

AÑO 2010

MATEMÁTICAS

Opción A

1. Diga de qué tipo es la siguiente progresión numérica: 2, 8, 14, 20, 26, 32, 38, 44, ..., 122 y calcule el valor de la suma de sus términos.

2. Simplifique la expresión $\frac{\sin \sin x}{\cos \cos x} - \operatorname{tg} x$

3. Diga si es posible formar un triángulo de lados 1, 2 y 5 y justifíquelo.

4. Escriba la ecuación del plano paralelo a $x + y + z = 3$ que pasa por el punto (1, 2, 3).

5. Encuentre una función primitiva de e^{4x} .

Opción B

1. Considere la matriz $\begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. ¿Cuánto vale a si la matriz es simétrica?

2. Diga cuánto vale p si el siguiente sistema es incompatible: $\begin{cases} x + y = 2 \\ px + y = 3 \end{cases}$

3. Calcule la distancia del punto (2, 3) a la recta de ecuación $2x - 4y - 1 = 0$.

4. Determine el dominio de la función $f(x) = \sqrt{x - 1} + \ln \ln(x + 1)$

5. Calcule la pendiente de la recta tangente a la curva de ecuación $y = \sin(2x)$ en el punto en que $x = 0$.

Problemas

1. Considere la función $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$. Determine los valores de las constantes a , b y c sabiendo que $f(1) = 7$, que la función tiene un máximo cuando $x = 1$ y que tiene un mínimo cuando $x = -1$.

2. Considere las rectas de ecuaciones respectivas $r_1: 4x - 2y = 0$, $r_2: y = 2x - 3$, $r_3: x + y = 0$. Compruebe que las dos primeras son paralelas. Calcule la distancia que separa r_1 de r_2 .

Encuentre la ecuación de una recta r_4 , paralela a r_3 , de manera que el paralelogramo que determinan las cuatro rectas tenga un área de 6 unidades

ESTADÍSTICA

Problema 1

En un estudio realizado con 12 enfermos de gripe A se ha analizado la edad del enfermo y los días de duración de la enfermedad. Los datos obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

Edad	10	15	20	20	30	40	40	40	55	55	60	65
Duración	5	5	5	6	7	7	7	8	8	8	9	9

a) Realice el gráfico de barras de la variable duración.

b) Calcule la media de cada variable y los respectivos coeficientes de variación.

¿Cuál de las dos medias es más representativa?

c) Represente gráficamente el diagrama de dispersión de la variable duración respecto a la edad.

d) Calcule el coeficiente de correlación lineal de Pearson e interprete el resultado

Problema 2

La cotización diaria de unas acciones durante tres semanas ha sido:
118, 123, 121, 129, 132, 142, 133, 122, 118, 117, 112, 108, 119, 128 y 123.

- Determine la cotización media de estas acciones.
- Calcule la desviación estándar de la cotización de las acciones.
- Calcule los cuartiles de la cotización de estas acciones e interprete los resultados.
- Realice un histograma de esta distribución con intervalos de amplitud 5, empezando por el intervalo 105-110.

Problema 3

En una encuesta realizada a 15 personas mayores de cincuenta años se ha pedido el número de hermanos y el número de hijos. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Hermanos	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2
Hijos	0	1	1	2	0	1	1	2	0	1	2	3	0	1	2

- Escriba la tabla de frecuencias de doble entrada de estas dos variables.
- ¿Qué porcentaje de los encuestados tiene hermanos o hijos?
- Determine la recta de regresión del número de hijos en función del número de hermanos.
- Realice una predicción del número de hijos de una persona que tiene 4 hermanos.

Problema 4

De una urna que contiene 8 bolas blancas y 2 bolas negras, se extraen 2 bolas sin reposición.

- Dibuje el diagrama de árbol de este experimento aleatorio.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea blanca si la primera era negra?
- ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean blancas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la segunda bola sea blanca?
- ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean de colores diferentes?

Problema 5

El tiempo de espera (medido en minutos) en una parada de autobús es una variable aleatoria que tiene la siguiente función de densidad: $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ 1/12, & \text{si } 0 \leq x \leq 12 \\ 0, & \text{si } x > 12 \end{cases}$

- ¿Cuál es la probabilidad de que un usuario del autobús llegue a la parada y se espere más de 9 minutos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un usuario del autobús llegue a la parada y se espere menos de 3 minutos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un usuario del autobús llegue a la parada y se espere entre 2 y 5 minutos?
- Determine la función de distribución de esta variable aleatoria.
- Calcule la esperanza del tiempo de espera para un usuario del autobús.

AÑO 2011

MATEMÁTICAS

Opción A

- Calcule el valor de la suma de los mil primeros números naturales pares.
- Calcule la longitud de los lados de un triángulo equilátero de $\sqrt{3}$ m² de área.
- Calcule el valor de la pendiente de la recta tangente a la curva de ecuación $y = e^{1/x}$ en el punto de abscisa $x = 1$.
- Encuentre una primitiva de la función $f(x) = \cos \cos 5x + \sqrt{x}$

5. Encuentre las coordenadas del punto de corte del plano de ecuación $x + y + z = 0$ y la recta $\frac{x-1}{2} = y = \frac{z+1}{2}$

Opción B

1. Simplifique la expresión $\frac{1 + \cos x}{x}$

2. Calcule el dominio de la función $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

3. Encuentre los valores de p por los cuales el siguiente sistema no tiene solución.
 $\begin{cases} px - y = 6 \\ x - py = 6 \end{cases}$

4. Calcule la distancia del origen de coordenadas a la recta de ecuación $4x - 8y + 1 = 0$.

5. Encuentre el valor de m por el cual la matriz $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 2 \\ -1 & & \end{pmatrix}$ es la inversa de $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

PROBLEMAS

1. Considere la parábola de ecuación $y = x^2 - 4x + 2$.

a) Encuentre las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola por los puntos A, de abscisa $x = 0$, y B, que es el punto en que $x = 4$.

b) Encuentre el punto C, de corte de ambas rectas.

c) Calcule el área del triángulo de vértices A, B y C.

2. Un almacén sirve tres tipos de revestimiento (A, B y C). En la siguiente tabla se recogen los tres últimos pedidos. Determine el precio por metro cuadrado de cada revestimiento.

	Rev. A (m^2)	Rev. B (m^2)	Rev. C (m^2)	Total (€)
Pedido 1	50	100	80	2 420
Pedido 2	70	80	80	2 380
Pedido 3	100	90	70	2 710

ESTADÍSTICA

Problema 1

A continuación, se detallan los datos referentes a los ingresos anuales y el gasto en publicidad de 16 empresas.

Ingresos	15	10	20	20	30	35	45	45	50	55	60	65	70	75	85	80
Gasto en publicidad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

a) Mida la relación lineal entre los ingresos y el gasto en publicidad. Si existe relación, comente de qué tipo es.

b) Obtenga la recta de regresión de los ingresos en función del gasto en publicidad.

Problema 2

El tiempo de conexión diario de 100 usuarios de MSN Messenger viene dado en la siguiente tabla:

Minutos de conexión	Número de usuarios
5-10	10
10-15	15
15-20	20
20-25	35
25-30	20

- a) Determine las frecuencias relativas acumuladas. Interprete la frecuencia relativa acumulada en el intervalo 20-25.
- b) Calcule la media aritmética y la desviación estándar del tiempo de conexión a MSN Messenger.
- c) ¿A partir de qué tiempo de conexión se puede incluir un usuario de MSN Messenger en el grupo del 25% que están más tiempo conectados?
- d) ¿Cuánto dura, en minutos, la conexión más frecuente?
- e) ¿Cuántos minutos se conectan, en total, estos 100 usuarios?
- NOTA: En el cálculo de los percentiles y la moda, utilice las fórmulas de aproximación usuales en el caso de datos agrupados en intervalos

Problema 3

En una ciudad se contabiliza el número de casos de gripe A y gripe estacional en cada uno de los centros escolares el año 2009. Los resultados obtenidos en 16 centros escolares son los siguientes:

		Casos de gripe A				
		0	1	2	3	4
Casos de gripe estacional	0	2	1	1	0	0
	1	4	3	2	2	1

- a) ¿Qué porcentaje de centros escolares NO tiene ningún caso de gripe A?
- b) ¿Qué porcentaje de centros escolares tiene algún caso de gripe A o de gripe estacional?
- c) Calcule las distribuciones marginales del número de casos de gripe A y del número de casos de gripe estacional.
- d) ¿Cuántos casos de gripe estacional se han contabilizado en todos los centros escolares?
- e) Calcule la media aritmética y la desviación estándar del número de casos de gripe A.
- f) Calcule el tercer cuartil del número de casos de gripe A. Interpretelo.
- g) Represente el gráfico de sectores del número de casos de gripe estacional

Problema 4

En una prueba de acceso a la universidad para mayores de 25 años, el 15% de los examinandos realiza la prueba de estadística, el 10% realiza la prueba de matemáticas y el 5% realiza la prueba de estadística y la de matemáticas. Además, las mujeres representan el 65% de los examinandos de la prueba de estadística y el 55% de los que no realizan la prueba de estadística.

- a) Exprese el enunciado del problema en forma de probabilidades de sucesos.
- b) ¿Qué porcentaje de examinandos realiza la prueba de estadística o la de matemáticas?
- c) Entre los examinandos de la prueba de estadística, ¿qué porcentaje realiza la prueba de matemáticas?
- d) ¿Cuál es el porcentaje de mujeres entre los examinandos?
- e) Entre las mujeres, ¿qué porcentaje realiza el examen de estadística?

Problema 5

Una anomalía genética que no es grave se da en el 30% de las personas. Un día cualquiera se estudia a 5 personas escogidas al azar. Considere X una variable aleatoria que indique cuántas de estas 5 personas tienen la anomalía.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya 2 personas con la anomalía genética?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya alguna persona con la anomalía genética?
- c) Calcule la función de distribución de esta variable aleatoria en el punto 3.
- d) Calcule el número esperado de personas con la anomalía genética.

e) Calcule la desviación estándar de la variable aleatoria X

AÑO 2012

MATEMÁTICAS

ordinaria

Opción A

1. Determine la ecuación de la recta paralela a la recta de ecuación $2x + 4y + 3 = 0$ que pasa por el punto $(1, -1)$

2. Calcule razonadamente los valores de p que impiden que el sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x + 3y = p \end{cases}$ tenga solución.

3. Calcule una primitiva de la función $f(x) = \cos 2x + 1/x$.

4. Determine el resto resultante de dividir el polinomio $x^3 - 5x^2 + 4x + 2$ entre el binomio $x + 1$

5. Calcule y simplifique $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x^2-3}{x^2-3x+2}$

Opción B

1. Indique dos valores de x diferentes que cumplan $\sin x = \cos x$.

2. Derive la función $f(x) = \frac{\sin \sin x}{x^2}$

3. Encuentre la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

4. Resuelva $\log_3 x = 2$.

5. Determine la ecuación del plano paralelo al plano de ecuación $x + y - 2z = 3$ que pasa por el punto $(1, 1, -1)$.

Problemas

1. Determine la ecuación de la recta tangente a $y = x^4 - x^2 + 1$ por el punto $(1, 1)$.

Calcule el valor del área encerrada entre la curva del principio, la recta tangente obtenida y la parte positiva de los ejes de coordenadas.

2. Estudie la posición relativa de los planos de ecuaciones $\pi_1: x + 2y + kz = -1$,

$\pi_2: 2x + ky + 6z = 1$ y $\pi_3: x + y + kz = 0$ en función del parámetro k.

Determine el punto de intersección en el caso de $k = 1$.

extraordinaria

Opción A

1. Calcule dos valores de x diferentes que cumplan $\sin \sin x = \frac{\tan \tan x}{2}$

2. Determine el valor de k por el cual el sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + y = 3 \\ x + 2y = k \end{cases}$ tiene solución única

3. Determine una primitiva de la función $f(x) = e^{2x} + e^{-3x}$.

4. Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

5. Resuelva $e^{2x-3} - 1 = 0$

Opción B

1. Indique la ecuación de la recta paralela a la recta de ecuación $2x - 3y - 1 = 0$ que pasa por el punto $(1, 2)$.

2. Calcule la pendiente de la recta tangente a la curva de ecuación $y = xe^x$ por el punto en que $x = 0$.

3. Los ángulos de un triángulo rectángulo son de 30° , 60° y 90° . Calcule la longitud de sus catetos sabiendo que la hipotenusa tiene una longitud de 4 m.

4. Determine el resto resultante de dividir el polinomio $x^4 - 3x^2 + 2x + 4$ entre el binomio $x - 1$.

5. Simplifique la expresión trigonométrica $\frac{\cos \cos 2x}{\sin \sin x + \cos \cos x}$

Problemas

1.

a) Calcule los coeficientes a y b del polinomio $P(x) = x^3 - ax^2 + bx$ de forma que la gráfica de $y = P(x)$ pase por el punto $(1, 1)$ y la recta tangente en este punto sea horizontal.

b) Determine si el punto $(1, 1)$ es un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión.

c) Calcule el área encerrada entre las curvas $y = P(x)$, $y = 0$ y $x = 1$.

2. Considere las rectas del plano $r_1: x + 2y - 2 = 0$, $r_2: 2x - y - 4 = 0$, $r_3: y = -x/2$, $r_4: y = 1 + 7x$.

a) Diga cuáles de ellas son paralelas y por qué.

b) Diga cuáles de ellas son perpendiculares y por qué.

c) Indique los vértices y calcule el área del triángulo que forman las rectas r_1 , r_2 y r_4 .

ESTADÍSTICA

ordinaria

Problema 1

En un conjunto de 30 ciudades de Catalunya se estudia la relación entre el número total de teléfonos fijos y el número total de líneas de banda ancha que hay en cada ciudad. Los resultados se han resumido en la siguiente tabla de frecuencias:

Miles de teléfonos fijos	Miles de líneas de banda ancha		
	0-10	10-20	20-30
10-20	15	0	0
20-30	6	2	0
30-40	0	5	0
40-50	0	1	1

a) Obtenga la recta de regresión del número de líneas de banda ancha en función del número de teléfonos fijos.

b) Mida el grado de ajuste de la recta y la nube de puntos.

c) Realice una predicción del número de líneas de banda ancha para una ciudad que tiene 8000 teléfonos fijos.

Problema 2

En una encuesta a 16 personas se obtuvo información sobre el sexo, la edad y el grado de satisfacción personal en una escala de 0 a 10. Los datos son los siguientes:

	Mujeres										Hombres					
Edad	18	21	26	28	33	40	52	53	53	56	16	20	32	53	66	66
Satisfacción	10	10	8	10	6	7	6	9	8	10	8	9	6	6	10	3

- Realice un gráfico de sectores que represente la distribución del sexo.
- Calcule las medias de la satisfacción de los hombres y de las mujeres y los respectivos coeficientes de variación de Pearson. ¿Qué media es más representativa?
- Confeccione una tabla de frecuencias de doble entrada de la variable edad y la variable satisfacción. La variable edad tiene que agruparse en dos intervalos: 15-45 y 45-75. La variable satisfacción tiene que agruparse en dos categorías: poca satisfacción (valoración inferior a 7) y mucha satisfacción (valoración superior o igual a 7).
- Entre los mayores de cuarenta y cinco años, ¿qué porcentaje son hombres?

Problema 3

En el año 2002, en una encuesta a 600 trabajadores del sector de la construcción en Cataluña, se obtuvieron los siguientes datos:

Salario anual (miles de euros)	Número de trabajadores
10-20	63
20-30	465
30-40	63
40-50	3
50-60	6

Nota: En el cálculo de los percentiles y la moda utilice las fórmulas de aproximación usuales para datos agrupados en intervalos.

- Calcule las frecuencias relativas de la distribución. interprete la frecuencia relativa en el intervalo 50-60.
- Calcule la media aritmética y la desviación estándar del salario.
- ¿Cuál es el salario máximo en el grupo del 25% de los trabajadores que menos cobran?
- ¿Cuál es el salario más frecuente?
- Realice el polígono de frecuencias acumuladas de la distribución.

Problema 4

Pere Jaume disputan un partido de tenis muy especial. Al inicio del partido la probabilidad de que Pere gane un punto es de 0,5. Cada vez que Pere gana un punto, su autoconfianza mejora y la probabilidad de ganar el siguiente punto aumenta en 0,05. Sin embargo, cada vez que Pere pierde un punto, su autoconfianza empeora y la probabilidad de ganar el siguiente punto disminuye en 0,05.

- Elabore el diagrama de árbol de este experimento aleatorio cuando se han disputado 3 puntos.
- Calcule la probabilidad de que Pere gane 3 puntos consecutivos.
- Calcule la probabilidad de que Pere gane el tercer punto.
- Calcule la probabilidad de que Pere pierda el primer o el segundo punto.
- Si hemos llegado tarde al partido y solo hemos visto que Pere ha ganado el segundo punto, ¿cuál es la probabilidad de que haya perdido el primer punto?

Problema 5

Un examen de tipo test tiene 10 preguntas. Cada pregunta tiene 5 posibles respuestas y solo una es correcta. Un alumno que no ha estudiado decide responder a todas las preguntas del examen al azar. Considere X una variable aleatoria que indique el número de respuestas correctas del alumno.

- ¿Cuál es la probabilidad de que solo haya 2 respuestas correctas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que haya alguna respuesta correcta?
- Calcule el valor de la función de distribución de esta variable aleatoria en el punto 9.
- Calcule el número esperado de respuestas correctas.

e) Calcule la nota esperada del alumno si cada respuesta correcta vale 1 punto y por cada respuesta incorrecta se descuentan 0,25 puntos.

extraordinaria

Problema 1

En la siguiente tabla de frecuencias se detallan el producto interior bruto (PIB) anual por habitante y el coste salarial mensual por trabajador en las 17 comunidades autónomas de España (excluyendo Ceuta y Melilla):

Año 2009		PIB (miles de euros anuales)		
		15-21	21-27	27-33
Coste salarial (euros mensuales)	1.500-1.700	6	0	0
	1.700-1.900	1	6	0
	1.900-2.100	0	1	3

- Obtenga la recta de regresión del coste salarial mensual por trabajador en función del PIB anual por habitante.
- Mida el grado de ajuste de la recta y la nube de puntos.
- Realice una predicción del coste salarial mensual por trabajador en una comunidad autónoma con un PIB anual por habitante de 28 000 euros.

Problema 2

La participación de los electores en los diversos procesos electorales que han tenido lugar en Cataluña evoluciona, con los años, de manera diferente según el tipo de proceso electoral.

Elecciones al Parlamento de Catalunya									
Año	2010	2006	2003	1999	1995	1992	1988	1984	1980
Participación	60%	57%	63%	59%	64%	55%	59%	64%	61%

Elecciones a las Cortes Generales										
Año	2008	2004	2000	1996	1993	1989	1986	1982	1979	1977
Participación	71%	77%	65%	77%	76%	68%	69%	81%	69%	79%

- Calcule el coeficiente de variación de Pearson de cada distribución. ¿Qué media es más representativa?
- En el caso de las elecciones al Parlamento de Catalunya, calcule la mediana e interprete el resultado.
- Realice un histograma de la participación en las elecciones a las Cortes Generales con intervalos de amplitud 5%, empezando por el intervalo 65-70 (la participación del año 2000 se tiene que incluir en este primer intervalo).

Problema 3

En una entrevista de trabajo se realiza un test psicotécnico para evaluar el grado de madurez personal de los aspirantes al puesto de trabajo. La puntuación del test es de 0 a 100. La edad de los 20 entrevistados y los resultados obtenidos se han recogido en la tabla siguiente:

Edad	21	23	24	25	26	27	32	32	32	32	33	35	35	41	42	46	46	49	49	50
Puntuación	46	46	48	47	57	53	63	67	71	74	64	69	73	58	82	88	90	85	97	82

- Mida la relación lineal entre la edad y la puntuación en el test psicotécnico. ¿Podemos afirmar que más edad implica más madurez personal del aspirante? Justifique la respuesta.
- Elabore una tabla de frecuencias de doble entrada de las dos variables agrupadas en intervalos. Considere dos intervalos para cada variable: la edad se tiene que agrupar en los intervalos 20-36 y 36-52; la puntuación se tiene que agrupar en los intervalos 0-50 y 50-100.
- Entre los menores de treinta y seis años. ¿qué porcentaje tiene una puntuación inferior a 50 puntos?

Problema 4

En un ensayo clínico se estudia el efecto de un nuevo medicamento para eliminar el virus de la hepatitis C de la sangre. Los enfermos que participan en el estudio se distribuyen al azar en 3 grupos con el mismo número de personas: en el primer grupo se aplica el tratamiento con el medicamento antiguo, en el segundo grupo se administra una dosis baja del nuevo medicamento y en el tercer grupo se administra una dosis alta del nuevo medicamento. Al finalizar el estudio, en el primer grupo el 60% de los casos se curan, en el segundo grupo el porcentaje de curados es del 80% y en el tercero, del 70%.

- Elabore el diagrama de árbol de este experimento aleatorio.
- ¿Qué porcentaje de participantes en el estudio reciben el tratamiento con el medicamento antiguo y se curan?
- ¿Qué porcentaje de participantes en el estudio reciben el nuevo medicamento y no se curan?
- ¿Qué porcentaje de participantes en el estudio se curan?
- Entre los participantes en el estudio que se han curado, ¿qué porcentaje ha recibido el nuevo medicamento con una dosis baja?

Problema 5

El número de visitas por minuto a una página web es una variable aleatoria X con la siguiente función de probabilidad:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(x)$	0,01	0,03	0,08	0,14	0,18	0,18	0,15	0,10	0,07	0,04	0,02

- ¿Cuál es la probabilidad de que la página web reciba 9 o 10 visitas?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la página web reciba 7 visitas o menos?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la página web reciba alguna visita?
 - Si sabemos con certeza que la página web recibe alguna visita, ¿cuál es la probabilidad de que reciba 2 visitas?
 - ¿Cuál es el número esperado de visitas por minuto en esta página web?
 - ¿Cuál es la desviación típica de esta variable aleatoria?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la página web no reciba ninguna visita en 2 minutos consecutivos?
- Suponga que hay independencia entre el número de visitas en el primer minuto y el segundo.

AÑO 2013

MATEMÁTICAS

ordinaria

Opción A

- Diga de qué tipo es la siguiente progresión numérica y calcule el valor de la suma de sus términos:
3, 6, 12, 24, ..., 3072.
- Calcule los valores de k que impiden que el sistema
 $\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + y + kz = -1 \end{cases}$ sea compatible y determinado.
- Simplifique la expresión trigonométrica $(\cos x - \cos^3 x) \operatorname{cosec}^2 x$.
- Resuelva la ecuación $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$.
- Compruebe que la función $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$ tiene un máximo relativo cuando $x = 2$.

Opción B

- Opere y simplifique $2 - \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 1}$

2. Encuentre los ángulos de un triángulo isósceles sabiendo que su área vale 10 cm^2 y que la altura perpendicular al lado desigual tiene una longitud de 5 cm.

3. Determine la ecuación de la recta paralela a la recta de ecuación $y = 2x - 3$ que pasa por el punto $(3, -2)$.

4. Resuelva la ecuación $\log_2 x^2 = 4$.

5. Calcule una primitiva de la función $f(x) = \sin 5x$.

Problemas

1. Considere los dos pares de rectas

$$r_1: x + y - 2 = 0 \text{ y } r_2: x + y - 8 = 0 \quad ; \quad r_3: x - 5y - 2 = 0 \text{ y } r_4: 2x - y + 2 = 0$$

Calcule las coordenadas de los puntos de corte de las rectas de la primera pareja con cada una de las rectas de la segunda. Los puntos obtenidos son los vértices de un trapecio. Calcule su área.

2. Calcule el área encerrada por la curva de ecuación $y = x^3 - 4x$ y la recta tangente a ella en el punto de abscisa $x = 1$.

extraordinaria

Opción A

1. Calcule el resto de la división $(x^4 - 2x^3 + 2x + 5) : (x - 2)$.

2. Los lados de un triángulo equilátero tienen una longitud de 6 cm. Calcule su área.

3. Encuentre la ecuación de la recta perpendicular a la recta de ecuación $y = -x + 3$ que pasa por el punto $(-3, 2)$.

4. Encuentre el valor de x positivo que cumpla $\log_x 2 = 4$.

5. Compruebe que la función $f(x) = e^x \sin x$ crece cuando $x = 0$.

Opción B

1. Calcule la matriz inversa de $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

2. Encuentre si algún valor de p hace que el sistema $\begin{cases} 2x + y = -1 \\ x + \frac{p^2}{2}y = p \end{cases}$ tenga infinitas soluciones

3. Simplifique la expresión trigonométrica $\frac{\cos \cos x}{\tan x (1 - \sin \sin x)}$

4. Encuentre la ecuación del plano perpendicular a la recta de ecuación $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-12}$ que pasa por el origen de coordenadas.

5. Calcule una primitiva de la función $f(x) = e^{-3x}$.

Problemas

1. El responsable de un supermercado recibe de las cajas un sobre con 191 billetes de 5 €, 10 € y 20 € por un importe total de 1500 €. Curiosamente, si todos los billetes de 5 € fueran de 20 € y todos los de 20 € fueran de 5 €, el importe total sería el doble. Determine cuántos billetes hay de cada tipo dentro del sobre.
2. Considere la función $f(x) = (x^2 - 3)e^x$. Encuentre las abscisas de sus extremos relativos y clasifíquelas. Compruebe que $x = \sqrt{5} - 2$ es la abscisa de un punto de inflexión.

ESTADÍSTICA

ordinaria

Problema 1

Una empresa realiza revisiones médicas y uno de los puntos importantes que debe valorar es el sobrepeso de las personas. Para medirlo se utiliza el índice de masa corporal (IMC). El resultado de las 70 revisiones realizadas a los trabajadores de una empresa, desglosado por sexo, es el siguiente:

	IMC				
	0-18	18-25	25-30	30-40	40-50
Número de hombres	5	30	10	4	1
Número de mujeres	5	10	3	2	0

- a) Calcule la distribución marginal del IMC.
 - b) ¿Qué porcentaje de trabajadores se considera que son obesos, teniendo en cuenta que un obeso tiene un IMC más grande o igual a 25?
 - c) Calcule la media aritmética del IMC de cada sexo.
 - d) Calcule el coeficiente de variación de Pearson de cada sexo. ¿Qué media es la más representativa?
 - e) ¿Qué valor del IMC contiene el 75% de los trabajadores con mayor peso?
- NOTA: En el cálculo de los percentiles y la moda utilice las fórmulas de aproximación usuales para datos agrupados en intervalos.

Problema 2

El número de recetas médicas anuales de 100 usuarios viene dado en la siguiente tabla:

Número de recetas	Número de usuarios
0-10	5
10-20	45
20-30	10
30-40	30
40-50	10

- a) Calcule la media aritmética y la desviación típica del número de recetas anuales.
 - b) ¿Cuál es el número de recetas más frecuente?
 - c) A partir de qué número de recetas se puede incluir a un usuario en el grupo del 25% de usuarios que reciben más recetas?
 - d) ¿Qué porcentaje de usuarios tienen más de 30 recetas?
 - e) Si se paga un euro por receta, cuántos euros se recaudarán en total?
- NOTA: En el cálculo de los percentiles y la moda utilice las fórmulas de aproximación usuales para datos agrupados en intervalos.

Problema 3

A continuación, se detalla una encuesta a 10 usuarios sobre el nivel de satisfacción que tienen respecto a la factura telefónica mensual:

Factura mensual (euros)	Nivel de satisfacción (entre 0 y 10)
11	6
18	8
17	10
15	10
9	4
5	3
12	7
19	5
22	9
25	10

- Mida la relación lineal entre la factura mensual y el nivel de satisfacción. Si hay relación, diga de qué tipo es.
- Obtenga la recta de regresión del nivel de satisfacción en función de la factura mensual.

Problema 4

Una pareja se casará mañana en una localidad donde llueve 5 días de un total de 30. Se ha observado que cuando llueve, el hombre del tiempo acierta el pronóstico el 80% de las veces, mientras que cuando no llueve, el hombre del tiempo lo acierta el 90% de las veces.

- Elabore el diagrama de árbol de este experimento aleatorio con sus probabilidades.
- Calcule la probabilidad de que mañana llueva y el hombre del tiempo haya pronosticado lluvia.
- Calcule la probabilidad de que el hombre del tiempo acierte el pronóstico.
- Calcule la probabilidad de que no llueva sabiendo que el hombre del tiempo ha pronosticado que no llovería.
- Calcule la probabilidad de que llueva sabiendo que el hombre del tiempo ha pronosticado que llovería.

Problema 5

En un país el coeficiente intelectual (CI) de la población se distribuye según una ley de probabilidad normal con una media de 100 y una desviación típica de 10.

- Determine el porcentaje de la población que ha obtenido un CI superior a 120.
- Determine el porcentaje de la población que ha obtenido un CI inferior a 90.
- Determine el porcentaje de la población que ha obtenido un CI entre 90 y 115.
- Calcule el valor CI que contiene el 10% de la población con los valores más altos.
- Calcule el valor CI que contiene el 25% de la población con los valores más bajos.

extraordinaria

Problema 1

En una compañía aérea se escogen al azar 16 vuelos y se anota el retraso de cada vuelo expresado en minutos: 19, 0, 6, 11, 16, 21, 22, 22, 24, 25, 4, 9, 3, 18, 16 y 17

- Calcule la media aritmética y la desviación típica del retraso.
- Calcule el primer y tercer cuartil e interprete los resultados.
- Elabore un histograma del retraso de los vuelos con intervalos de amplitud 5, empezando por el intervalo 0-5.
- ¿Qué porcentaje de vuelos tiene más de 15 minutos de retraso?

Problema 2

En una encuesta a 20 personas se pregunta cuántas veces han ido al cine y al teatro durante el mes anterior. Los datos son los siguientes:

		N.º de veces que han ido al cine				
		0	1	2	3	4
N.º de veces que han ido al teatro	0	2	1	3	4	5
	1	0	0	1	3	1

- ¿Qué porcentaje de personas no han ido al teatro ni al cine?
- ¿Qué porcentaje de personas han ido más de dos veces al cine y al menos una vez al teatro?
- Calcule las distribuciones marginales del número de veces que los encuestados han ido al cine y del número de veces que han ido al teatro.
- Si la entrada del cine cuesta 8,1 euros y la del teatro 26 euros, calcule el gasto total de los encuestados.
- Calcule la media aritmética y la desviación típica del número de veces que han ido al cine.
- Calcule el número de veces que han ido al cine el 25% de las personas que han ido menos veces. Interprete el resultado obtenido.
- Elabore el gráfico de sectores del número de veces que los encuestados han ido al teatro.

Problema 3

A continuación, se detalla una encuesta a 50 usuarios que, en función de los ingresos mensuales, dicen el número de televisores de alta definición que tienen en su casa:

		N.º de televisores de alta definición en casa			
		0	1	2	3
Ingresos mensuales (miles de euros)	0-1	15	1	0	0
	1-2	2	10	0	0
	2-3	0	5	6	0
	3-5	0	2	4	5

- Mida la relación lineal entre los ingresos mensuales (en miles de euros) y el número de televisores de alta definición en casa. Si hay relación, diga de qué tipo es.
- Obtenga la recta de regresión del número de televisores de alta definición en función de los ingresos mensuales en miles de euros.

Problema 4

Disponemos de un canal de comunicación desde donde se envían 2 mensajes diferentes: AA, con una probabilidad de 0,7, y BB, con una probabilidad de 0,3.

Cada letra del mensaje se envía independientemente, y tenemos una probabilidad de que la letra que se envíe sea la misma que se reciba de 0,8.

- Elabore el diagrama de árbol de este experimento aleatorio con sus probabilidades.
- Calcule la probabilidad de que recibamos AB sabiendo que hemos enviado AA.
- Calcule la probabilidad de que hayamos enviado AA sabiendo que hemos recibido AA.
- Calcule la probabilidad de que hayamos enviado BB sabiendo que hemos recibido BB.
- Calcule la probabilidad de que hayamos recibido las dos letras incorrectas.

Problema 5

En una comunidad se observa que un 40% de las personas llevan un tatuaje. Escogiendo a 6 personas al azar de esta comunidad, considere X una variable aleatoria que indica cuántas personas se han hecho

algún tatuaje.

- ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna persona que lleve tatuaje?
- ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de una persona que lleve algún tatuaje?
- Calcule la función de distribución de X en el punto 5.
- Calcule la esperanza de X.
- Calcule la desviación típica de X.

AÑO 2014

MATEMÁTICAS

ordinaria

Opción A

1. Simplifique la expresión $\frac{4x+2}{x^2-1} - \frac{3}{x-1}$

2. Determine el rango de la matriz $(x \ x \ x \ x)$ en función de los valores de x.

3. Compruebe que la función $f(x)=x^2-4x$ tiene un mínimo relativo cuando $x = 2$.

4. Escriba la ecuación de la recta paralela a la recta de ecuación $x - 2y + 1 = 0$ que pasa por el punto $(-2, 1)$.

5. Encuentre el área de un triángulo de 2 m de base y con ángulos de 30° , 60° y 90° , en el que el ángulo de 30° es el opuesto a la base.

Opción B

1. Resuelva $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$.

2. Encuentre p si la solución del sistema $\begin{cases} x - 2y = -1 \\ px - 3y = 1 \end{cases}$ es $x = y = 1$.

3. Calcule una primitiva de la función $f(x) = e^{5x+1}$.

4. Compruebe que la recta $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-1}$ es perpendicular al plano de ecuación $4x + 6y - 2z + 1 = 0$.

5. Indique cuál es el dominio de la función $f(x) = \sqrt{x-1}$

Problemas

1. Tres circunferencias están centradas sobre los vértices de un triángulo cuyos lados miden 5, 7 y 8 centímetros. Además, cada circunferencia es tangente a las otras dos.

- Haga un dibujo o esquema gráfico correspondiente a la situación descrita en el enunciado.
- Calcule los radios de las tres circunferencias.

2. Considere las parábolas de ecuaciones $y = 4 - x^2$ e $y = -2x^2 + 2x + 3$.

- Compruebe que solo tienen un punto de intersección y que, en este punto, ambas tienen la misma recta tangente.
- Calcule el área encerrada entre las dos parábolas desde $x = 1$ hasta $x = 3$.

extraordinaria

Opción A

1. Compruebe que la ecuación $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ no tiene ninguna solución real.
2. Calcule el valor de p que impide que el sistema $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - py = 0 \end{cases}$ sea compatible.
3. Calcule una primitiva de la función $f(x) = x^3 + 3x^2$.
4. Encuentre un vector no nulo perpendicular a $(1, 2, 3)$.
5. Encuentre los ángulos de un triángulo isósceles sabiendo que su lado desigual mide 1 m y que la altura perpendicular a este lado tiene una longitud de 2 m.

Opción B

1. Calcule el valor de x que cumple que $4 = \frac{1}{2}$
2. Indique cuál es el dominio de la función $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$
3. Considere la función $f(x) = \frac{x}{x-1}$. Haciendo uso de su derivada, determine si crece o decrece cuando $x = 2$
4. Encuentre las coordenadas del punto de corte de las rectas $x + y = -1$ y $x - y = 7$.
5. Escriba la ecuación del plano paralelo al plano de ecuación $x - 2y + z = 0$ que pasa por el punto $(1, 2, -1)$.

Problemas

1. Tres asociaciones culturales A, B y C han adquirido entradas de diversos precios para un concierto en el auditorio local. En la siguiente tabla se recogen las cantidades de entradas compradas según la situación de las localidades en la sala, y los importes totales pagados por cada entidad. Calcule el precio de la entrada para cada ubicación.

	A	B	C
Platea	12	10	6
Lateral	6	8	6
Palco	4	6	2
Importe total	860€	940€	520€

2. Considere el triángulo de vértices $A(0, 0)$, $B(2, 4)$ y $C(4, 2)$.
 - a) Compruebe que es isósceles.
 - b) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por los puntos B y C.
 - c) Calcule la longitud de la altura que pasa por A y el área del triángulo.

ESTADÍSTICA
ordinaria

Problema 1

En el periodo 1998-2009 el número de trasplantes renales en Catalunya evoluciono de la siguiente manera:

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Número de trasplantes	375	353	366	394	372	425	438	489	408	470	471	524

- Calcule el primer y el tercer cuartil e interprete los resultados.
- ¿Qué porcentaje de años el número de trasplantes ha sido superior a 400?
- Calcule la media aritmética y la desviación típica del número de trasplantes renales realizados en Cataluña en este periodo.
- Elabore un histograma del número de trasplantes con intervalos de amplitud 50 empezando por el intervalo 350-400.

Problema 2

En la Ertquesta de consum i pràctiques culturals 2006 se estudian, entre otras cuestiones, los tiempos de audiencia de radio entre los oyentes catalanes. Los resultados obtenidos, con porcentajes y diferenciando grupos de edad, se detallan en la siguiente tabla de frecuencias relativas:

Grupos de edad	Tiempos de audiencia de radio	
	Hasta 2,5 horas diarias	Más de 2,5 horas diarias
15-30	16 %	6 %
30-45	21 %	11 %
45-65	17 %	11 %
65-100	10 %	8 %

- En el año 2006 Catalunya tenía 4.500.000 oyentes de radio. Obtenga la tabla anterior con frecuencias absolutas.
 - Entre los oyentes que escuchan la radio más de 2,5 horas diarias, ¿cuál es la edad media y la desviación típica?
 - Entre los oyentes que escuchan la radio menos de 2,5 horas diarias, ¿qué porcentaje tiene una edad menor de cuarenta y cinco años?
 - Calcule la distribución marginal absoluta de los tiempos de audiencia de radio y realice un gráfico de barras.
 - Elabore un histograma de la edad de los oyentes de radio. Debe utilizarla densidad de frecuencia.
 - ¿A partir de qué edad puede incluirse a un oyente de radio en el grupo del 25% que tiene más edad?
- NOTA: En el cálculo de los percentiles utilice las fórmulas de aproximación usuales para datos agrupados en intervalos.

Problema 3

A continuación, se detallan la renta familiar disponible y el precio de la vivienda nueva en los 10 distritos de Barcelona:

Año 2010	Renta familiar (miles de euros)	Precio vivienda nueva (miles de euros / m ²)
Ciutat Vella	36	5,5
Eixample	56	5,7
Sants-Montjuïc	38	4,2
Les Corts	68	5,8
Sarrià - Sant Gervasi	89	8,2
Gràcia	50	4,9
Horta-Guinardó	40	4,0
Nou Barris	32	3,5
Sant Andreu	38	4,4
Sant Martí	41	4,8

- Calcule la media de cada variable y los respectivos coeficientes de variación. ¿Cuál de las dos medias es

más representativa?

b) Calcule el coeficiente de correlación lineal de Pearson e interprete el resultado.

c) Entre los distritos con una renta familiar inferior a 45.000 euros, ¿qué porcentaje tiene un precio de la vivienda nueva inferior a 5000 euros por metro cuadrado?

d) ¿Cuántos distritos tienen una renta familiar superior a 45000 euros y un precio de la vivienda nueva superior a 5000 euros por metro cuadrado?

Problema 4

La duración, medida en segundos, de una visita en una página web es una variable aleatoria que tiene la siguiente función de distribución: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{90+x}, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) ¿Qué porcentaje de visitas duran entre 30 y 45 segundos?

b) ¿Qué porcentaje de visitas duran menos de 60 segundos?

c) ¿Qué porcentaje de visitas duran más de 120 segundos?

d) ¿Cuál es la duración que solo superan el 5 % de las visitas a la página web?

e) ¿Cuál es la duración que no superan el 50% de las visitas a la página web?

f) Obtenga la función de densidad de esta variable aleatoria y realice una representación gráfica aproximada usando los puntos $x = 0, 20, 40, 60, 80$ y 100 .

Problema 5

Una prueba diagnóstica pretende determinar si una persona tiene una enfermedad concreta.

Un diagnóstico positivo es verdadero si la persona tiene la enfermedad, o falso en caso contrario (falso positivo). Así mismo, un diagnóstico negativo es verdadero si la persona no tiene la enfermedad, o falso en caso contrario (falso negativo). En esta prueba, las probabilidades de un falso positivo y de un falso negativo son de 0,06 y de 0,05, respectivamente.

Además, la probabilidad de que una persona tenga esta enfermedad es de 0,10.

a) Elabore el diagrama de árbol con sus probabilidades.

b) Se denomina especificidad de una prueba diagnóstica a la probabilidad de que la prueba resulte negativa en una persona que no está enferma. Calcule la especificidad de la prueba de este problema.

c) Se denomina sensibilidad de una prueba diagnóstica a la probabilidad de que la prueba resulte positiva en una persona que está enferma. Calcule la sensibilidad de la prueba de este problema.

d) Si la prueba resulta positiva en una persona, ¿cuál es la probabilidad de que tenga la enfermedad? el ¿Qué porcentaje de resultados positivos proporciona esta prueba diagnóstica?

f) Si se realiza la prueba a 3 personas escogidas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la prueba solo resulte positiva en una persona?

extraordinaria

Problema 1

En una muestra de 70 vehículos se miden las emisiones de CO después de realizar un trayecto de 100 km. El resultado de este experimento, desglosado por tipo de combustible, es el siguiente:

Gramos de CO emitidos	Número de vehículos	
	Gasóleo	Gasolina
30-50	3	0
50-70	10	2
70-90	7	5
90-100	5	10
100-150	1	15
150-200	0	12

a) Calcule la distribución marginal de los gramos de CO emitidos.

- b) ¿Qué porcentaje de vehículos de gasóleo cumplen la directiva Euro 5. teniendo en cuenta que un vehículo se ajusta a esta norma si emite como máximo 50 gramos de CO por cada 100 km?
- c) Calcule la media aritmética de los gramos de CO emitidos por cada tipo de combustible.
- d) ¿Qué media es la más representativa?
- e) ¿Cuántos gramos de CO emiten el 25% de los vehículos que emiten menos?
- NOTA: En el cálculo de los percentiles utilice las fórmulas de aproximación usuales para datos agrupados en intervalos.

Problema 2

En una encuesta realizada por el Centro de Investigaciones Sociológicas (CIS) el marzo de 2013, se preguntó a 2470 personas que valoraran de 0 a 10 la situación económica del Estado español (0 significa muy mala y 10 significa sobresaliente). Se obtuvo el siguiente resultado:

<i>Nota</i>	<i>Número de respuestas</i>
0-2	832
2-4	1.457
4-6	172
6-8	8
8-10	1

- a) Calcule la media aritmética y la desviación típica de la nota que valora la situación económica.
- b) ¿Cuál es la nota más frecuente?
- c) ¿A partir de qué nota puede incluirse una respuesta en el grupo del 25% de notas más altas?
- d) Calcule la mediana de la nota que valora la situación económica.
- NOTA: En el cálculo de los percentiles. la mediana y la moda utilice las fórmulas de aproximación usuales para datos agrupados en intervalos.

Problema 3

A continuación, se detallan los datos tomados durante diversos momentos en un tramo de autopista sobre la velocidad observada y el número de vehículos que había en el tramo:

<i>Número de vehículos</i>	<i>Velocidad (km/h)</i>
5	120
25	105
30	70
100	15
120	10
40	60
30	90
60	30
80	20
5	120

- a) Mida la relación lineal entre el número de vehículos y la velocidad observada. Si hay relación, diga de qué tipo es.
- b) Obtenga la recta de regresión de la velocidad en función del número de vehículos.

Problema 4

En una comunidad hay un 10% de la población que sufre una enfermedad. En la prueba de diagnóstico que permite detectarla, se ha observado que la probabilidad de dar positivo cuando la persona padece la

enfermedad es del 90%, mientras que la probabilidad de dar negativo cuando no la padece es del 80%.

- Elabore el diagrama de árbol con sus probabilidades.
- Calcule la probabilidad de que la prueba dé positivo y la persona padezca la enfermedad.
- Calcule la probabilidad de que la prueba acierte el diagnóstico.
- Calcule la probabilidad de que una persona no padezca la enfermedad sabiendo que la prueba ha dado negativo.
- Calcule la probabilidad de que una persona padezca la enfermedad sabiendo que la prueba ha dado positivo.

Problema 5

En un país se ha estudiado la comunidad de Twitter y se ha observado que el número de seguidores de cada usuario se distribuye según una ley de probabilidad normal con una media de 200 y una desviación típica de 50.

- Determine el porcentaje de la población que tiene más de 240 seguidores.
- Determine el porcentaje de la población que tiene menos de 100 seguidores.
- Determine el porcentaje de la población que tiene entre 180 y 240 seguidores.
- Calcule el número de seguidores que un usuario debe tener para estar dentro del 10% de la población con más seguidores.
- Calcule el número de seguidores que un usuario debe tener para estar dentro del 30% de la población con menos seguidores.

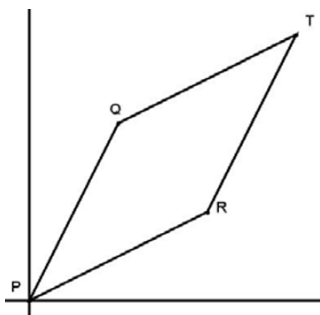
AÑO 2015

MATEMÁTICAS

ordinaria

Opción A

- Determine la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = (2x - 1) \ln(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.
- Escriba una ecuación del plano que pasa por los puntos $P(1, 0, 1)$, $Q(0, 1, 0)$ y $R(0, -1, 0)$.
- Indique una primitiva de la función $f(x) = 3e^{-x} - 2x^{-3}$.
- Determine el valor de a que hace que el sistema $\begin{cases} ax + y = a \\ 4x + 2y = a + 2 \end{cases}$
- Considere el paralelogramo de vértices $P(0, 0)$, $Q(1, 2)$, $R(2, 1)$, $T(x, y)$, siendo el vértice T opuesto al vértice P .



Determine el vértice T y las longitudes de las dos diagonales del paralelogramo.

Opción B

1. Calcule la distancia entre los planos $\pi_1: x - 2y + z - 3 = 0$ y $\pi_2: -2x + 4y - 2z + 1 = 0$.
2. Justifique que la función $F(x) = \ln \ln \left(\frac{2x-1}{x+1} \right)$ es una primitiva de la función $f(x) = \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x+1}$.
3. Escriba una ecuación de la recta que pasa por el punto $P(0, 0)$ y es paralela a la recta $r: 3x - y + 4 = 0$.
4. Determine una ecuación de la recta r_1 que pasa por los puntos $P(-1, 3)$ y $Q(1, 1)$ y una de la recta r_2 que pasa por los puntos $Q(1, 1)$ y $R(4, 4)$. Justifique que son dos rectas perpendiculares.
5. Justifique que la función $f(x) = 2x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 10x + 7$ tiene un máximo relativo en $x = \frac{-5}{2}$.

Problemas

1. Considere la función $f(x) = \frac{-1}{4}x^2 + \frac{7}{2}x - \frac{1}{4}$
 - a) Compruebe que $r: y = 3x$ es la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$.
 - b) Justifique que la recta es perpendicular a la recta r anterior.
 - c) Compruebe que el punto $R(1, 3)$ es el punto de intersección de las rectas r y s .
 - d) Sabiendo que el punto $Q(10, 0)$ es un punto de la recta s y que el punto $P(4, 12)$ es un punto de la recta r , justifique que el triángulo de vértices R, P y Q es rectángulo e isósceles.
2. Considere las funciones $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 11$ y $g(x) = x^2 - 2x - 7$.
 - a) Compruebe que las dos funciones se cortan cuando $x = 3$. Calcule los otros puntos de intersección de las dos funciones.
 - b) Calcule el área de la región limitada por las dos funciones desde $x = -2$ hasta $x = 3$.

extraordinaria

Opción A

1. Considere el polinomio $p(x) = 2x^3 + x^2 - 7x - 6$. Justifique que $x = -1$ y $x = +2$ son dos raíces del polinomio. Determine la tercera raíz del polinomio.
2. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 & 3 & q \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & p & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcule los valores de p y q de manera que el producto de dichas matrices sea la matriz $C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
3. Justifique que la función $f(x) = x^2 e^x$ es decreciente en el intervalo $(-2, 0)$.
4. Determine una ecuación del plano que pasa por el punto $P(0, 1, 1)$ y es paralelo a las rectas $r_1: \frac{x}{2} = y - 1 = \frac{z+1}{2}$ y $r_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{2}$.

5. Escriba una primitiva de la función $f(x) = 3x^4 + \frac{e^{2x}}{3}$

Opción B

1. Determine el dominio de la función $f(x) = \sqrt{8x - x^2 - 12}$

2. Determine el valor de p que hace que la matriz $\begin{pmatrix} 3 & p & 2 \\ 0 & 1/2 & p \end{pmatrix}$ sea la matriz inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & p \\ -3/2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Escriba una ecuación de la recta que pasa por el punto P(-1, 1) y es perpendicular a la recta r: $2x + 3y - 5 = 0$.

4. Justifique que el triángulo de vértices P(1, 2), Q(2, 4) y R(2, 0) es isósceles.

5. Encuentre la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = (x + 1)e^{-2x}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

Problemas

1. La empresa OILCO produce tres tipos de carburantes, x, y, z, mezclando petróleo procedente de Venezuela, Arabia Saudí y el mar del Norte. La siguiente tabla muestra las toneladas de cada tipo de petróleo utilizado en la elaboración de un barril de cada tipo de carburante.

	Carburante x	Carburante y	Carburante z
Petróleo de Venezuela	40	30	35
Petróleo de Arabia Saudí	30	40	35
Petróleo del mar del Norte	30	30	30

Cada día, OILCO utiliza exactamente 2 500 toneladas de petróleo venezolano y 3 100 toneladas de arábigo. Además, el precio de venta de cada barril de carburante x, y, z es, respectivamente, 36 €, 30 € y 35 € por barril, y se obtienen unos ingresos diarios de 2 468 €.

- Determine la producción diaria de los diferentes tipos de carburantes.
- Calcule la cantidad de petróleo del mar del Norte necesaria diariamente.

2. Considere las funciones $f(x) = 5x^2 - 13x - 46$ y $g(x) = -3x^2 + 3x + 18$.

- Determine los puntos de intersección de las dos funciones.
- Calcule el área de la región limitada por las dos funciones desde $x = -2$ hasta $x = 4$

ESTADÍSTICA

ordinaria

Problema 1

En la siguiente tabla se recoge información sobre los ingresos anuales de 120 unidades familiares que viven en un barrio determinado:

Ingresos anuales $L_{i-1} - L_i$ (miles de euros)	Número de familias n_i
5-15	10
15-25	42
25-55	35
55-75	20
75-95	13

- Calcule la media aritmética y la desviación típica de la variable ingresos anuales.
- Calcule el percentil cincuenta de la variable ingresos anuales.
- ¿Qué porcentaje de familias tiene unos ingresos anuales entre 25 000 y 75 000 euros?

Problema 2

Un ayuntamiento recoge información sobre 40 viviendas nuevas que se han construido en el sur de la ciudad. En concreto, observa las siguientes variables:

X_i = número de habitaciones de la vivienda

Y_i = número de cuartos de baño de la vivienda

La información obtenida se detalla en la siguiente tabla:

		Variable X		
		2	3	4
Variable Y	1	10	5	0
	2	0	10	15

- Determine el número medio de habitaciones por vivienda y el número medio de cuartos de baño por vivienda.
- Explique razonadamente si las variables son independientes estadísticamente o no lo son.
- ¿Qué porcentaje de viviendas tiene simultáneamente más de dos habitaciones y más de un cuarto de baño?
- Entre las viviendas con un cuarto de baño, ¿qué porcentaje tiene tres habitaciones?

Problema 3

A continuación, se recoge la información sobre los costes mensuales de una empresa y las unidades producidas cada mes:

Costes mensuales (Y_i) (miles de euros)	Unidades producidas (X_i) (miles de unidades)
3	10
9	20
11	30
18	40
24	50

- Represente gráficamente la nube de puntos correspondiente a los datos.
- Calcule el coeficiente de correlación lineal entre los costes mensuales y las unidades producidas cada mes. Interprete el resultado.

Problema 4

Una bolsa contiene 4 bolas blancas y 2 bolas negras, mientras que otra bolsa contiene 3 bolas blancas y 5 bolas negras. Si se extrae una bola de cada bolsa:

- Calcule la probabilidad de que las dos bolas sean blancas.
- Calcule la probabilidad de que las dos bolas sean negras.
- Calcule la probabilidad de que se extraiga una bola de cada color.

Problema 5

El importe del salario mensual de los trabajadores de una empresa es una variable aleatoria normal X , que tiene una esperanza matemática de 3.000 euros y una desviación típica de 1000 euros.

- Calcule la probabilidad de que el salario mensual de un trabajador/a escogido al azar sea superior a 4500 euros.
- Calcule la probabilidad de que el salario mensual de un trabajador/a escogido al azar se encuentre entre 2000 y 4000 euros.
- ¿Qué salario mensual mínimo puede cobrar un trabajador/a que se encuentra entre el 70% de los salarios mensuales más altos?

extraordinaria

Problema 1

En la siguiente tabla se recoge información sobre el comportamiento de 80 familias respecto al número de veces que van al supermercado en un año:

Número de veces que van al supermercado en un año $L_{i-1}-L_i$	Número de familias n_i
0-10	8
10-20	15
20-30	30
30-40	20
40-50	3
50-60	4

- a) Calcule la media aritmética y la desviación típica de la variable número de veces que van al supermercado en un año.
 b) ¿Qué número de veces es más frecuente que las familias vayan al supermercado durante un año?
 c) ¿Qué porcentaje de familias va al supermercado más de treinta veces en un año?

Problema 2

Una empresa financiera que ofrece financiación para la compra de vehículos analiza 20 operaciones. En concreto, observa las siguientes variables:

X_i = importe de la financiación concedida (en miles de euros)

Y_i = plazo de devolución del importe financiado (en años)

La información obtenida se detalla en la siguiente tabla:

		Variable X		
		1-3	3-17	17-23
Variable Y	0-2	5	2	0
	2-4	0	10	3

- a) Determine la media aritmética de cada variable. ¿Cuál de las dos medias es más representativa?
 b) ¿Qué porcentaje de operaciones tiene un plazo de devolución mínimo de dos años?

Problema 3

A continuación, se recoge la información histórica más reciente sobre los ingresos anuales por ventas de una empresa y el gasto anual en publicidad en los periódicos:

Ingresos anuales (Y_i) (millones de euros)	Gasto anual (X_i) (miles de euros)
20	5
15	6
10	7
15	8
20	9

Con la anterior información desea ajustarse una recta de regresión de la variable Y sobre la variable X.

- a) Obtenga el coeficiente de determinación que permite medir el grado de ajuste de la recta de regresión de los ingresos anuales por ventas en función del gasto anual en publicidad en los periódicos.
 b) A la vista de los resultados, ¿tiene sentido ajustar una recta de regresión a los datos?
 Justifique su respuesta.

Problema 4

En una caja hay 9 papeletas numeradas del 1 al 9 y se extraen tres sucesivamente.

- Calcule la probabilidad de que salga un número impar en la primera extracción, un número par en la segunda y un número impar en la tercera, en el caso de que no se devuelva cada papeleta a la caja después de cada extracción.
- Calcule la probabilidad de que salga un número impar en la primera extracción, un número par en la segunda y un número impar en la tercera, en el caso de que se devuelva cada papeleta a la caja después de cada extracción.

Problema 5

El tiempo de espera, medido en meses, para una intervención quirúrgica concreta es una variable aleatoria X que tiene la siguiente función de distribución: $F(x) = \frac{10}{34-x}$, para $0 \leq x \leq 24$ (el tiempo máximo de espera son 24 meses)

- Calcule la probabilidad de que el tiempo de espera no supere los 9 meses.
- Calcule la probabilidad de que el tiempo de espera supere los 14 meses.
- ¿Qué tiempo mínimo de espera haría que nos encontráramos entre el 37,5% de pacientes que son intervenidos quirúrgicamente más tarde?

AÑO 2016

MATEMÁTICAS

ordinaria

Opción A

1. Calcule y simplifique la derivada de la función $f(x) = 2 \ln \ln (x - 1) + \frac{1}{x-1}$

2. Calcule el área del triángulo de vértices $P(1, 1)$, $Q(5, 1)$ y $R(8, 3)$.

3. Indique una primitiva de la función $f(x) = 4x^3 - e^x$.

4. Justifique que para todos los valores de a el sistema $\{(a + 1)x + ay = 4(2 - a)x + (a + 1)y = 7\}$ tiene una única solución.

5. Escriba una ecuación del plano que contiene la recta $r: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ y es paralelo a la recta $s: (x, y, z) = (3, -1, 2) + \lambda(1, 0, 1)$.

Opción B

1. Determine la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x-2}$ abscisa $x = 4$.

2. Justifique que la matriz inversa y la matriz transpuesta de la matriz $A = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ son iguales,
es decir, que $A^{-1} = A^T$.

3. Escriba una primitiva de la función $f(x) = \frac{2}{x} - 3x^5$

4. Justifique que la recta $r: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{4}$ y el plano $\pi: 3x - 2y - 2z = 0$ son paralelos.

5. Justifique que los planos $\pi_1: 2x - y + 4z = 0$ y $\pi_2: 3x + 2y - z = 1$ son perpendiculares y compruebe que $P\left(\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, 0\right)$ es un punto de intersección entre ambos.

Problemas

1. Considere los puntos $P(-2, 2)$ y $Q(0, 4)$.

a) Escriba una ecuación de la recta r_1 que pasa por los puntos P y Q .

b) Compruebe que la recta $r_2: y = x + 2$ pasa por el punto $R(0, 2)$ y es paralela a la recta r_1 determinada en el apartado anterior.

c) Determine el punto T de la recta r_2 equidistante de los puntos P y Q , es decir, que está situado a la misma distancia del punto P y del punto Q , de manera que $d(P, T) = d(Q, T)$. Calcule esta distancia.

2. Considere las funciones $f(x) = 4x^2 - 14x + 10$ y $g(x) = 14x^2 - 3x + 4$.

a) Compruebe que los puntos de intersección de las dos funciones son los puntos de abscisa $x = \frac{-3}{2}$ y $x = \frac{2}{5}$

b) Calcule el área de la región limitada por las dos funciones desde $x = \frac{-3}{2}$ hasta $x = \frac{2}{5}$

extraordinaria

Opción A

1. Encuentre el perímetro de un triángulo de 3 m de base y con los ángulos de 30° , 30° y 120° , cuyo ángulo de 120° es el opuesto a la base.

2. Determine el dominio de la función $f(x) = \ln(4x - x^2 - 3)$.

3. Indique los valores de m que hacen que la matriz $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & m & 1 \\ m & 1 & m \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ tenga inversa.

4. Justifique que la función $f(x) = xe^x$ tiene un mínimo relativo en $x = -1$.

5. Determine los valores de B , C y D que hacen que el plano $\pi: 4x + By + Cz = D$ pase por el punto $(1, 1, -1)$ y sea perpendicular a la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{1}$

Opción B

1. Determine el valor de m que hace que la recta $r: \frac{x+1}{m+1} = \frac{y-1}{m-4} = \frac{z}{-1}$ sea paralela al plano $\pi: (x, y, z) = (1, 0, 1) + \lambda(1, -2, 1) + \mu(0, -1, 3)$.

2. Compruebe que la función $f(x) = 7x - 10 - x^2$ tiene un máximo relativo en $x = \frac{7}{2}$

3. Escriba una primitiva de la función $f(x) = 2e^{2x} - 3x^2$.

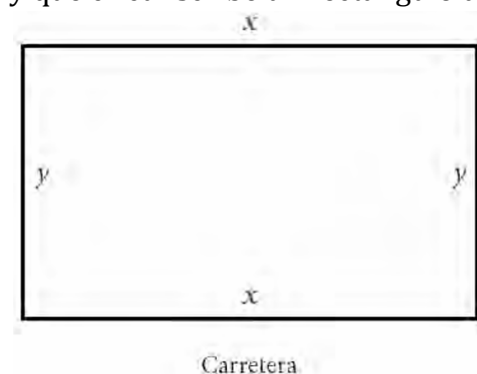
4. Calcule y simplifique la derivada de $f(x) = \ln \ln \left(\frac{2-x}{2+x} \right)$

5. Justifique que, para todos los valores de p , el sistema lineal $\{(1-p)x + (2+p)y = 3p, 2x - y = p\}$ tiene solución.

Problemas

1. La empresa BonMoble fabrica cómodas, mesas y sillas, y dedica a esta tarea exactamente 120 horas diarias. Cada cómoda se vende a 400 € y necesita 4 horas de producción. En cambio, cada mesa se vende a 200 € y requiere 2 horas de producción, las mismas horas que cada silla, que se vende a 50 €. Además, por cada mesa producida deben fabricarse 4 sillas. Determine la producción que permite obtener unos ingresos de 6000 € diarios.

2. Un ganadero quiere instalar una cerca rectangular, con uno de sus lados junto a una carretera recta. Para hacerlo, dispone de 6000 €. Cada metro de cerca instalada al lado de la carretera cuesta 15 €. Cada metro de cerca instalada en alguno de los otros tres lados tiene un coste de 5 €. Determine las medidas de la cerca que el ganadero puede instalar con el presupuesto de 6000 € y que circunscribe un rectángulo de área máxima.



ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

¿Qué intervalo de valores puede tomar el coeficiente de correlación lineal entre dos variables?

Cuestión 2

¿La moda es un parámetro estadístico de posición central o de dispersión?

Cuestión 3

En la siguiente tabla se recoge información sobre el salario mensual (en euros) que cobran los trabajadores de una empresa.

Salario mensual X_i	Frecuencia n_i
400	5
1.000	10
2.000	15
3.000	15
4.000	5

¿Qué valor tiene la mediana de la variable?

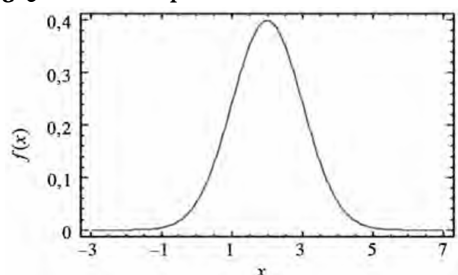
Cuestión 4

Justifique razonadamente si la siguiente tabla corresponde a una función de cuantía de una variable aleatoria discreta.

X_i	P_i
0	0,15
1	0,10
2	0,25
3	0,25
4	0,20

Cuestión 5

En el siguiente gráfico se muestra la función de densidad de una distribución normal. ¿Qué valor aproximado tiene la media de esta distribución?



Problema 1

En la siguiente tabla se recoge información sobre el número de plazas de que disponen los establecimientos hoteleros de una zona turística catalana:

Número de plazas	Hoteles
0-50	10
50-100	20
100-150	10
150-200	5
200-250	5

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable número de plazas.
- ¿Qué porcentaje de hoteles tiene entre 100 y 200 plazas?
- ¿Cuál es el número mínimo de plazas de que debe disponer un hotel para poder estar entre el 10% de los que tienen más?

Problema 2

A continuación, se recoge la información de los últimos cinco años sobre la producción (variable X) y las exportaciones (variable Y) de un determinado sector económico:

Variable X (millones de euros)	Variable Y (millones de euros)
40	8
42	8
44	9
48	9,2
50	9,8

- Determine los coeficientes de la recta de regresión de la variable Y sobre la variable X.
- Determine el coeficiente de determinación e interprételo.

Problema 3

Se lanzan tres dados simultáneamente una vez.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener tres treses?
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener la misma puntuación en los tres dados?

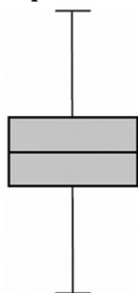
extraordinaria

Cuestión 1

Construya la distribución de frecuencias de una variable que tome cinco valores distintos y que tenga tres modas.

Cuestión 2

En el siguiente diagrama de caja y bigotes, ¿a qué valores (en general) corresponden las tapas inferior y superior de la caja?



Cuestión 3

Los siete valores siguientes corresponden a las puntuaciones obtenidas en un test: 10, 25, 17, 32, 15, 22, 33 ¿Qué valor tiene la mediana?

Cuestión 4

Calcule la distribución marginal de la variable X en la siguiente distribución bidimensional:

		Variable X		
		1	2	3
Variable Y	10	2	3	5
	20	5	5	10
	30	0	10	10

Cuestión 5

Si una variable X tiene una distribución normal con media μ y varianza σ^2 , ¿cuál es la probabilidad de que la variable tome un valor inferior a la media?

Problema 1

En la siguiente tabla se recoge información sobre el salario mensual (en centenares de euros) que perciben los trabajadores de dos empresas.

Empresa A		Empresa B	
Salario mensual X_i	Frecuencia n_i	Salario mensual Y_i	Frecuencia n_i
7	10	9	10
8	15	10	15
9	40	11	40
10	25	12	25
11	10	13	10

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable salario mensual para la empresa A.
- ¿Qué empresa tiene más trabajadores con un salario mensual igual o superior a 1000 euros?
- Si en la empresa B la media del salario mensual es 11,1 y la varianza es 1,19, ¿en qué empresa el salario mensual medio es más representativo?

Problema 2

Se pregunta a 40 familias el número de hijos que tiene cada una (variable X) y el número de habitaciones de su vivienda (variable Y). Estos datos se recogen en la siguiente tabla:

		Variable X		
		1	2	3
Variable Y	2	10	5	0
	3	5	5	10
	4	0	0	5

- a) Determine la distribución marginal y la media de cada variable.
 b) Determine la covarianza entre las dos variables. Interprete el signo de la covarianza.

Problema 3

Una fábrica tiene dos máquinas que producen envases. La máquina A produce el 60% de los envases, mientras que la máquina B produce el 40%. Además, se sabe que la máquina A produce un 2% de envases defectuosos, mientras que la máquina B produce un 4%.

- a) Dibuje el diagrama de árbol y las correspondientes probabilidades.
 b) Si se escoge un envase al azar y es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya producido la máquina A?

AÑO 2017

MATEMÁTICAS

ordinaria

Opción A

- Determine los valores de p para los que la matriz $A = \begin{pmatrix} p & -p & -p \\ p & p & p \end{pmatrix}$ verifica que $A^2 = A$.
- Escriba una ecuación de la recta r que pasa por el punto $P(-2, 1, 1)$ y es perpendicular al plano $\pi: 2x - 3y + 4z = 5$. Razone si el punto $Q(0, -2, 1)$ pertenece o no a la recta r .
- Escriba una primitiva de la función $f(x) = 7x^2 + \frac{5}{x}$.
- Resuelva la ecuación $\frac{6}{5} + \frac{9}{10(x-2)} = \frac{11}{5(x+3)}$.
- Determine la única solución estrictamente positiva ($x > 0$) de la siguiente ecuación:

$$\ln(2x) + \ln(x+1) = \ln(3x+1).$$

Opción B

- Determine el dominio de la función $f(x) = \sqrt{6 + 7x - 20x^2}$.
- Justifique que la intersección de la recta $r: (x, y, z) = (1, -2, 0) + \alpha(1, 2, 3)$ y el plano $\pi: (x, y, z) = (1, -2, 0) + \lambda(1, 1, 1) + \mu(2, 1, 1)$ es un único punto.
- Determine la abscisa x del punto en el que la derivada de la función $f(x) = 2x - 2 \ln(x-1)$ es igual a 1, es decir, $f'(x) = 1$.
- Calcule el área de un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
- Determine los valores de m para los que $(x, y) = (3, 2)$ es una solución del sistema

$$\{(m+1)x - (m^2-1)y = 6 \quad 2x + y = 8$$

Problemas

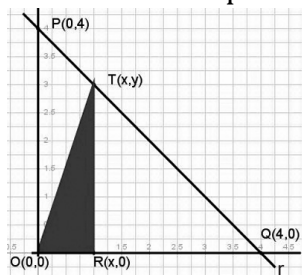
- Considere la parábola $f(x) = c + bx - \frac{1}{2}x^2$ y la recta $s: y = -x + \frac{23}{2}$
 a) Determine los valores de los parámetros b y c que hacen que el vértice de la parábola se encuentre en

el punto $P(3, 8)$.

b) Escriba la ecuación de la recta r tangente a la parábola en el punto de abscisa $x = 2$.

c) Justifique que las rectas r y s son perpendiculares y determine el punto T de intersección entre ellas.

2. Considere los puntos $O(0, 0)$, $P(0, 4)$ y $Q(4, 0)$ representados en el gráfico.



a) Escriba la ecuación de la recta r : $y = mx + n$ que pasa por los puntos P y Q .

b) Considere un punto $T(x, y)$ del segmento de la recta r y un punto $R(x, 0)$ en la vertical de T , tal y como muestra el gráfico. Determine las coordenadas del punto T que hacen que el área del triángulo de vértices O , T y R sea máxima y calcule el área de este triángulo.

extraordinaria

Opción A

1. Resuelva la ecuación $\frac{2}{3} + \frac{1}{4x} - \frac{1}{12(x+1)} = 0$

2. Justifique que la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 2 & -1 \end{pmatrix}$ es la matriz $A + I$, donde I es la matriz identidad $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. Escriba una ecuación de la recta r que pasa por los puntos $P(1, 1)$ y $Q(2, 4)$. Determine una ecuación de la recta s perpendicular a la recta r y que pasa por el punto Q .

4. Determine la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \frac{3x-2}{1-x}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

5. Escriba una ecuación del plano que pasa por el punto $P(-1, 1, -2)$ y es perpendicular a la recta r : $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$

Opción B

1. Determine los valores de m que hacen que el sistema $\{(2m+1)x + my = 5 \quad (1-m)x + 2y = 5\}$ no tenga solución.

2. Escriba una ecuación del plano que pasa por el punto $P(1, 1, 1)$ y es paralelo al plano π : $3x - 2y + z = 8$.

3. Indique una primitiva de la función $f(x) = 8x^3 - 2e^x$.

4. Calcule el perímetro de un triángulo equilátero que tiene un vértice situado en el punto $P(1, 2)$ y otro en el punto $Q(1, 6)$.

5. Calcule la derivada de la función $f(x) = x + 3 \ln(x-1)$. Determine el único valor del dominio de la función para el cual la derivada es igual a 2.

Problemas

1. La empresa Texans fabrica tres modelos de pantalones, a, b, c, y cada día dedica a esta tarea exactamente 2 300 horas de producción y 1 650 m² de tela de algodón. La siguiente tabla muestra las horas de producción y los metros cuadrados de algodón que requiere la elaboración de un pantalón de cada modelo.

	Modelo a	Modelo b	Modelo c
Horas de producción	1	2	3
Metros cuadrados de algodón	2	3	1

En esta empresa, la producción del modelo b representa el 20 % de la producción diaria total.

a) Escriba y resuelva un sistema de ecuaciones para determinar la producción diaria de cada modelo de pantalón.

b) Sabiendo que el precio de venta de cada pantalón a, b, c es, respectivamente, de 36 €, 40 € y 30 €, calcule los ingresos diarios que obtiene la empresa.

2. Considere la parábola $f(x) = 8x - x^2 - 12$.

a) Determine el vértice de la parábola.

b) Escriba la ecuación de la recta r tangente a la parábola en el punto de abscisa $x = 5$.

c) Indique los puntos de intersección, P y Q, de la recta tangente r determinada en el apartado anterior con el eje de abscisas y con el eje de ordenadas. Determine el área del triángulo de vértices P, Q y el origen de coordenadas, O(0, 0).

ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

Complete la siguiente tabla para que corresponda a una función de cuantía de una variable aleatoria discreta.

X_i	P_i
0	0,10
1	0,20
2	0,30
3	0,20
4	

Cuestión 2

Diga si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: la covarianza entre dos variables X e Y puede oscilar entre los valores -1 y 1. Justifique la respuesta.

Cuestión 3

La siguiente tabla recoge información sobre el número de habitaciones que tienen las viviendas de una urbanización.

Número de habitaciones X_i	Frecuencia n_i
1	4
2	8
3	12
4	6

¿Qué porcentaje de viviendas tiene más de dos habitaciones?

Cuestión 4

Si se lanzan dos dados de seis caras simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de obtener dos seises?

Cuestión 5

El coeficiente de correlación lineal entre dos variables X e Y es 0,4. Si se obtiene una recta de regresión de la variable Y sobre la variable X , diga qué valor toma el coeficiente de determinación e interprételo.

Problema 1

La siguiente tabla recoge información sobre la superficie (en metros cuadrados) que tienen los locales en alquiler en un gran centro comercial.

<i>Superficie</i>	<i>Locales</i>
0-50	15
50-100	15
100-150	15
150-200	20
200-250	15

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación típica de la variable superficie.
- ¿Cuál es la superficie más repetida?
- ¿Qué porcentaje de locales tiene una superficie de entre 100 y 200 m²?

Problema 2

Los datos de la siguiente tabla corresponden a la edad, en años (variable X), y al peso, en kilogramos (variable Y), de varios niños y niñas.

<i>Variable X</i>	<i>Variable Y</i>
2	14
3	20
5	32
7	42
8	44

- Calcule los coeficientes de la recta de regresión de la variable Y sobre la variable X .
- Calcule el coeficiente de determinación e interprételo.

Problema 3

La demanda diaria de un producto es una variable aleatoria discreta que tiene la siguiente función de cuantía: $p(X = x) = \frac{x+1}{15}$, para $x = 0, 1, 2, 3, 4$

- ¿Cuál es la probabilidad de que la demanda diaria sea superior a 2?
- ¿Cuál es la esperanza matemática de la variable?

extraordinaria

Cuestión 1

El coeficiente de variación de una variable es 0,2 y la media de la variable es 30. Determine su desviación estándar

Cuestión 2

La covarianza entre dos variables X e Y es $S_{XY} = 47,5$, y sus desviaciones estándar son $S_X = 10$ y $S_Y = 5$.

¿Cuál es el coeficiente de correlación lineal entre las dos variables? Interprete el resultado.

Cuestión 3

En la siguiente tabla se recoge información sobre el salario mensual (en euros) que cobran los trabajadores de una empresa.

Salario mensual X_i	Frecuencia n_i
400	5
1.000	10
2.000	15
3.000	15
4.000	5

¿Qué porcentaje de trabajadores cobra exactamente 3000 euros?

Cuestión 4

Si se lanzan dos monedas simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de obtener dos caras?

Cuestión 5

Se analizan las variables X e Y, y se obtiene una recta de regresión de la variable Y sobre la variable X. Los parámetros de la recta son: ordenada en el origen 3 y pendiente 2. ¿Qué valor se esperará obtener de la variable Y si la variable X toma el valor 5?

Problema 1

La tabla que hay a continuación recoge información de un estudio hecho a 20 grandes empresas sobre el número de centros de trabajo que tiene cada una de ellas.

Número de centros de trabajo	Empresas
1	3
2	10
3	4
4	2
5	1

a) Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable número de centros de trabajo.

b) Calcule la mediana de la variable número de centros de trabajo.

c) ¿Qué porcentaje de empresas tiene tres centros de trabajo o más?

Problema 2

Un concesionario de vehículos ha realizado durante el último año un control a 100 coches de un determinado modelo. En concreto, se han observado las siguientes variables:

X = antigüedad (en años) del coche

Y = número de reparaciones que se le han efectuado al coche en el último año

La información obtenida se detalla en la siguiente tabla:

		Variable X		
		0-4	4-8	8-12
Variable Y	0	20	10	0
	1	10	10	0
	2	0	10	10
	3	0	10	20

a) Determine la distribución de frecuencias marginal para cada variable.

b) Razone si las variables son independientes estadísticamente o no lo son.

Problema 3

El tiempo de espera (en minutos) en una consulta médica es una variable aleatoria que tiene la siguiente función de distribución: $F(x) = \frac{x}{60}$, para $0 \leq x \leq 60$

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera esté comprendido entre 15 y 45 minutos?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera supere los 30 minutos?

AÑO 2018

MATEMÁTICAS

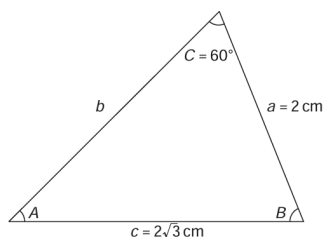
ordinaria

Opción A

- Justifique que, para todos los valores de m , el sistema $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x + 2y = -4 \end{cases}$ es incompatible.
- Escriba una ecuación de la recta que pasa por el punto $P(2, 0, 1)$ y está contenida en el plano $\pi: 2x + 3y - 4z = 0$.
- Resuelva la ecuación $3x + \frac{9}{2} = \left(\frac{4x}{3} + 2\right)^2$ y dé todas las soluciones.
- Justifique que $F(x) = \ln \ln \left(\frac{3x+1}{2-x}\right)$ es una primitiva de $f(x) = \frac{7}{2+5x-3x^2}$
- Determine para qué valor de m el producto de las matrices $A = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & m \end{pmatrix}$ es conmutativo, es decir, $AB = BA$.

Opción B

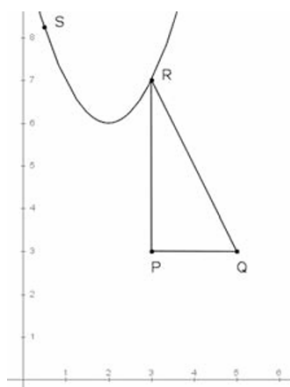
- Determine el valor de m que hace que las rectas $r: (x, y, z) = (1, 3, 1) + \lambda(2, m, -3)$ y $s: \frac{x-2}{-4} = \frac{y-6}{5} = \frac{z-2}{6}$ sean paralelas.
- Compruebe que la pendiente de la recta tangente a la función $f(x) = 7e^{2x-6}$ en el punto de abscisa $x = 3$ es 14.
- Calcule el determinante $\det(BA)$ del producto de las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$
- Escriba una primitiva de la función $f(x) = 3x - e^{-2x}$.
- De un triángulo ABC se conocen los lados $a = 2$ cm y $c = 2\sqrt{3}$ cm y el ángulo $C = 60^\circ$ opuesto al lado c .



Utilice el teorema del seno para calcular el ángulo A, opuesto al lado a.

Problemas

- Considere la parábola $y = x^2 - 4x + 10$ y los puntos $P(3, 3)$ y $Q(5, 3)$.



- Justifique que el punto $R(3, 7)$ es un punto de la parábola.
- Determine el área del triángulo PQR .
- Determine el punto $S(x, y)$ de la parábola para el cual el área del triángulo PQS es igual al área del triángulo PQR .

2. Una pelota de goma cae verticalmente desde un edificio de h metros de altura y bota varias veces. Cada vez que toca el suelo y bota, pierde una parte de su energía, de forma que sube hasta una altura que es el 80% de la que había alcanzado en el bote anterior. Se sabe que, después del segundo bote, sube hasta 7,68 metros.

- Determine la altura del edificio desde el cual ha caído inicialmente la pelota.
- Calcule los metros totales recorridos por la pelota cuando toca el suelo por quinta vez.
- ¿Desde qué altura debería caer la pelota para que después del tercer bote llegara a una altura de 10 metros?

extraordinaria

Opción A

1. Justifique que la recta $r: (x, y, z) = (3, 1, 2) + \alpha(-2, 1, 1)$ y el plano $\pi: 2x - y + 5z + 15 = 0$ son paralelos.

2. Compruebe que, para todos los valores de m , la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m & 1 \end{pmatrix}$ verifica que $A^2 + I = 2A$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

3. Determine la abscisa del punto en el cual la recta tangente a la parábola $f(x) = 8x^2 - 5x + 1$ es paralela a la recta $r: y = 3x - 2$.

4. Resuelva la ecuación exponencial $\frac{e^{3x+1}}{e^{x-1}} = e^{x+1}$

5. Determine el dominio de la función $f(x) = \ln \ln (x^2 + 1) - \sqrt{x + 1}$

Opción B

1. Justifique que, para todos los valores de m , el sistema $\begin{cases} x + my + z = 0 \\ 3x + (m + 1)y + 4z = 0 \\ 2x + y + 3z = 0 \end{cases}$ siempre tiene infinitas soluciones.

2. Escriba una primitiva de la función $f(x) = 3x^2 - 2e^{3x}$.

3. Justifique que la recta $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{2}$ está contenida en el plano $\pi: 6x - 2y + z - 16 = 0$.

4. Justifique que la función $f(x) = (2x - 4) \cdot e^x$ tiene un mínimo en el punto de abscisa $x = 1$.

5. Escriba una ecuación del plano que pasa por el punto $P(1, 2, 3)$ y es paralelo a la

recta $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$

Problemas

1. La empresa XTE fabrica dos tipos de teléfonos móviles, T-Truc y T-Call, y dedica a esta tarea exactamente 240 horas del departamento de electrónica y 100 horas del departamento de montaje. Cada T-Truc se vende a 800 € y necesita 4 horas de trabajo en el departamento de electrónica y 2 horas en el de montaje. Cada T-Call se vende a 500 € y requiere 3 horas de trabajo en el departamento de electrónica y 1 hora en el de montaje.

- Plantee un sistema de ecuaciones que permita determinar el número de teléfonos fabricado de cada modelo.
- Resuelva el sistema del apartado anterior y calcule los ingresos que proporciona la solución obtenida.

2. Considere las funciones $f(x) = \frac{2}{x} + 2x$ y $g(x) = x + 3$.

- Compruebe que los puntos de intersección de las dos funciones son los puntos de abscisa $x = 1$ y $x = 2$.
- Calcule la integral definida $\int_1^2 [g(x) - f(x)] dx$

ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

La mediana, que coincide con el segundo cuartil, ¿es un parámetro estadístico de posición central o de dispersión? Justifique la respuesta

Cuestión 2

En el caso de que dos variables tengan una covarianza igual a cero, ¿puede afirmarse que son siempre independientes estadísticamente? Justifique la respuesta.

Cuestión 3

Dada una variable aleatoria X que sigue una distribución normal de media 2 y desviación estándar 3, diga si la probabilidad de que la variable tome un valor negativo es superior o inferior al 50%. Justifique la respuesta.

Cuestión 4

La siguiente tabla recoge información sobre una variable X :

X_i	n_i
4	15
6	5
8	5
10	15
12	10

¿Qué valor tiene la moda?

Cuestión 5

El coeficiente de variación de una variable es 0,2 y la desviación estándar es 6. Determine la media aritmética de la variable.

Problema 1

La siguiente tabla recoge información sobre las calificaciones de los estudiantes de una clase en la

asignatura de lengua catalana:

Calificaciones	Estudiantes
0-2	3
2-4	7
4-6	7
6-8	8
8-10	5

- a) Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable calificaciones.
b) Observando los datos de la tabla, diga si es más alto el valor de la mediana o el de la moda.

Problema 2

Quiere estudiarse la relación entre el gasto anual en publicidad (variable X) y las ventas anuales (variable Y) de una empresa. Para hacerlo, se han recogido los datos de los últimos cuatro años (en miles de euros) en la siguiente tabla:

Variable X	Variable Y
4	20
6	24
8	24
6	26

- a) Calcule los coeficientes de la recta de regresión de Y sobre X.
b) Calcule el coeficiente de determinación e interprételo.

Problema 3

Una persona contesta al azar dos preguntas que solo tienen dos posibilidades de respuesta: sí o no. Teniendo en cuenta que el hecho de acertar una respuesta es independiente de si se acierta la otra, responda a las siguientes cuestiones:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de acertar las dos respuestas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de acertar una respuesta y no acertar la otra?

extraordinaria

Cuestión 1

Diga si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: el coeficiente de variación de una variable es una medida de posición. Justifique la respuesta.

Cuestión 2

6

4

La siguiente tabla recoge información sobre el número de habitaciones que tienen las viviendas de una urbanización:

Número de habitaciones X_i	Frecuencia n_i
1	4
2	8
3	8
4	6
5	4

¿Qué valor tiene la moda?

Cuestión 3

La covarianza entre dos variables X e Y es $S_{XY} = 4$, mientras que sus desviaciones típicas son $S_X = 4$ y $S_Y = 5$. Si se obtiene una recta de regresión de la variable Y sobre la variable X,

¿qué valor tomará la pendiente de la recta?

Cuestión 4

¿Con qué percentiles coinciden los cuartiles de una distribución?

Cuestión 5

Complete la siguiente tabla para que la distribución de la variable sea completamente simétrica:

X_i	n_i
1	4
2	8
3	10
4	
5	

Problema 1

La siguiente tabla recoge información referente a dos grupos de primero de ESO (A y B) sobre el número de asignaturas suspendidas (NAS) por los estudiantes de cada grupo a final de curso:

Grupo A		Grupo B	
NAS X_i	Frecuencia n_i	NAS Y_i	Frecuencia n_i
0	14	0	12
1	3	1	3
2	3	2	5
3	3	3	5
4	2	4	0

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación típica de la variable número de asignaturas suspendidas (NAS) para cada grupo.
- ¿Qué grupo tiene un porcentaje más alto de estudiantes que ha suspendido más de 2 asignaturas? ¿Cuál es este porcentaje?
- ¿En qué grupo la media aritmética de asignaturas suspendidas es más representativa?

Problema 2

Se dispone de información sobre dos variables, X e Y, recogida en la siguiente tabla bidimensional:

		Variable X		
		0	1	2
Variable Y	0	0	1	1
	1	1	2	1
	4	1	1	2

- Determine la covarianza entre las dos variables.
- Razone si las dos variables son independientes o no.
- Si se obtiene una recta de regresión de la variable Y sobre la variable X y quiere hacerse una predicción, ¿esta predicción será fiable?

Problema 3

En una caja hay seis bolas blancas, cinco bolas negras y cuatro bolas rojas. Se extraen tres bolas de la caja, de una en una.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola que se extrae de la caja sea blanca, de que la segunda sea roja y de que la tercera sea blanca, si cada vez que se extrae una bola NO se devuelve a la caja?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la primera bola que se extrae de la caja sea blanca, de que la segunda sea roja y de que la tercera sea blanca, si cada vez que se extrae una bola se devuelve a la caja?

AÑO 2019

MATEMÁTICAS

ordinaria

Opción A

1. Determine el dominio de la función $f(x) = \ln(6 - x - x^2)$.

2. Resuelva la ecuación $x\sqrt{16 + (10 - x)^2} = (10 - x)\sqrt{4 + x^2}$

3. Justifique que los tres puntos $P(-3, -3)$, $Q(2, 3)$ y $R(7, 9)$ están alineados.

4. Compruebe que el producto de las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ no es conmutativo, es decir, $AB \neq BA$, pero que, sin embargo, los determinantes cumplen la siguiente igualdad: $\det(AB) = \det(BA)$.

5. Escriba una primitiva de la función $f(x) = \frac{5}{2x+1} - 7x^3$

Opción B

1. Justifique que el triángulo de vértices $A(1, 3)$, $B(5, 11)$ y $C(5, 1)$ es un triángulo rectángulo.

2. Resuelva la ecuación $\frac{4}{x+1} - 3 = \frac{\frac{5}{3}}{x-3}$

3. Determine algún punto $Q(x, y)$ de la recta horizontal $y = 4$ con distancia al punto $P(1, 1)$ igual a $\sqrt{10}$

4. Determine el valor de p que hace que la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & p & 2 & 0 \end{pmatrix}$ verifique la ecuación $A^2 - A = I_2$, donde I_2 es la matriz identidad de orden 2.

5. Compruebe que la recta tangente a la función $f(x) = x^2 e^{2x}$ en el punto de abscisa $x = 0$ es horizontal, es decir, que tiene pendiente cero.

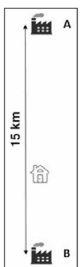
Problemas

1. Una pastelería prepara tres tipos de cajas con bombones de chocolate blanco y bombones de chocolate negro. La caja del primer tipo, la Caja Roja, contiene 15 bombones de chocolate blanco y 20 de chocolate negro, y cuesta 16 €. El segundo tipo de caja es la Caja Negra, que contiene un 20% más de bombones de chocolate blanco y un 10% menos de bombones de chocolate negro que la Caja Roja, y tiene un coste total de 16,20 €. Determine:

a) El coste de un bombón de chocolate blanco y el coste de un bombón de chocolate negro.

b) El coste del tercer tipo de caja, la Caja Deluxe, que contiene 20 bombones de cada tipo.

2. Dos industrias, A y B, se encuentran en los extremos de una carretera recta, a 15 km una de otra.



La industria A emite una concentración de partículas contaminantes de 300 partes por millón (ppm) y la

industria B emite una concentración de partículas contaminantes de 75 ppm.

Las partículas contaminantes de las dos industrias llegan a cualquier punto de la carretera que las une.

La concentración de partículas contaminantes que llegan a un punto de la carretera procedentes de cada industria es $\frac{c}{d}$, donde c es la concentración de partículas contaminantes que emite la industria

(300 o 75 ppm) y d es la distancia que hay hasta la industria.

Se quiere construir una casa en un punto intermedio de la carretera que une las dos industrias.

Determine a qué distancia de cada una de las dos industrias debe ubicarse la casa para minimizar la contaminación procedente de ambas industrias. ¿Cuál es la concentración total de partículas contaminantes que llegará a la casa?

extraordinaria

Opción A

1. Determine una ecuación del plano que pasa por los puntos P(1, 1, 1), Q(2, 0, 2) y R(1, 0, 1).

2. Resuelva la ecuación $\frac{4}{2x-1} = \frac{3}{3x+2} + \frac{5}{3}$ y dé todas las soluciones.

3. Determine para qué valor de B el plano $\pi: 2x + By + z = 14$ es paralelo a la recta $r: (x, y, z) = (2, 1, 1) + \lambda$

4. Compruebe que las rectas tangentes a las funciones $f(x) = 3x^2 - 4x + 4$ y $g(x) = 3 \ln(2x + 1)$ en el punto de abscisa $x = 1$ no se cortan en ningún punto.

5. Escriba una primitiva de la función $f(x) = \frac{5}{2x} - 7x + 3$

Opción B

1. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. Compruebe que $(A + B)^2 = (A - B)^2$.

2. Considere las rectas $r: (x, y, z) = (1, 5, 1) + \lambda(1, 0, 1)$ y $s: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{2}$. Determine para qué valor de m el punto P(2, 5, m) pertenece a ambas rectas.

3. Considere la progresión geométrica $\left\{a_n = \frac{2}{3^n}\right\} = \left\{a_1 = \frac{2}{3}, a_2 = \frac{2}{3^2}a_3 = \frac{2}{3^3}, \dots\right\}$

Escriba y simplifique el término general de la progresión geométrica

$\{b_n = a_n - a_{n+1}\} = \{b_1 = a_1 - a_2, b_2 = a_2 - a_3, b_3 = a_3 - a_4, \dots\}$.

4. Determine el dominio de la función $f(x) = \sqrt{\frac{9-x^2}{8+x^2}}$

5. Justifique que la función $f(x) = 2xe^{-x}$ tiene un máximo en el punto de abscisa $x = 1$.

Problemas

1. Determine la ecuación de la parábola $y = c + bx + ax^2$ que pasa por los puntos Q(6, 36) y R(-1, 8).

2. Una cadena de televisión planifica la programación para el próximo mes. En esta cadena, cada película es vista por 2 millones de espectadores y cada partido de fútbol es seguido por 3 millones de espectadores. Los gastos de emisión, en millones de euros, de las películas (x) y los partidos de fútbol (y) vienen dados por la expresión $x^2 - \frac{3y^2}{2}$

Determine la cantidad de películas y de partidos de fútbol que debe programar la cadena para tener un total de 10 millones de espectadores y minimizar los gastos de emisión del próximo mes.

ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

¿Qué valor debe tomar la probabilidad que aparece en forma de interrogante en la siguiente tabla para que esta tabla represente una función de cuantía?

X	$P(X)$
0	0,25
1	0,10
2	0,15
3	0,30
4	?

Cuestión 2

La covarianza entre dos variables X e Y es $S_{XY} = -5$, mientras que las desviaciones típicas de estas variables son $S_X = 4$ y $S_Y = 9$. ¿Cuál es la correlación lineal existente entre las dos variables? Valore este grado de correlación.

Cuestión 3

La siguiente tabla recoge información sobre el sueldo mensual en euros que cobran los trabajadores de una empresa.

X_i	n_i
400	10
1.000	5
2.000	15
3.000	5
4.000	15

¿Cuántos trabajadores cobran más de 2000 euros?

Cuestión 4

¿Qué es la moda como parámetro estadístico?

Cuestión 5

Si la covarianza entre dos variables X e Y es negativa, ¿qué signo tendrá la pendiente de la recta de regresión de Y sobre X ?

Problema 1

La siguiente tabla recoge información sobre el número de hermanos que tienen los estudiantes de un determinado curso académico.

Número de hermanos	Estudiantes
0	6
1	15
2	13
3	4
4	2

- a) Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación típica de la variable número de hermanos.
 b) Calcule la mediana de la variable número de hermanos.
 c) ¿Qué porcentaje de estudiantes tienen más de dos hermanos?

Problema 2

Una compañía de telefonía ha seleccionado un segmento de sus clientes y ha registrado la información sobre el número de miembros y de teléfonos móviles que tiene la unidad familiar de cada uno de estos clientes. Concretamente, ha analizado las siguientes variables:

X = número de miembros de la unidad familiar del cliente

Y = número de teléfonos móviles de la unidad familiar del cliente

La información obtenida se muestra en la siguiente tabla:

		Variable X		
		2	3	4
Variable Y	1	5	0	0
	2	10	5	5
	3	5	10	10
	4	0	5	5

- a) ¿Qué porcentaje del total de clientes analizados tienen tres o cuatro teléfonos móviles en su unidad familiar?
 b) Mida la relación entre las dos variables mediante la covarianza e interprete el signo del resultado.

Problema 3

En un examen de ciencias sociales, un alumno solamente ha estudiado 15 de los 25 temas que forman el curso. El examen consiste en contestar dos temas escogidos al azar del total de temas.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos temas del examen sean del conjunto de temas que el alumno ha estudiado?
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya estudiado ninguno de los dos temas del examen?

extraordinaria

Cuestión 1

¿Para qué es adecuado un gráfico de sectores: para representar variables cuantitativas o para representar variables cualitativas?

Cuestión 2

En el siguiente conjunto de datos, ¿qué valor tiene la mediana? 1, 25, 30, 22, 15

Cuestión 3

La siguiente tabla recoge información sobre el número de horas extraordinarias que realizan anualmente los trabajadores de una empresa.

Número de horas extraordinarias X_i	Número de trabajadores n_i
40	10
100	5
200	5
300	15
400	15

¿Qué porcentaje de trabajadores realizan anualmente más de 200 horas extraordinarias

Cuestión 4

Si se lanzan dos dados de seis caras simultáneamente, ¿cuál es la probabilidad de obtener dos cincos?

Cuestión 5

Cuando se ajusta una recta de regresión a un conjunto de valores de dos variables, puede obtenerse el coeficiente de determinación R^2 . ¿Qué significa que R^2 tome un valor del 95 %?

Problema 1

La siguiente tabla recoge información sobre el número de visitas médicas concertadas por cuarenta pacientes a un centro de atención primaria durante un año.

Número de visitas médicas	Pacientes
1	6
2	20
3	8
4	4
5	2

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable número de visitas médicas.
- Calcule la moda de la variable número de visitas médicas.
- ¿Qué porcentaje de pacientes han concertado menos de tres visitas médicas durante un año?

Problema 2

En una empresa aseguradora de vehículos se ha llevado a cabo un control del número de siniestros que han tramitado 100 asegurados durante el último año. Concretamente, se han analizado las siguientes variables:

		Variable X		
		18-38	38-58	58-78
Variable Y	0	15	10	0
	1	15	15	0
	2	0	10	15
	3	0	5	15

- Determine la distribución de frecuencias marginal para cada variable.
- En referencia a la variable número de siniestros, ¿cuál es el número mínimo de siniestros que tramitan el 40 % de asegurados que tramitan más?

Problema 3

El tiempo de espera (en días) para renovar el pasaporte es una variable aleatoria que tiene la siguiente función de distribución: $F(x) = \frac{x-10}{80}$, para $10 \leq x \leq 90$

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera sea inferior a 50 días?
 b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera supere los 70 días?

AÑO 2020

MATEMÁTICAS

ordinaria

Parte 1

1. Determine los valores del parámetro m que hacen que el sistema $\{3x + (2m + 2)y = m + 1, (m - 1)x + 2y = m\}$ tenga una única solución. Compruebe que no hay ningún valor de m que haga que el sistema sea compatible indeterminado.

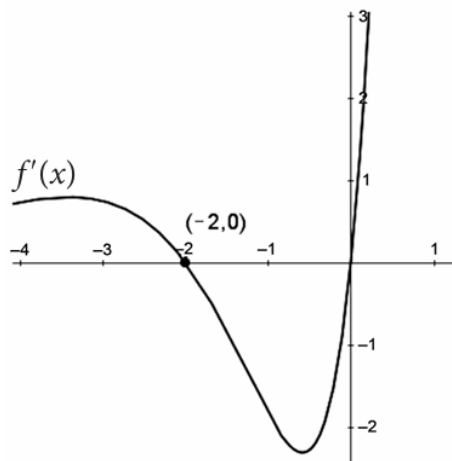
2. Considere la función $f(x) = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{1-x} + \frac{\frac{1}{2}}{1+x} - 1}$

a) Justifique que $\frac{\frac{1}{2}}{1-x} + \frac{\frac{1}{2}}{1+x} - 1 = \frac{x^2}{1-x^2}$

b) Determine el dominio de $f(x)$.

3. Escriba una primitiva de la función $f(x) = 4x^5 + \frac{\sqrt{x}}{2}$

4. La imagen adjunta representa la gráfica de la derivada $f'(x)$ de la función $f(x)$. Justifique que la función $f(x)$ tiene un máximo en el punto de abscisa $x = -2$.



5. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & & & & \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcule el determinante de la matriz inversa de la matriz A .
 b) Calcule el producto de matrices AB .

6. Calcule el ángulo que forman los planos $\pi_1: 2x - 3y + z = 4$ y $\pi_2: 3x + 2y = 2$.
 Determine un punto de la intersección de los dos planos.

Parte 2

1. Considere el rectángulo de vértices $A(1, 1)$, $B(6, 6)$, $C(3, -1)$ y $D(x, y)$.

- a) Justifique que la recta r_1 , que pasa por los vértices A y B, y la recta r_2 , que pasa por los vértices A y C, son perpendiculares.
- b) Determine la ecuación de la recta r_3 paralela a r_1 y que pasa por C, y la ecuación de la recta r_4 paralela a r_2 y que pasa por B.
- c) Determine las coordenadas del cuarto vértice del rectángulo, D(x, y).

2. Determine las dimensiones de un rectángulo de 169 m^2 de área que tiene el perímetro mínimo. Compruebe que el rectángulo obtenido es un cuadrado.

extraordinaria

Parte 1

1. Considere los puntos P(3, -2, 5) y Q(-1, 4, -3) y el plano $\pi: 2x - 3y + 4z - 3 = 0$.

- a) Justifique que el punto medio M(a, b, c) entre P y Q pertenece al plano.
- b) Escriba una ecuación de la recta que pasa por P y Q.

2. Justifique que $F(x) = \frac{3}{2} \ln \ln(2x - 1) - 4 \ln \ln(x + 1)$ es una primitiva de $f(x) = \frac{7 - 5x}{2x^2 + x - 1}$

3. Determine un mínimo de la función $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

4. Considere un triángulo rectángulo en el que el ángulo $\hat{A}$ es de $\frac{\pi}{6}$ (30°) y el lado opuesto a este ángulo mide 6 metros. Determine el perímetro y el área del rectángulo.

5. Resuelva la ecuación $2x \sqrt{\frac{49}{7-2x}} - \sqrt{\frac{49}{7-2x}} = 7$

6. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Determine los valores de p y q para que se verifique la igualdad $A^2 - pI = qA$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

Parte 2

1. Considere los puntos P(-4, 1) y Q(3, 2).

- a) Escriba una ecuación de la recta r_1 que pasa por los puntos P y Q.
- b) Determine el punto medio M entre los puntos P y Q.
- c) Escriba una ecuación de la recta r_2 perpendicular a r_1 que pasa por el punto M.
- d) Justifique que todos los puntos de la recta r_2 anterior son equidistantes de P y Q, es decir, que cualquier punto T(x, y) de la recta está a la misma distancia del punto P que del punto Q, de manera que $d(P, T) = d(Q, T)$.

2. Un granjero mezcla maíz, harina de pescado y pienso para crear la dieta semanal con que alimentará a sus aves de corral. Cada semana, la dieta debe contener 3 unidades de hierro, 4 unidades de vitaminas y 3 unidades de calcio. Cada kilogramo de maíz da 2 unidades de hierro, 1 unidad de vitaminas y 1 unidad de calcio; cada kilogramo de harina de pescado proporciona 3 unidades de hierro y 3 unidades de vitaminas; cada kilogramo de pienso aporta 1 unidad de hierro, 2 unidades de vitaminas y 2 unidades de calcio.

- a) Determine la composición semanal de la dieta.
 b) Justifique que, en la situación descrita, no es posible diseñar una dieta con un contenido de 3 unidades de hierro, 4 unidades de vitaminas y 4,5 unidades de calcio.

ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

Una variable toma los siguientes valores: 25, 30, 10, 20, 35. ¿Qué valor toma la mediana?

Cuestión 2

Diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «Cuando se tipifica (o estandariza) una variable, la media aritmética de la nueva variable es la unidad». Justifique la respuesta.

Cuestión 3

En la siguiente tabla, ¿qué porcentaje hay de valores inferiores a 30?

X_i	n_i
10	15
20	5
30	10
40	5
50	15

Cuestión 4

Si cuando se ajusta una recta de regresión a los valores de las variables X e Y se obtiene un valor del coeficiente de determinación $R^2 = 0,95$, ¿qué interpretación se dará a este valor?

Cuestión 5

La siguiente tabla hace referencia a una variable aleatoria discreta. ¿Qué valor debe tomar A para que el conjunto de valores represente una función de cuantía? Justifique la respuesta.

X_i	$P(X=X_i)$
10	0,50
20	0,35
30	A

Problema 1

Se dispone de la siguiente información sobre la superficie en metros cuadrados (m^2) de los inmuebles de un barrio de una ciudad:

Superficie en m^2 (X_i)		Número de inmuebles
(L_{i-1})	(L_i)	
0	60	20
60	90	25
90	110	25
110	180	10

- a) Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable superficie en m^2 .
 b) ¿Cuál es, aproximadamente, la superficie total de todos los inmuebles del barrio?
 c) Determine el intervalo modal.

Problema 2

La siguiente tabla recoge información, en miles de euros, de la renta neta mensual (variable X) y el gasto mensual en alimentación y suministros del hogar (variable Y) de seis unidades familiares.

Variable X	Variable Y
2	1
3	2
3	1
4	2
5	3
7	3

- a) Determine los parámetros de la recta de regresión de la variable Y sobre X.
 b) Si una unidad familiar tiene una renta neta mensual de seis mil euros, ¿cuál será su predicción de gasto mensual en alimentación y suministros?

Problema 3

En una caja hay 8 bolas con la letra «A», 7 bolas con la letra «B» y 5 bolas con la letra «C».

Extraemos una y, sin devolverla a la caja, a continuación, extraemos otra.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas tengan la letra «A»?
 b) ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola con la letra «B» y otra con la letra «C» (en cualquier orden)?

extraordinaria

Cuestión 1

El coeficiente de variación de una variable es 0,3 y la varianza de la variable es 9.

Determine la media aritmética de la variable.

Cuestión 2

Diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «La covarianza entre dos variables es 0,90, mientras que el coeficiente de correlación lineal entre las dos variables es 0,40. Entonces la relación lineal entre las dos variables es intensa». Justifique la respuesta

Cuestión 3

En la tabla siguiente, ¿qué porcentaje hay de valores superiores a 3?

X_i	n_i
1	5
2	15
3	10
4	15
5	5

Cuestión 4

¿La siguiente tabla corresponde a una variable cuantitativa o cualitativa?

X_i	f_i
Votantes del partido A	30%
Votantes del partido B	40%
Votantes del partido C	30%

Cuestión 5

¿Qué es la mediana de una variable?

Problema 1

En dos centros de trabajo de la misma empresa se ha registrado el número de bajas por enfermedad de los trabajadores en el último trimestre. La información obtenida es la siguiente:

Número de bajas (X_i)	Trabajadores del centro 1	Trabajadores del centro 2
0	15	9
1	15	9
2	7	5
3	7	4
4	6	3

- Determine, para cada centro, el porcentaje de trabajadores que han cogido alguna baja por enfermedad durante el último trimestre.
- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación típica de la variable número de bajas en el centro 1.
- ¿Cuál ha sido el número total de bajas en el centro 2 durante el último trimestre

Problema 2

La siguiente tabla recoge información sobre las horas de estudio que han dedicado a una prueba (variable X) y la calificación que han obtenido en la prueba (variable Y) seis estudiantes.

Variable X	Variable Y
5	6
6	7
6	8
8	8
8	9
9	10

- Determine los parámetros de la recta de regresión de la variable Y sobre la variable X.
- Si un estudiante dedica 7 horas a estudiar para esta prueba, ¿cuál será la predicción sobre la calificación que obtendrá?

Problema 3

En una caja hay 6 manzanas amarillas, 4 manzanas rojas y 5 verdes. Extraemos una y nos la comemos y, a continuación, extraemos otra.

- ¿Cuál es la probabilidad de que las dos manzanas que hemos extraído de la caja sean rojas?
- ¿Cuál es la probabilidad de extraer de la caja una manzana roja y una amarilla (en cualquier orden)?

AÑO 2021

MATEMÁTICAS

ordinaria

Parte 1

1. Determine el dominio de la función $f(x) = \ln \ln \left(\frac{1-x}{x+2} \right)$

2. Justifique que la función $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$ es creciente en todo su dominio.

3. Escriba una primitiva de la función $f(x) = 4x^4 + e^{-3x}$.

4. Considere las rectas $r_1: (x, y) = (1, 2) + \mu(-1, 2)$ y $r_2: y = 3x + 1$.

a) Justifique que las rectas r_1 y r_2 no son ni perpendiculares ni paralelas.

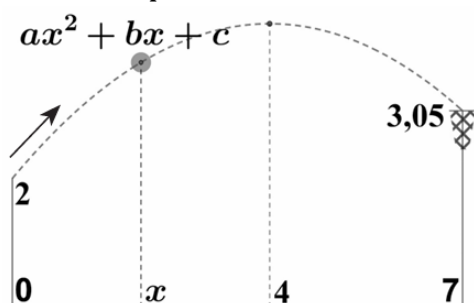
b) Determine el punto de intersección de las dos rectas.

5. Determine el valor de p que hace que la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & p \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ sea la matriz inversa de la matriz $B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & p \\ \frac{-3}{2} & & \end{pmatrix}$

6. Justifique que las rectas $r_1: \begin{cases} 2x + 3y + z = 5 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$ y $r_2: (x, y, z) = \mu(1, 1, 1)$ no se cortan.

Parte 2

1. Una joven jugadora de baloncesto se encuentra en posesión de la pelota a 7 metros de la canasta. En el momento del lanzamiento, la pelota sale a 2 metros de altura y, siguiendo una trayectoria parabólica, llega hasta la canasta, que se encuentra a 3,05 metros de altura. La función que describe la trayectoria de la pelota es $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde x es la distancia horizontal de la pelota a la posición de la jugadora en el momento del lanzamiento, y $f(x)$ es la altura a la que se encuentra la pelota. Además, la pelota alcanza la máxima altura cuando se encuentra a $x = 4$ metros de la jugadora.



a) Determine los valores de a , b y c que definen la trayectoria de la pelota.

b) Calcule la altura máxima que alcanza la pelota.

2. Una empresa mezcla dos variedades de café, arábica y robusta, para fabricar tres tipos diferentes de cápsulas de café de 8 g: fuerte, espresso y ristretto. Cada cápsula de fuerte contiene 6 g de arabica y 2 g de robusta, mientras que cada cápsula de espresso contiene 5 g y 3 g de arabica y de robusta, respectivamente. En cambio, una cápsula de ristretto contiene 4 g de cada variedad de café. Diariamente, la empresa utiliza 330 kg de café arabica y 230 kg de robusta; además, la mitad de la producción diaria total son cápsulas de ristretto.

a) Escriba un sistema de ecuaciones lineales que permita determinar la producción diaria de cápsulas de café.

b) Resuelva el sistema planteado en el apartado anterior e interprete la solución obtenida.

extraordinaria

Parte 1

1. Considere la progresión geométrica $\left\{a_1, a_2 = \frac{2}{5}, a_3 = -1, a_4 = \frac{5}{2}, \dots\right\}$

a) Determine la razón de la progresión.

b) Calcule el primer y el quinto término de la progresión: a_1 y a_5 .

2. Considere el plano $\pi: (\sqrt{2} - 2)x + (\sqrt{2} + 2)y - 2z = 0$ y la recta $r: (x, y, z) = (-2, 2, 4) + \lambda(-1, 1, 0)$.

a) Compruebe que el punto $P(-2, 2, 4)$ es a la vez un punto del plano y un punto de la recta.

b) Determine el ángulo que forman el plano y la recta.

3. Considere los sistemas $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 4x - 5y = 22 \end{cases}$ y $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x - my = 11 \end{cases}$

- a) Resuelva el primero de los dos sistemas. Determine el valor de m que hace que los sistemas sean equivalentes, es decir, que tengan las mismas soluciones.
- b) Determine el valor de m que hace que el segundo sistema, $\{x + y = 1 \quad 3x - my = 11\}$, sea incompatible.

4. Resuelva la ecuación $\frac{1}{x} - \sqrt{1 + \frac{1}{x}} = 1$

5. Justifique que la función $f(x) = \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$ tiene un máximo en el punto de abscisa $x = 0$.

6. Justifique que el triángulo de vértices $P(-3, 2)$, $Q(1, -2)$ y $R(5, 6)$ es isósceles.

Parte 2

1. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & -1 & 6 & 7 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 1 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Justifique que la matriz A tiene inversa y calcúlela.
- b) Determine la matriz cuadrada X de orden 3 que cumple la igualdad $AX = B$.

2. En un huerto hay plantados 50 manzanos, cada uno de los cuales produce 800 manzanas. Por cada manzano adicional que se planta, la producción de cada árbol se reduce en 10 manzanas. ¿Cuántos manzanos más deben plantarse para obtener la producción más alta posible? ¿Cuál es esa producción?

ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

El coeficiente de variación de una variable es 0,2 y la varianza de la variable es 4. Determine la media aritmética de la variable.

Cuestión 2

El coeficiente de correlación entre dos variables toma siempre valores entre a y b . ¿Cuáles son estos valores a y b ?

Cuestión 3

En la siguiente tabla, ¿qué porcentaje hay de valores superiores a 30?

x_i	n_i
10	15
20	5
30	10
40	5
50	15

Cuestión 4

¿Cuál es el coeficiente que mide el grado de ajuste a la nube de puntos de una recta de regresión? ¿Qué valores puede tomar?

Cuestión 5

¿Qué operación debe realizarse para tipificar (o estandarizar) los valores de una variable?

Problema 1

Se ha preguntado a 25 parejas el número de hijos que tiene cada una. La información es la siguiente:

Número de hijos (X_i)	Número de parejas (n_i)
0	5
1	6
2	8
3	4
4	2

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable número de hijos.
- ¿Cuál es el número de hijos que tienen en total todas las parejas?
- Determine el valor de la mediana de la variable número de hijos.

Problema 2

La siguiente tabla recoge la información proporcionada por una empresa sobre la producción mensual de un artículo (en miles de euros) y el gasto mensual en electricidad (en miles de euros):

Gasto en electricidad (Y)	Producción (X)
8	40
8	42
9	44
9,2	48
9,8	50

Se han calculado los siguientes valores:

	Gasto en electricidad	Producción
Media	8,8	44,8
Varianza	0,496	13,76

- Determine la recta de regresión de Y sobre X, y el coeficiente de determinación. Interprete el coeficiente de determinación.
- Si para el siguiente mes se prevé una producción de 55.000 euros, ¿cuál será la predicción del gasto en electricidad?

Problema 3

En una caja hay 3 bolas blancas, 2 rojas y 5 verdes. Extraemos una bola y, sin devolverla a la caja, extraemos otra.

- ¿Cuál es la probabilidad de que las dos bolas sean verdes?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la primera sea verde y la segunda no sea verde?

extraordinaria

Cuestión 1

El coeficiente de variación de una variable es 0,2 y la media aritmética de la variable es 10. Determine la varianza de la variable.

Cuestión 2

Diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: «La covarianza entre dos variables toma siempre valores entre -1 y 1». Justifique la respuesta.

Cuestión 3

En la siguiente tabla, ¿qué porcentaje hay de valores superiores a 40?

X_i	n_i
10	15
20	5
30	10
40	5
50	15

Cuestión 4

En la siguiente tabla, ¿qué valor toma la mediana?

X_i	n_i
10	15
20	5
30	10
40	5
50	15

Cuestión 5

En una distribución normal tipificada (o estandarizada), ¿qué porcentaje hay de valores superiores a cero? Justifique la respuesta.

Problema 1

Para curar una enfermedad debe tratarse a los individuos afectados con un medicamento. El número de dosis que debe administrárseles depende de la gravedad de la enfermedad. Un centro médico ha recogido información sobre el número de individuos afectados a los que ha tratado durante seis meses y sobre cuántas dosis de medicamento les ha administrado. La información obtenida es la siguiente:

Número de dosis (X_i)	Número de individuos
4	5
6	15
8	15
10	10
12	5

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable número de dosis.
- ¿Cuál ha sido el número total de dosis administradas en los seis meses?
- Determine los valores del primer y del tercer cuartil.

Problema 2

La siguiente tabla recoge información sobre la edad de los trabajadores de una empresa (X_i) y el número de bajas por enfermedad de estos trabajadores en un mes determinado (Y_j):

		Edad del trabajador/a (X_i)		
		20-30	30-50	50-60
Número de bajas por mes (Y_j)	0	10	5	0
	1	5	5	0
	2	0	5	5
	3	0	0	5

- Determine las distribuciones marginales y la media aritmética de cada variable.
- Determine la covarianza entre las dos variables. Interprete el signo de la covarianza.

Problema 3

Una variable aleatoria discreta X tiene como función de cuantía la siguiente expresión: $p(X = x) = \frac{x+1}{10}$

, para $x = 0, 1, 2, 3$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que X sea superior a 1?

b) ¿Cuál es la esperanza matemática de la variable X ?

AÑO 2022

MATEMÁTICAS

ordinaria

Parte 1

1. Determine el dominio de la función $f(x) = \sqrt{2 + 5x - 3x^2}$

2. Considere la recta $r: (x, y, z) = (1, 2, 3) + \mu(1, 1, 1)$ y el plano $\pi: 3x + 2y + z = 4$.

a) Determine el punto P de intersección entre la recta y el plano.

b) Escriba una ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por P .

3. Las raíces de un polinomio $p(x)$ son las soluciones de la ecuación $p(x) = 0$. Considere el polinomio $p(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$, que tiene como raíces $x = -\frac{1}{2}$, $x = -1$, $x = 2$, $x = 3$.

Señale con un círculo la letra de la opción correcta para completar cada una de las siguientes afirmaciones.

3.1. El polinomio $p(x)$ se puede escribir

a) $p(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)(x + 1)(x - 2)(x - 3)$

b) $p(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 1)(x + 2)(x + 3)$

c) $p(x) = x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 1x^2 + 2x + 3$

3.2. El polinomio $p(x)$ se puede escribir

a) $p(x) = x^4 + \frac{7}{2}x^3 - x^2 - \frac{13}{2}x + 3$

b) $p(x) = x^4 - \frac{7}{2}x^3 - x^2 + \frac{13}{2}x + 3$

c) $p(x) = x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 1x^2 + 2x + 3$

3.3. El polinomio $p(x)$ verifica que a) $p(0) = \frac{7}{2}$ b) $p(0) = -\frac{7}{2}$ c) $p(0) = 3$

4. Resuelva la ecuación $\frac{2x^2 - x - 2}{2x - 3} - \sqrt{\frac{1}{x}} = x + 1$

5. Considere el sistema de ecuaciones lineales siguiente, que depende del parámetro m :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 20 \\ 2x + 4y + mz = 40 \\ x - my + 3z = 18 - m \end{cases}$$

Justifique que, para todos los valores de m , el sistema tiene al menos una solución; es decir, que no hay ningún valor de m que hace que el sistema sea incompatible.

6. Justifique que la función $f(x) = (8 - 2x) + \ln(4x + 3)$ tiene un máximo en el punto de abscisa $x = -\frac{1}{4}$

Parte 2

1. Considere los puntos $P(0, 4)$ y $Q(4, 0)$.
 - a) Escriba una ecuación de la recta r que pasa por los puntos P y Q .
 - b) Escriba una ecuación de la recta s perpendicular a r que pasa por el punto medio M entre P y Q .
 - c) Determine un punto R de la recta s que hace que el área del triángulo de vértices P , Q y R sea igual a 6.

2. Considere la función $f(x) = ax + b$, donde a y b son dos números positivos. Sabiendo que $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, determine los valores de a y b que hacen que $F(0) = 0$, $F(2) = 10$ y $\int_1^2 f(x) dx = 6$.

extraordinaria

Parte 1

1. Escriba una ecuación de la recta perpendicular a la recta $r: 3x + 2y - 5 = 0$ que pasa por el punto $P(1, 1)$.

2. Determine el valor de m que hace que la intersección de los tres planos

$\pi_1: x + z = 1$, $\pi_2: x + 2y + 2z = m$ y $\pi_3: mx - 2y + z = 1$ sea una recta.

3. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

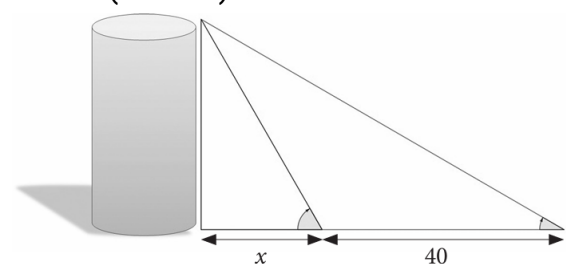
a) Calcule el producto $C = AB$.

b) Calcule C^2 .

4. Resuelva la ecuación $\sqrt{15x + 151} - \sqrt{x + 37} = 4$

5. Justifique que $F(x) = 2x + \frac{5}{4x+6}$ es una primitiva de $f(x) = \frac{8x^2 + 24x + 13}{(2x+3)^2}$

6. Desde una distancia x , la parte superior de un depósito de agua se ve con un ángulo de elevación de $60^\circ \left(\frac{\pi}{3} \text{ rad} \right)$. Si nos alejamos 40 metros más del depósito, la parte superior se ve con un ángulo de $30^\circ \left(\frac{\pi}{6} \text{ rad} \right)$. Determine la altura del depósito.



Parte 2

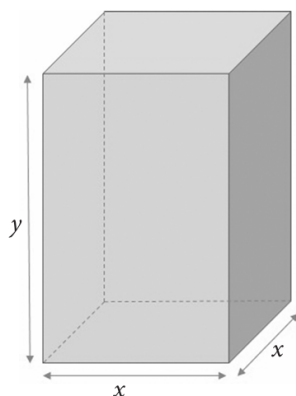
1. Considere el cuadrado de vértices $P_1(2, 2)$, $P_2(8, 2)$, $P_3(8, 8)$ y $P_4(2, 8)$.

a) Determine los puntos medios de cada uno de los cuatro lados.

b) Justifique que los puntos medios determinan otro cuadrado.

c) Compruebe que el área del cuadrado original es el doble del área del cuadrado determinado por los puntos medios.

2. Un prisma cuadrangular tiene un volumen de 500 cm^3 . Las bases inferior y superior son cuadrados de $x \text{ cm}$ de lado. La altura del prisma es de $y \text{ cm}$. Cada cm^2 de las bases tiene un coste de 8 céntimos, y cada cm^2 de cada una de las caras laterales tiene un coste de 2 céntimos.



- Escriba la función que permite calcular el coste total del prisma dependiendo de los valores de x y de y .
- Escriba la ecuación que permite calcular el volumen de 500 cm^3 del prisma dependiendo de los valores de x y de y .
- Utilice la ecuación anterior para escribir la función del coste total del prisma dependiendo únicamente de los valores de x .
- Determine el mínimo de la función del apartado anterior y calcule los valores de x y de y que hacen que el prisma tenga el mínimo coste posible. Indique cuál es ese coste.

ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

En el siguiente conjunto de datos, ¿qué valor toma la mediana? 1, 25, 30, 35, 10, 15, 20

Cuestión 2

De los tres gráficos que se mencionan a continuación, ¿cuál (o cuáles) es apropiado para representar una variable cualitativa? Histograma, diagrama de caja (o diagrama de caja y bigotes), gráfico de sectores

Cuestión 3

En la siguiente tabla, ¿qué porcentaje hay de valores superiores a 200?

X_i	n_i
100	10
200	50
300	10
400	50
500	30

Cuestión 4

¿Es cierto o falso que para medir la relación lineal entre dos variables debe utilizarse el coeficiente de variación, para ver si es cercano a 1?

Cuestión 5

Una variable aleatoria X_i tiene una distribución normal con media 4 y varianza 4. Si se construye una nueva variable $Y_i = X_i - 5$, ¿cuál será la media de la nueva variable? ¿Cuál será la varianza de la nueva variable?

Problema 1

Se realiza un estudio sobre los minutos de conexión diarios a Internet de un conjunto de estudiantes. La información obtenida es la siguiente:

Minutos de conexión diarios (L_{i-1} L_i]		Número de estudiantes n_i
0	60	10
60	120	20
120	180	25
180	240	20
240	300	15

- a) Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable minutos de conexión diarios. (Utilice dos decimales para realizar los cálculos).
- b) ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes que están conectados más de 120 minutos al día?
- c) Determine el valor de la moda.

Problema 2

En una encuesta realizada a 100 unidades familiares, se les pide información sobre cuántos miembros forman la unidad familiar y sobre el número de ordenadores portátiles que tienen en total.

La información obtenida es la siguiente:

		Número de miembros de la unidad familiar				
		1	2	3	4	5
Número de ordenadores portátiles	0	5	0	0	0	0
	1	10	5	0	0	0
	2	5	10	5	5	0
	3	0	0	10	5	0
	4	0	0	0	20	10
	5	0	0	0	5	5

- a) Determine las distribuciones de frecuencias marginales para cada variable.
- b) ¿Cuál es el porcentaje de unidades familiares que tienen menos de 2 ordenadores portátiles?
- c) De entre las unidades familiares que tienen 2 portátiles, ¿qué porcentaje están formadas por 2 miembros?

Problema 3

El tiempo de espera (en días) para recibir la devolución del impuesto sobre la renta es una variable aleatoria que tiene la siguiente función de distribución: $F(x) = \frac{x-10}{80}$, $10 \leq x \leq 90$.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera sea igual o inferior a 50 días?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera supere los 70 días?

extraordinaria

Cuestión 1

En unas elecciones se obtienen los siguientes resultados sobre el porcentaje de voto a tres partidos:

- partido 1: 40 %;
- partido 2: 30 %;
- partido 3: 30 %.

¿Se trata de una variable cuantitativa o cualitativa?

Cuestión 2

¿A qué decil equivale la mediana de una variable?

Cuestión 3

En la siguiente tabla, ¿qué porcentaje hay de valores inferiores a 30?

X_i	n_i
10	15
20	5
30	10
40	5
50	15

Cuestión 4

¿Qué mide la covarianza entre dos variables?

Cuestión 5

Una variable aleatoria X_i tiene una distribución normal con media 2 y varianza 4. Si se construye una nueva variable $Y_i = X_i - 5$, ¿cuál será la desviación estándar de la nueva variable?

Problema 1

Una empresa estudia el número de días de ausencia mensuales de los trabajadores del turno nocturno. La información que obtiene es la siguiente:

Ausencias mensuales (X_i)	Número de trabajadores (n_i)
0	25
1	10
2	15
3	5
4	5

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable ausencias mensuales.
- ¿Cuál es el valor más probable de ausencias mensuales?
- Determine el valor del primer y del tercer cuartil de la variable ausencias mensuales.

Problema 2

Una empresa que comercializa lavadoras ha llevado a cabo un control durante el último año sobre las reparaciones que se han realizado a 70 lavadoras de un determinado modelo. La información obtenida es la siguiente:

		Años de antigüedad (X)		
		0-2	2-6	6-10
Reparaciones en un año (Y)	0	10	0	0
	1	10	5	5
	2	5	5	10
	3	0	10	10

- ¿A qué porcentaje de lavadoras se les ha realizado más de una reparación?
- Determine la distribución marginal de frecuencias para cada variable.
- Razone si las variables son independientes estadísticamente o no lo son.

Problema 3

El tiempo de espera (en segundos) de una llamada telefónica a un centro de atención primaria es una variable aleatoria con la siguiente función de distribución: $F(x) = \frac{x}{75}$, con $0 \leq x \leq 75$.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera esté entre 10 y 25 segundos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera supere un minuto?

AÑO 2023

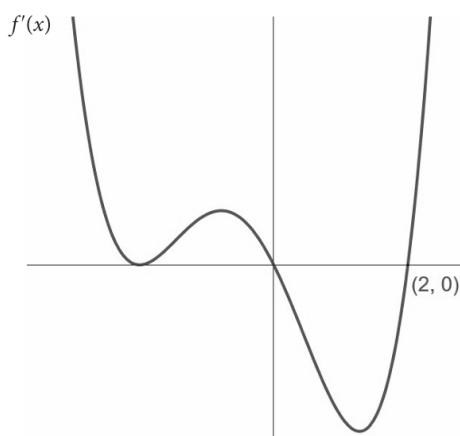
MATEMÁTICAS

ordinaria

Parte 1

1. En la costa de Salou hay dos edificios de apartamentos, uno junto a otro. A cierta hora de la mañana, uno de los edificios, que mide 18 metros de altura, tiene una sombra de 10 metros; en el mismo momento, la sombra del segundo edificio es de 15 metros. Determine la altura de este segundo edificio.

2. La imagen adjunta representa la gráfica de la derivada $f'(x)$ de la función $f(x)$. Razone que la función $f(x)$ tiene un mínimo en el punto de abscisa $x = 2$.



3. Resuelva la ecuación $1 - x + \sqrt{1 - x} = \frac{3}{4}$

4. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$. Tenga en cuenta que A^T representa la matriz

traspuesta de A y que $\det(A)$ es el determinante de la matriz A.

Señale con un círculo la letra de la opción correcta para completar cada una de las siguientes afirmaciones.

4.1. Se verifica que

a) $(A - B)^2 = A^2 + B^2 - AB - BA$.

b) $(A - B)^2 = A^2 - B^2$.

c) $(A - B)^2 = A^2 + B^2 - 2AB$.

4.2. Se cumple que

a) $(AB)^T = B^T A^T$.

b) $(AB)^T = A^T B^T$.

c) $(AB)^T = AB$.

4.3. Los determinantes de las matrices tienen la propiedad

a) $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.

b) $\det(A - B) = \det(A) - \det(B)$.

c) $\det(A^T) = \det(A)$.

5. Considere los puntos $P(2, 0, 2)$, $Q(0, 2, 0)$ y $R(0, -2, 0)$.

a) Escriba una ecuación del plano π que pasa por los tres puntos.

b) Indique razonadamente si el punto $T(2, 2, 2)$ pertenece o no al plano π del apartado anterior.

6. Escriba una primitiva de la función $f(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{4x}$

Parte 2

1. Una pequeña heladería hace helados de plátano, fresa y mango, para lo que utiliza diferentes cantidades de azúcar, leche y fruta. Cada tarrina de helado de plátano lleva 15 gramos (g) de azúcar y 300 mililitros (ml) de leche; cada tarrina de helado de fresa contiene 20 g de azúcar y 200 ml de leche; en cambio, para cada tarrina de helado de mango se utilizan 25 g de azúcar y 250 ml de leche.

Las tarrinas se venden a 6,35 € las de helado de plátano, y a 5,75 € y 6,75 € las de helado de fresa y de mango, respectivamente. Cada día, la heladería utiliza exactamente 1 kg de azúcar y 11,5 litros de leche. El suministro de fruta está garantizado y no supone ninguna limitación en la producción.

a) Escriba y resuelva un sistema de ecuaciones que permita determinar la cantidad de tarrinas de cada tipo de helado que se han de vender cada día para obtener unos ingresos de 300 €.

b) Compruebe que en la preparación de 10 tarrinas de helado de plátano, 40 de fresa y 2 de mango también se utilizan 1 kg de azúcar y 11,5 litros de leche. Calcule los ingresos que obtendría la heladería en el caso de vender esta producción.

2. Sabiendo que el punto $P(-3, 1)$ es un vértice de un cuadrado y el punto $M(-1, -1)$ es el punto de intersección de las dos diagonales de este cuadrado, determine los otros tres vértices del cuadrado.

Nota: Las diagonales de un cuadrado son perpendiculares entre sí y se cortan en su punto medio.

extraordinaria

Parte 1

1. Determine el área de un triángulo equilátero de 18 metros de perímetro.

2. Considere la función $f(x) = (x + 1)e^{2x+3}$.

a) Calcule su primera derivada.

b) Justifique que la función $f(x)$ es creciente en el intervalo $]-\frac{3}{2}, +\infty[$

3. Escriba una primitiva de la función $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$

4. Considere la progresión geométrica de término general $a_n = \frac{2}{3^n}$, es decir, la

progresión o sucesión $\{a_n\} = \{\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \frac{2}{81}, \dots\}$

Señale con un círculo la letra de la opción correcta para completar cada una de las siguientes afirmaciones.

4.1. El sexto término de la progresión (o sucesión) es a) $a_6 = \frac{2}{729}$ b) $a_6 = \frac{1}{243}$ c) $a_6 = \frac{2}{243}$

4.2. La razón de la progresión (o sucesión) es a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3^n}$

4.3. La progresión (o sucesión) dada por $b_n = a_n + a_{n+1}$ también es una progresión geométrica cuya razón es a) $\frac{8}{3^n}$ b) $\frac{8}{3}$ c) $\frac{1}{3}$

5. Considere los puntos $P(0, 8)$, $M(3, 4)$ y $Q(x, y)$, en que M es el punto medio entre P y Q .

a) Determine las coordenadas del punto Q .

b) Calcule la distancia de M a Q .

c) Escriba una ecuación de la recta s paralela a $r: (x, y) = (1, 1) - \alpha(2, 3)$ que pasa por el punto Q .

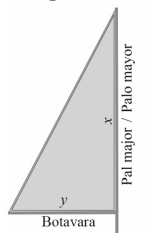
6. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ y $v = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Determine el valor del número real p que hace que $Av = pv$.

b) Determine una matriz $w = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ diferente de la anterior ($w \neq v$) que verifique $Aw = pw$.

Parte 2

1. La vela mayor de una embarcación de recreo tiene un diseño triangular como el de la figura. La parte vertical de la vela, junto al palo mayor, tiene una longitud de x metros. La parte horizontal de la vela, junto a la botavara, tiene una longitud de y metros. El coste total de la vela es proporcional a estas longitudes, y se calcula de acuerdo con la expresión $30x + 50y$.



Determine las dimensiones x e y de la vela que se puede fabricar con un presupuesto de 300 € y que hacen que la superficie de la vela sea máxima. ¿Cuál es esta superficie?

2. Considere las funciones $f(x) = \frac{2x^2+5}{x^4+3x^2+2}$ y $g(x) = \frac{A}{x^2+1} + \frac{B}{x^2+2}$

a) Justifique que $x^4 + 3x^2 + 2 = (x^2 + 1)(x^2 + 2)$.

b) Compruebe que las funciones $f(x)$ y $g(x)$ tienen el mismo dominio.

c) Determine los valores de A y B que hacen que $f(x) = g(x)$.

ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

En el análisis de regresión lineal, ¿qué coeficiente mide el grado de ajuste de la recta a la nube de puntos?

Cuestión 2

Si se quiere representar gráficamente una variable cualitativa, ¿debe escogerse un diagrama de caja y bigotes o un gráfico de sectores? Justifique la respuesta.

Cuestión 3

Observe la tabla que hay a continuación y diga si la siguiente afirmación es verdadera o falsa:

«Como $N/2 = 27,5$, el valor de la moda es 6». Justifique la respuesta.

X_i	n_i	N_i
2	10	10
4	15	25
6	10	35
8	10	45
10	10	55

Cuestión 4

¿La siguiente tabla puede ser una función de cuantía de una variable aleatoria? ¿Por qué?

X_i	$P(X=X_i)$
2	0,2
4	0,3
6	0,3
10	0,25

Cuestión 5

Una variable X tiene media 2 y varianza 3. Si se hace la transformación $Y = 3X + 1$, ¿cuál será la media de Y ?

Problema 1

En una encuesta telefónica realizada a mujeres mayores de quince años, se les preguntó el número de hijos que tenían. La información recogida es la siguiente:

Número de hijos	Mujeres mayores de quince años
0	15
1	25
2	25
3	15
4	5
5	5

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable número de hijos. (Redondee los resultados a dos decimales).
- ¿Cuál es el número total de hijos que tiene el conjunto de mujeres encuestadas?
- ¿Qué valor toma la mediana?
- ¿Cuál es el porcentaje de mujeres que tienen más de 3 hijos?

Problema 2

Se ha recogido la siguiente información sobre el número de horas diarias que los miembros de un grupo de estudiantes dedican al estudio (variable X) y el número de asignaturas suspendidas al final del semestre (variable Y).

		Número de asignaturas suspendidas (Y)		
		0	1	2
Número de horas diarias de estudio (X)	0	0	5	10
	1	5	5	10
	2	5	5	5
	3	10	0	0

- Obtenga las distribuciones marginales de las variables.
- Entre los estudiantes que han suspendido 2 asignaturas, ¿qué porcentaje estudian diariamente 1 hora o menos?
- Determine la covarianza entre las dos variables e interprete el signo del resultado.

Problema 3

Dentro de una bolsa hay 5 caramelos de limón, 3 caramelos de fresa y 4 caramelos de menta. Sacamos uno, nos lo comemos, y después sacamos otro y también nos lo comemos.

- ¿Cuál es la probabilidad de que los dos caramelos que nos comemos sean de fresa?
- ¿Cuál es la probabilidad de que los dos caramelos que nos comemos no sean de limón?

Cuestión 1

En el análisis de la relación entre dos variables, si las dos variables son independientes, ¿cuál es el valor de su covarianza?

Cuestión 2

«El diagrama de caja (o diagrama de caja y bigotes) y el gráfico de sectores sirven para representar, respectivamente, una variable cualitativa y una variable cuantitativa». ¿Esta afirmación es correcta? Justifique la respuesta.

Cuestión 3

En la tabla siguiente, ¿qué valor toma la mediana?

X_i	n_i
1	10
2	30
3	10
4	10
5	10

Cuestión 4

Si el coeficiente de correlación lineal entre dos variables toma el valor $r = 0,40$, ¿cuál será el valor del coeficiente de determinación?

Cuestión 5

En la siguiente tabla, que representa una función de cuantía de una variable aleatoria discreta, ¿cuál debe ser el valor de A?

X_i	$P(X = X_i)$
5	0,12
10	0,18
15	0,20
20	A=?
25	0,25

Problema 1

Se ha realizado una encuesta a un conjunto de individuos sobre cuántos días a la semana practican alguna actividad deportiva. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Días de deporte a la semana (X_i)	Número de individuos (n_i)
0	10
1	10
2	10
3	15
4	10
5	5
6	5
7	5

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable días de deporte a la semana.
- ¿Cuál es el valor más probable de la variable días de deporte a la semana?
- ¿Qué porcentaje de individuos realizan más de 3 días de deporte a la semana?
- ¿Qué porcentaje de individuos realizan como máximo 1 día de deporte a la semana?

Problema 2

Se quiere analizar si existe relación entre la nota obtenida por un estudiante en una prueba de

estadística y el número de horas que el estudiante ha dormido la noche anterior. Los datos correspondientes a seis estudiantes son los siguientes:

Horas dormidas (X)	Nota (Y)
8	3
9	4,5
7	5,5
6,5	8
5,5	7
7	6,5

Además, se dispone de la siguiente información:

	Media	Varianza
X	7,167	1,222
Y	5,750	2,729

- Obtenga la expresión de la recta de regresión de Y sobre X.
- Determine el coeficiente de determinación e interprete el resultado.
- Si un estudiante ha dormido 10 horas la noche anterior, ¿cuál sería la predicción de su nota? ¿Sería una predicción fiable?

Problema 3

Una fábrica dispone de dos máquinas que producen envases. La máquina A produce el 60% de los envases, mientras que la máquina B produce el 40%. Además, se sabe que un 2% de los envases producidos por la máquina A son defectuosos, mientras que, en el caso de la máquina B, el porcentaje de envases defectuosos es de un 4%.

- Dibuje el diagrama de árbol y sus probabilidades.
- Si se escoge un envase al azar y es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya producido la máquina A?

AÑO 2024

MATEMÁTICAS

ordinaria

Parte 1

1. Determine el dominio de la función $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x^2+4}}$

2. Las raíces de un polinomio $P(x)$ son las soluciones de la ecuación $P(x) = 0$.

a) Justifique que $x = \frac{1}{2}$ es una raíz del polinomio $P(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$.

b) Determine las otras dos raíces del polinomio $P(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$.

3. Considere el plano $\pi: 3x - y + Az = 13$ y las rectas $r_1: (x, y, z) = (2, -1, 0) + \alpha(1, 2, -1)$

y $r_2: (x, y, z) = (3, 1, 0) + \beta(1 - a, -a, 1)$.

Señale con un círculo la letra de la opción correcta para completar cada una de las siguientes afirmaciones.

3.1. Otra ecuación de la recta r_1 es a) $x - 2 = \frac{y+1}{2} = -z$ b) $\frac{x-1}{2} = 2 - y = -z$ c) $x + 2y - z = 0$

3.2. Las rectas r_1 y r_2 son paralelas si a) $a = -2$ b) $a = 2$ c) $a = 1$

3.3. La recta r_1 y el plano π son paralelos si a) $a = 1$ b) $a = 3$ c) $a = 5$

4. Determine los valores de a que hacen que el punto $S(2, a, 0)$ sea un punto del plano determinado por los puntos $P(2, 1, 0)$, $Q(2, -1, 0)$ y $R(-2, 1, 1)$.

5. Determine los valores de k que hacen que la matriz $M = (k \ -4 \ -1 \ 0 \ -2 \ 4 \ 2 \ 1 \ 3 \ -6 \ 1 \ k \ +1)$ tenga rango 3.
6. Escriba una primitiva de la función $f(x) = e^{-3x} + 3x^{-2}$.

Parte 2

1. Considere el triángulo T_1 , de vértices $O(0, 0)$, $P_1(0, 4)$ y $P_2(3, 0)$.
- a) Determine su perímetro y su área.
- b) Determine dos puntos $Q_1(0, A)$ y $Q_2(B, 0)$, con $A, B > 0$, que hagan que el triángulo T_2 , de vértices $O(0, 0)$, $Q_1(0, A)$ y $Q_2(B, 0)$, tenga un perímetro que mida el doble que el perímetro del triángulo T_1 y un área cuatro veces más grande que el área de T_1 .
- Nota: Puede utilizar las ecuaciones del perímetro y del área del triángulo T_2 para justificar que $A + B = 14$.
2. Considere las matrices $A = (a \ b \ c \ d \ e \ f \ g \ h \ i)$, $E_1 = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$ y $E_2 = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$
- a) Justifique que el producto de matrices ME_1 es equivalente a intercambiar la primera y la segunda columna de la matriz M .
- b) Justifique que el producto de matrices E_2M es equivalente a intercambiar la primera y la tercera fila de la matriz M .
- c) Utilice los resultados anteriores para escribir una operación con las matrices M , E_1 y E_2 cuyo resultado sea la matriz $(h \ g \ i \ e \ d \ f \ b \ a \ c)$

extraordinaria

Parte 1

1. Determine el dominio de la función $f(x) = \sqrt{x+1} - \ln \ln(2-x)$, donde $\ln$ es la función logaritmo neperiano
2. Considere la recta $r: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+A}{1}$ y el plano $\pi: 2x - 4y - 2z + 30 = A$.
- a) Determine el valor de A que hace que la intersección entre la recta r y el plano π sea el punto $P(-3, 5, 0)$.
- b) Justifique que la recta r y el plano π son perpendiculares.
3. Una cafetería vende cada mañana 200 cafés, de los cuales n son cafés normales (con un precio de 1,35 € cada uno) y d son descafeinados (con un precio de 1,45 € cada uno). Por cada 3 cafés normales vendidos se venden 5 cafés descafeinados.
- Señale con un círculo la letra de la opción correcta para completar cada una de las siguientes afirmaciones.
- 3.1. La ecuación que expresa la relación entre los dos tipos de cafés vendidos es
- a) $5n - 3d = 0$ b) $5n + 3d = 200$ c) $5n - 3d = 200$
- 3.2. Cada mañana se venden a) 75 cafés normales. b) 125 cafés normales. c) 75 cafés descafeinados.
- 3.3. Los ingresos obtenidos cada mañana por la venta de los cafés son a) 282,5 €. b) 277,5 €. c) 280 €.

4. Resuelva la ecuación $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{2x-1} = \frac{1}{3}$

5. Considere el punto $P(-1, 5)$ y la recta $r : y = 2 - 3x$.

a) Justifique que la recta r pasa por el punto P .

b) Determine un punto de la recta r que esté a una distancia $\sqrt{10}$ del punto P

6. Razone que la función $f(x) = \frac{x^2 + 9x + 19}{x + 5}$ es creciente en todo su dominio.

Parte 2

1. Una empresa de autobuses alquila un autobús con capacidad para 50 personas a grupos de 35 personas o más. Si un grupo tiene exactamente 35 personas, cada persona paga 55 €. En grupos mayores, la tarifa de cada cliente se reduce 1 € por cada persona adicional a las 35. Determine cuántas personas debe tener el grupo para que los ingresos de la empresa procedentes del alquiler sean máximos.

2. Determine los valores de a y b que hacen que $x + a - \frac{2}{x-b} = \frac{x^2 - 2x - 5}{x-b}$

ESTADÍSTICA

ordinaria

Cuestión 1

Una variable tiene una media igual a 4 y una varianza igual a 9. ¿Qué valor toma el coeficiente de variación de la variable?

Cuestión 2

«Para representar gráficamente una variable cuantitativa puede utilizarse un histograma, un diagrama de caja y bigotes, y también un gráfico de sectores». ¿Esta afirmación es verdadera o falsa?

Justifique la respuesta.

Cuestión 3

En la tabla siguiente, ¿cuál es el porcentaje de valores inferiores a 3?

X_i	n_i
1	5
2	10
3	10
4	15
5	10

Cuestión 4

El coeficiente de determinación puede tomar valores entre a y b . ¿Cuáles son estos valores a y b ?

Cuestión 5

Una variable X tiene una media igual a 5 y una varianza igual a 10. Si se realiza la transformación $Y = X - 5$, ¿cuál será la varianza de Y ? ¿Cuál será la media de Y ?

Problema 1

En una encuesta realizada a 45 individuos sobre el número de compras por Internet que habían hecho en el último mes, se obtuvieron los siguientes resultados:

Número de compras (X_i)	Individuos (n_i)
0	7
1	10
2	20
3	5
4	3

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable número de compras. (Redondee los resultados a dos decimales).
- En total, ¿cuántas compras han hecho los individuos en el último mes?
- ¿Qué porcentaje de individuos ha realizado alguna compra en el último mes?
- ¿Cuál ha sido el número de compras más frecuente?

Problema 2

Se ha consultado un portal inmobiliario y se ha recogido la siguiente información sobre el importe mensual del alquiler de un conjunto de viviendas y sobre el número de habitaciones que tienen estas viviendas:

	$(L_{i-1}$	$L_i]$	Número de habitaciones (X)		
			1	2	3
Alquiler mensual (Y)	650	750	7	0	0
	750	850	3	5	0
	850	950	0	5	5
	950	1.050	0	0	5

- Obtenga la covarianza entre las dos variables. (Redondee los resultados a dos decimales).
- ¿Cuál es el coeficiente de correlación lineal entre las dos variables? Interprete su valor.

Problema 3

Una variable aleatoria discreta X tiene como función de cuantía la siguiente expresión: $P(X = x) = \frac{x}{10}$, con $x = 1, 2, 3, 4$.

- ¿Cuál es la probabilidad de que X sea superior a 1?
- ¿Cuál es la esperanza matemática de la variable?

extraordinaria

Cuestión 1

En el análisis de la relación entre dos variables, si dos variables son independientes, ¿cuál es el valor de su coeficiente de correlación? Justifique la respuesta.

Cuestión 2

Si se quiere representar gráficamente una variable cuantitativa, ¿debe escogerse un diagrama de caja y bigotes o un gráfico de sectores? Justifique la respuesta.

Cuestión 3

En la siguiente tabla, ¿es cierto que la moda toma el valor 30? Justifique la respuesta.

X_i	n_i
1	10
2	30
3	10
4	10
5	10

Cuestión 4

Si al ajustar una recta de regresión entre dos variables el coeficiente de correlación lineal entre las variables toma el valor $r = 0,90$, ¿qué valor tendrá el coeficiente de determinación?

Cuestión 5

Una variable X tiene una media igual a 3 y una varianza igual a 4. Si se realiza la transformación $Y = 2X + 6$, ¿cuál será la varianza de Y ?

Problema 1

La siguiente tabla recoge información sobre la edad de los trabajadores de una determinada empresa:

Edad de los trabajadores		Número de trabajadores
$(L_{i-1}$	$L_i]$	n_i
20	30	50
30	40	80
40	50	40
50	60	30

- Calcule la media aritmética, la varianza y la desviación estándar de la variable edad de los trabajadores.
- ¿Cuál es el porcentaje de trabajadores que tienen más de 40 años?
- Calcule la moda de la variable edad de los trabajadores.

Problema 2

Se quiere analizar si existe relación entre la altura (en metros) y el peso (en kilogramos) de los individuos. Los datos recogidos, correspondientes a cinco individuos, son los siguientes:

Altura (X)	Peso (Y)
1,70	70
1,70	70
1,75	70
1,75	75
1,80	80

Además, se dispone de la siguiente información:

	Media	Varianza
X	1,74	0,0014
Y	73	16

- Obtenga la expresión de la recta de regresión de Y sobre X .
- Calcule el coeficiente de determinación e interprete el resultado.
- Si un individuo mide 190 centímetros, ¿cuál sería la predicción de su peso? ¿Sería una predicción fiable?

Problema 3

El tiempo de espera, en semanas, para una determinada intervención quirúrgica es una variable aleatoria con la siguiente función de distribución: $F(x) = \frac{x-10}{30}$, con $10 \leq x \leq 40$.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera no supere las 15 semanas?

-
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera esté entre las 15 y las 25 semanas?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo de espera supere las 30 semanas?