MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONAL

****

DIRECTION NATIONALE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

****

ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE BAMAKO

(ENSup)

****

DER PHYSIQUE

REPUBLIQUE DU MALI

****

Un Peuple – Un But – Une Foi

Exposé du Groupe7:

Chocs de particules relativistes

Présenté par :				
N°	**PRENOM**	**NOM**	**N° de Téléphone**	**Adresse E-mail**
1	DEMBE	Adama	66243576	dembeadama@gmail.com
2	TRAORE	Drissa	66608989	traored60@yahoo.fr
3	SACKO	Sidi	72162803	Sacko721628@outlook.com

Sous l'assistance de : Dr Abdoulaye COULIBALY

I. Introduction

Les choses seraient-elles relatives? Dépendraient-elles du point de vue, c'est-à-dire en particulier, de l'observateur ? Si le terme relativité est certes consacré par l'usage, il apparaît peu approprié car la relativité est plutôt une théorie des invariants, c'est-à-dire des grandeurs ou quantités qui ne dépendent pas du point de vue.

Afin de mieux comprendre la structure de la matière, la physique des particules et la physique nucléaire explorent des situations où sont mises en œuvre des collisions de particules.

Lors de ces évènements, les particules qui interagissent sont considérées comme un ensemble isolé du reste de l'univers : en effet, les interactions qu'elles exercent les unes sur les autres sont, au moment du choc, largement prépondérantes devant toute action extérieure.

Dans ces conditions, les collisions de particules s'effectuent avec conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie.

On distingue alors deux types de collisions

- **Choc élastique** : La nature des particules est inchangée. L'énergie de masse est alors conservée et la conservation de l'énergie entraîne la conservation de l'énergie cinétique. Les évènements correspondants sont aussi appelés des processus de diffusion élastique.
- **choc inélastique :** La nature des particules est modifiée. L'énergie de masse varie puisque la masse des particules après la collision n'est pas la même que la masse des particules avant la collision. Ces processus sont dits inélastiques car ces collisions s'accompagnent d'une variation de l'énergie cinétique. C'est ce qui se produit dans les processus de fission nucléaire ou de fusion nucléaire.

II. Le référentiel du centre de masse

Considérons un système isolé de N particules indépendantes, en mouvement dans un référentiel Galiléen R. Dans ce cas il est possible de définir la somme des énergies et la somme des impulsions des différentes particules dans R :

$$\boxed{E = \sum_{i=1}^{N} E_i} \qquad \text{Et} \qquad P = \boxed{\sum_{i=1}^{N} P_i}$$

P_i **est donc le quadrivecteur impulsion-énergie du système.**

Le référentiel du centre de masse de ce système est le référentiel R' en translation par rapport à R, dans lequel l'impulsion du système est nulle :

$$\boxed{P^* = \sum_{i=1}^{N} P_i^* = 0}$$

- Le quadrivecteur énergie impulsion du système dans R' s'écrit alors : $\boxed{P' = \left(\frac{E'}{C} ; 0\right)}$

Ou $\boxed{E^* = \sum_{i=1}^{N} E_i^*}$ est ***l'énergie du système*** dans R'

Remarque : Le terme "***centre de masse***" peut prêter à confusion car des particules comme le photon n'ont pas de masse. Il est donc impossible de définir comme en mécanique classique, la position du centre de masse. Cette position sera définie par :

$$\boxed{r = \frac{\sum_{i=1}^{N} E_i r_i}{\sum_{i=1}^{N} E_i}}$$

- La transformation de Lorentz permet de passer de P à P'. Appelons u la vitesse de R' par rapport à R (parallèle à son axeOX). Si p n'a qu'une composante suivant cet axe OX, ce qui se produit effectivement dans les accélérateurs de particules, alors :

$$\begin{pmatrix} E'/C \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_U & -\beta_U\gamma_U & 0 & 0 \\ -\beta_U\gamma_U & \gamma_U & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E/C \\ P_X \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\boxed{\gamma_U = \frac{1}{\sqrt{1+u^2/c^2}} \qquad , \qquad \beta_U = \frac{u}{c}}$$

On déduit la vitesse de R' par rapport à R:

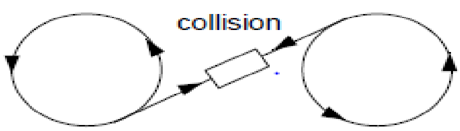
$u = \frac{c^2}{E} P$ Qui est constante car E et P sont constants puisque le système est isolé.

Le référentiel du centre de masse est donc galiléen.

On obtient également l'expression de l'énergie du système dans R':

$$\boxed{E^* = \frac{E}{\gamma_U}}$$

La valeur de cette énergie est inférieure à celle que l'on mesure dans R.



On peut aussi écrire directement la pseudo-norme du quadrivecteur énergie impulsion du système : $\boxed{\frac{E'}{c^2} = \frac{E}{c^2} - p^2}$

On voit que l'énergie du système est minimum dans le référentiel du centre de masse.
Ceci a une application dans la collision de particules. Pour fournir le minimum d'énergie dans le référentiel du laboratoire R à deux particules entrant en collision, il faut s'arranger pour que Ret R' coïncident. Ceci est possible en utilisant des anneaux collisionneurs dont le principe est indiqué sur la figure. Dans ce cas les particules ont des vitesses opposées, et si

$p = u = 0$.

Alors $E=E^*$

III. Chocs élastiques chocs

1. lois de conservation d'un choc

Soit un état initial d'un système isolé de toute influence extérieure. Chacun des partenaires a une impulsion et une énergie bien définies dans R. Une collision conduit à un état final où les impulsions et les énergies sont différentes de celles de l'état initial.

Le calcul complet de ce qui se passe au cours de la collision, nécessite la connaissance de la loi de force entre les protagonistes. Mais il est en général possible de relier en partie l'état final à l'état initial sans connaître précisément la loi de force.

On utilise pour cela des lois de conservation: des grandeurs ont la même valeur avant et après la collision. Il en est évidemment ainsi de la norme du quadrivecteur impulsion totale - énergie totale. L'invariance de celle-ci fournit donc une première loi de conservation. Dans le référentiel R' du centre d'inertie, cette norme invariante se réduit à l'énergie totale. Dans ce référentiel, l'impulsion est nulle et l'énergie totale est conservée. Une transformation de Lorentz permet de calculer impulsion totale et énergie totale dans un autre référentiel R. La transformation est linéaire avec des coefficients qui ne dépendent que de la vitesse relative entre les deux référentiels, la même avant et après la collision pour un système isolé. Les valeurs trouvées pour l'impulsion totale et l'énergie totale dans R sont donc séparément conservées.

Le référentiel du centre d'inertie est souvent un choix judicieux. Dans la suite nous nous limiterons aux collisions binaires. Toutes les vitesses sont alors dans un même plan (impulsion nulle et que le reste dans la direction orthogonale à celui-ci

2. Définition et propriétés générales

a. Définition :

Un choc entre particules est élastique si la nature et le nombre des particules avant la collision, sont conservés après la collision.

Considérons un système de Nparticules entrant en collision et supposons qu'avant et après la collision, les particules soient indépendantes les unes des autres. Elles suivent donc des trajectoires rectilignes à des vitesses uniformes. Pendant le choc, il y a interaction entre les particules et en toute rigueur il n'est pas possible de calculer la somme des énergies et des impulsions de ces particules.

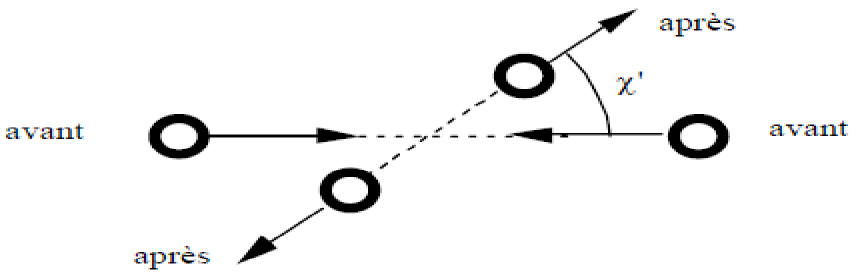


Figure 1 : Illustration du choc élastique unidimensionnel

b-Propriétés :

Nous allons alors supposer que la durée du choc est très courte, et que même si le quadrivecteur énergie impulsion n'est pas défini pendant ce temps, il se conserve avant et après le choc. Cela se traduit, dans un référentiel galiléen$R$, par :

$$P^{av} = P^{ap} \quad => \qquad \sum_{i=1}^{N} (m_i c^2 + E_{ci}^{av}) = \sum_{i=1}^{N} (m_i c^2 + E_{ci}^{ap})$$

$$\sum_{i=1}^{N} P_i^{av} = \sum_{i=1}^{N} P_i^{ap}$$

$\{E_{ci}^{av} : est\ l^{'}energie\ cinetique\ avant\ le\ choc.\ E_{ci}^{ap} : est\ l^{'}energie\ cinetique\ après\ le\ choc.\ P^{av} : est\ l^{'}impu$

Où E_{ci} est l'énergie cinétique de la particule$i$. Nous en déduisons la conservation de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement du système :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} E_{ci}^{av} = \sum_{i=1}^{N} E_{ci}^{ap}}$$

$$\sum_{i=1}^{N} P_i^{av} = \sum_{i=1}^{N} P_i^{ap}$$

Remarque : Très souvent, il est commode d'écrire la conservation du quadrivecteur énergie impulsion avant et après le choc, dans le référentiel du centre de masse R^* :

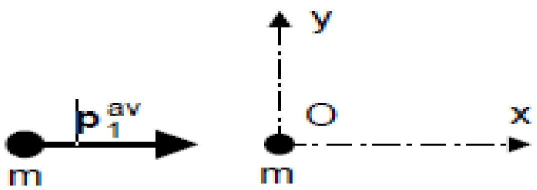
$P'^{av} = P'^{ap}$ Car l'impulsion du système y est nulle.

3. Choc élastique de deux particules identiques, l'une en mouvement, l'autre immobile

Considérons deux particules identiques de masse m, l'une en mouvement, l'autre au repos, entrant en collision. On note R le référentiel du laboratoire et R' le référentiel du centre de masse. Nous voulons connaître dans R, la quantité de mouvement des deux particules après le choc, soit quatre composantes scalaires dans le plan formé par les directions des deux particules.

- **Avant le choc dans R**

La particule en mouvement possède une énergie E_1^{av}. Le module de son impulsion p_1^{av} est donné par la relation : $p_1^{av} = \sqrt{{E_1^{av}}^2 - m^2c^2}$



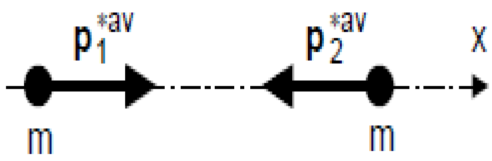
La direction étant celle de l'axe Ox. La particule immobile se trouve à l'origine O du repère lié Oxy à R. Son énergie est $E_2^{av} = mc^2$ et son impulsion $p_2^{av} = 0$. Le quadrivecteur énergie impulsion du système s'écrit :

$$P^{av} = \left(\frac{E^{av}}{c}; p^{av}\right) = \left(\frac{E_1^{av}+mc^2}{c}; p_1^{av}\right).$$

- **Avant le choc dans R^* :**

A l'aide de la transformation de Lorentz, nous avons obtenu l'expression de l'énergie du système dans R^* .

$$E_1^{*av} = \frac{E^{av}}{\gamma} \quad \text{Avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{et } \beta = \frac{cp_1^{av}}{E^{av}}$$



On en déduit : $\beta = \frac{\sqrt{E_1^{av^2} - m^2c^4}}{E_1^{av}+mc^2}$ $\qquad \gamma = \sqrt{\frac{E_1^{av}+mc^2}{2mc^2}}$

D'où $E^{av} = \sqrt{2mc^2(E_1^{av} + mc^2)}$

L'impulsion du système étant nulle dans R' son quadrivecteur énergie impulsion s'écrit :

$$\boxed{P^{*av} = \left(\frac{E_1^{*av}}{c}; P^{*av}\right) = \left(\frac{\sqrt{2mc^2\left(E_1^{av}+mc^2\right)}}{c}\ ; 0\right)}$$

- **Après le choc dans R^* :**

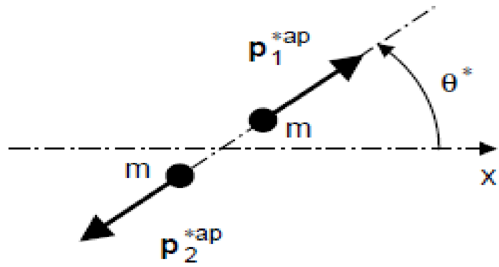
La conservation du quadrivecteur énergie impulsion avant et après le choc,

$P'^{av} = P'^{ap}$ Permet d'écrire :

$$\boxed{P^{*av} = \left(\frac{E^{*ap}}{c}; P^{*ap}\right) = \left(\frac{\sqrt{2mc^2(E_1^{av}+mc^2)}}{c}; 0\right)}$$

La conservation de l'impulsion fournit deux équations scalaires et la conservation de l'énergie une troisième équation :

$$p_1^{*ap} + P_2^{*ap} = 0$$



$$E'^{ap}_1 + E'^{ap}_2 = \sqrt{2mc^2(E_1^{av} + mc^2)}$$

Mais nous avons déjà noté que le système comporte quatre inconnues. Donnons-nous alors un paramètre

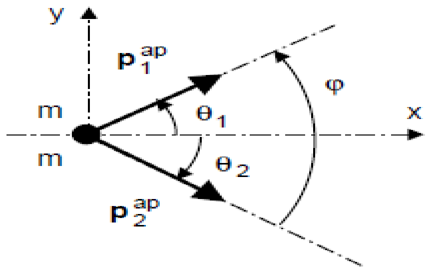
Supplémentaire ; l'angle d'éjection de la particule 1, dans R^* . Nous l'appelons θ^*. Puisque

$$E_1^{ap} = \gamma\left(E_1^{*ap} + up_{1x}^{*ap}\right) = \frac{E_1^{av} + mc^2}{2} + \frac{E_1^{av} - mc^2}{2}\cos\theta^*$$

$$p_{1x}^{ap} = \gamma\left(p_{1x}^{*ap} + \frac{u}{c^2}E_1^{*ap}\right) = \frac{1+\cos\theta^*}{2c}\sqrt{E_1^{av2} - m^2c^4}$$

$$p_{1y}^{ap} = p_{1y}^{*ap} = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{mc^2\left(E_1^{av} - mc^2\right)}{2}}\sin\theta^*$$

$$p_{1z}^{ap} = p_{1z}^{*ap} = 0$$



P^{*ap} =-P^{*ap} *l*'angle d'ejection de la particule 2 $\theta^* - \pi$ est. L'égalité $P^{*ap} = P^{*ap}$ implique :

$$E_1^{*ap2} = p_1^{*ap2}c^2 + m^2c^4 = p_2^{*ap2}c^2 + m^2c^4 = E_2^{*ap2},$$

et donc :

$$E_1^{*ap2} = p_1^{*ap2}c^2 + m^2c^4 = p_2^{*ap2}c^2 + m^2c^4 = E_2^{*ap2},$$

$$E_1^{*ap} = E_2^{*ap} = \sqrt{\frac{mc^2\left(E_1^{av} + mc^2\right)}{2}}.$$

En utilisant la relation

$$E_1^{*ap} = E_2^{*ap} = \sqrt{\frac{mc^2\left(E_1^{av} + mc^2\right)}{2}}.$$

Les composantes du quadrivecteur énergie impulsion de chaque particule

$$p_1^{*ap}c = \sqrt{E_1^{*ap2} - m^2c^4} \quad \text{il vient :}$$

$$p_1^{*ap} = p_2^{*ap} = \sqrt{\frac{mc^2\left(E_1^{av} - mc^2\right)}{2}}.$$

$$\left(P_1^{*ap}\right)_i = \left(E_1^{*ap}/c, p_1^{*ap}\cos\theta^*, p_1^{*ap}\sin\theta^*, 0\right)$$

$$\left(P_2^{*ap}\right)_i = \left(E_2^{*ap}/c, -p_2^{*ap}\cos\theta^*, -p_2^{*ap}\sin\theta^*, 0\right)$$

s'écrivent :

□ Après le choc dans R

$$\boxed{p_1^{ap} = \frac{1}{c}\sqrt{\left(\frac{E_1^{av}+mc^2}{2} + \frac{E_1^{av}-mc^2}{2}\cos\theta^*\right) - m^2c^4}}$$

Pour obtenir les quadrivecteurs énergie impulsion des particules dans le référentiel du laboratoire, il suffit d'utiliser la transformation de Lorentz inverse, donnant les composantes de p_1^{ap} et p_2^{ap} en fonction de celles de p_1^{ap} et p_2^{ap}. Pour la première particule cette transformation s'écrit :

$$\boxed{\tan\theta_1 = \frac{p_{1y}^{ap}}{p_{1x}^{ap}} = \frac{\sin\theta^*}{1+\cos\theta^*}\sqrt{\frac{2mc^2}{E_1^{av}+mc^2}}}$$

Le module de l'impulsion de la particule 1 est donné par la relation fondamentale de la dynamique :

et sa direction, par l'angle d'éjection θ1 mesuré dans R et tel que :

Pour la particule 2, le raisonnement est le même. En remplaçant θ∗ par θ∗ − π on obtient

L'angle d'éjection entre les deux particules est $\phi = \theta 1 - \theta 2$. A l'aide de la relation :

il vient après calcul :

$$\boxed{p_2^{ap} = \frac{1}{c}\sqrt{\left(\frac{E_1^{av}+mc^2}{2} - \frac{E_1^{av}-mc^2}{2}\cos\theta^*\right) - m^2c^4}}$$

En relativité restreinte

$$\boxed{\tan\theta_2 = \frac{p_{2y}^{ap}}{p_{2x}^{ap}} = \frac{-\sin\theta^*}{1-\cos\theta^*}\sqrt{\frac{2mc^2}{E_1^{av}+mc^2}}}$$

$0 < \phi < \pi$ 2 alors que, à la limite classique $v <<$ c , av 2 E1 = mc et $\phi = \pi$ 2 .

IV. Chocs inélastique :

1. Définition et propriétés générales

$$\tan\varphi = \tan(\theta_1 - \theta_2) = \frac{\tan\theta_1 - \tan\theta_2}{1+\tan\theta_1\tan\theta_2},$$

Définition : Un choc entre particules est inélastique si la nature ou le nombre des particules avant la collision n'est pas conservé après la collision.

$$\tan\varphi = \frac{2\sqrt{2mc^2\left(E_1^{av}+mc^2\right)}}{\left(E_1^{av}-mc^2\right)\sin\theta^*}.$$

Considérons un système isolé de **N** particules de masse **mi, 1≤ i ≤ N**, pouvant entrer en collision. Après le choc, nous aurons un système de Q particules (avec à priori **Q ≠ N**) de masse **mj , 1≤ j ≤ Q.**

Si ces particules sont indépendantes les unes des autres, nous pouvons définir la somme des énergies et la somme des impulsions des particules, puis le quadrivecteur énergie impulsion du système avant et après le choc, dans un référentiel galiléen **R**, comme nous l'avons fait au paragraphe 2.. Le système étant isolé, ce quadrivecteur se conserve et nous pouvons écrire :

$$P^{av} = P^{ap} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{N}\left(m_i c^2 + E_{Ci}^{av}\right) = \sum_{j=1}^{Q}\left(m_j c^2 + E_{Cj}^{ap}\right) \\ \sum_{i=1}^{N}\mathbf{p}_i^{av} = \sum_{j=1}^{Q}\mathbf{p}_j^{ap} \end{array}.$$

L'énergie cinétique du système n'est plus conservée puisque :

$$P^{av} = P^{ap} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} \sum_{i=1}^{N}\left(m_i c^2 + E_{Ci}^{av}\right) = \sum_{j=1}^{Q}\left(m_j c^2 + E_{Cj}^{ap}\right) \\ \sum_{i=1}^{N}\mathbf{p}_i^{av} = \sum_{j=1}^{Q}\mathbf{p}_j^{ap} \end{array}. \qquad \sum_{i=1}^{N} m_i c^2 \neq \sum_{j=1}^{Q} m_j c^2 .$$

Appelons "défaut de masse" la quantité :

$$\sum_{i=1}^{N} m_i c^2 \neq \sum_{j=1}^{Q} m_j c^2 . \qquad \Delta m = \sum_{j=1}^{Q} m_j - \sum_{i=1}^{N} m_i ,$$

et la variation d'énergie cinétique :

$$\Delta m = \sum_{j=1}^{Q} m_j - \sum_{i=1}^{N} m_i , \qquad \Delta E_C = \sum_{i=1}^{N} E_{Ci}^{av} - \sum_{j=1}^{Q} E_{Cj}^{ap} .$$

La loi de conservation de l'énergie relativiste s'écrit alors :

$$\Delta E_C = \sum_{i=1}^{N} E_{Ci}^{av} - \sum_{j=1}^{Q} E_{Cj}^{ap} . \qquad \boxed{\Delta E_C = \Delta m c^2}.$$

C'est la formule très célèbre qu'Einstein découvrit **en 1905**. Elle traduit l'équivalence entre la masse et l'énergie. Dans une réaction (collision ou désintégration), si la masse totale des particules formées augmente, l'énergie cinétique totale de ces particules diminue, et inversement. Il y a conversion de l'énergie de masse en énergie cinétique.

Energie de seuil

L'énergie minimum des particules émises après une collision, est la somme des énergies de masse de chacune de ces particules. L'énergie cinétique du système est alors nulle, ainsi que son impulsion. De ce fait, le référentiel d'étude est le référentiel du centre de masse.

Définition : L'énergie de seuil, de production de **Q** particules lors d'une collision inélastique, est l'énergie cinétique minimum des **N** particules incidentes, permettant de créer des particules au repos dans leur référentiel du centre de masse.

Calculons l'énergie cinétique minimum que doit posséder une particule de masse m_1 entrant en collision avec une particule immobile de masse m_2, pour former **Q** particules de masse **m_j.** Pour cela écrivons l'invariance de la pseudo-norme du quadrivecteur énergie impulsion du système dans **R** et **R*,** avant le choc :

$$\boxed{\Delta E_C = \Delta m c^2} \qquad P^{av2} = P^{*av2}$$

Dans **R*,** il y a conservation de ce quadrivecteur avant et après le choc, donc également conservation de sa pseudo-norme

$$P^{av2} = P^{*av2} \qquad P^{*av2} = P^{*ap2}$$

D'où :

$$P^{av2} = P^{*ap2},$$

relation qui s'écrit aussi :

$$E^{av2} - p^{av2}c^2 = E^{*ap}$$

ıvec :

$$E^{av} = E_1^{av} + m_2 c^2$$
$$p^{av2}c^2 = p_1^{av2}c^2 = E$$
$$E^{*ap} = \sum_{j=1}^{Q} m_j c^2$$

En notant $E_1^{av} = \left(E_{C1}^{av}\right)_{min} + m_1 c^2$, on déduit l'énergie de seuil :

$$\boxed{\left(E_{C1}^{av}\right)_{min} = \frac{\left(\sum_{j=1}^{Q} m_j c^2\right)^2 - \left(m_1^2 c^2 + m_2^2 c^2\right)^2}{2 m_2 c^2}}.$$

Conclusion

La conservation du quadrivecteur énergie impulsion exprime la conservation de l'énergie et la conservation de l'impulsion. L'énergie relativiste comprend un terme de masse, un terme cinétique et éventuellement un terme d'interaction potentielle pour un système lié. Sa conservation au cours d'une collision ou d'une réaction permet la création ou l'annihilation de particules massiques. La variation de l'énergie de masse est compensée par la variation d'énergie cinétique et potentielle du système. C'est l'équivalence masse-énergie, dont on peut tirer profit dans les centrales nucléaires.