $D(f) : x \neq 1$; $\begin{cases} x=5, \\ x=-1 \end{cases}$ — нулі функції.  Відповідь: $(-1; 1) \cup (1; 5)$.

VII. Підбиття підсумків уроку

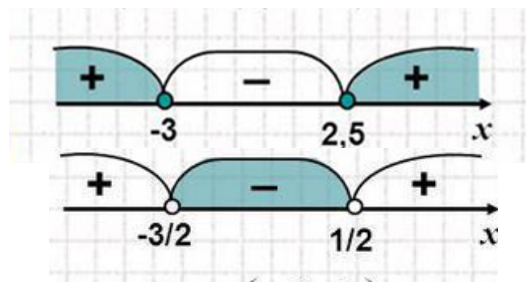
Знайди помилку:

а) $(2x-5)(x+3) \leq 0$;

Відповідь: $(-\infty; -3) \cup (2,5; +\infty)$

б) $4x^2 + 4x - 3 > 0$

Відповідь: $\left[-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right]$



До сьогоднішнього уроку ви уміли вирішувати квадратичні нерівності тільки одним способом, сьогодні ви познайомилися з методом інтервалів. Який з цих способів вам прийнятніше для вирішення квадратичних нерівностей? Надалі кожен з вас вирішуватиме нерівності тим способом, який йому більше подобається.

VIII. Домашнє завдання, інструктаж щодо його виконання

- Завдання для всього класу

Підручник

- Індивідуальне завдання
Розв'яжіть нерівність .

$$\frac{(x-3)(x+5)}{x^2-5x+6} \geq 0$$