

MODUL AJAR
BAB 1 : KOMPOSISI FUNGSI DAN FUNGSI INVERS

INFORMASI UMUM

A. IDENTITAS MODUL

Nama Penyusun :
Satuan Pendidikan : SMA
Kelas / Fase : XI (Sebelas) - F
Mata Pelajaran : Matematika
Domain : Fungsi Invers
Prediksi Alokasi Waktu : 12 JP
Tahun Penyusunan : 20 / 20

B. KOMPETENSI AWAL

Diskusikan contoh biaya sebagai fungsi dari jumlah bahan bakar dan jarak tempuh sebagai fungsi dari bahan bakar. Tanyakan, “*Apakah keduanya merupakan fungsi?*” untuk mengecek pemahaman siswa tentang fungsi. (Ya, keduanya merupakan fungsi). Guru bertanya lanjut, “*Apa perbedaan fungsi linear, fungsi kuadrat dan fungsi eksponensial? Berikan contoh.*” (Untuk fungsi linear, jika x naik 3 kali maka nilai fungsi juga naik 3 kali. Untuk fungsi eksponensial, jika x naik 3 kali maka kenaikan nilai fungsi bergantung pada bentuk eksponensial.)

C. PROFIL PELAJAR PANCASILA

1. (Semakin) beriman, bertakwa kepada Tuhan YME, dan berakhlak mulia, mandiri, bernalar, kreatif, bergotong royong, dan berkebinekaan global;
2. Berpikir kritis untuk memecahkan masalah (kecakapan abad 21);
3. Menganalisis, mengevaluasi, dan menyusun teks lisan dan tulis dengan lancar dan spontan secara teratur tanpa ada hambatan dalam berinteraksi dan berkomunikasi dalam jenis teks naratif;
4. Mentransfer informasi verbal menjadi informasi visual (keterampilan literasi).

D. SARANA DAN PRASARANA

- | | |
|----------------------|-----------------------------|
| 1. Aplikasi Geogebra | 2. Aplikasi Microsoft Excel |
| 3. Penggaris | 4. Kertas berpetak |
| 5. Alat tulis | |

E. TARGET PESERTA DIDIK

Peserta didik reguler/tipikal: umum, tidak ada kesulitan dalam mencerna dan memahami materi ajar.

F. MODEL PEMBELAJARAN

Blended learning melalui model pembelajaran dengan menggunakan *Project Based Learning* (PBL) terintegrasi pembelajaran berdiferensiasi berbasis *Social Emotional Learning* (SEL).

KOMPONEN INTI

A. TUJUAN PEMBELAJARAN

- Menjelaskan syarat dan aturan pembuatan fungsi invers
- Menggunakan fungsi invers untuk menyelesaikan masalah

B. PEMAHAMAN BERMAKNA

Untuk relasi fungsi yang berbentuk aljabar minta siswa memberikan contoh fungsi kuadrat seperti $f(x) = 2x^2 - 1$. Minta siswa memberikan contoh fungsi linear dan aplikasinya dalam hidup sehari-hari.

Latih siswa dengan berbagai bentuk relasi dalam himpunan pasangan berurutan, diagram panah, dan diagram Kartesius untuk menentukan apakah relasi tersebut sebagai fungsi dan bukan fungsi.

C. PERTANYAAN PEMANTIK

- Apakah relasi antara alamat email dan seorang siswa merupakan fungsi?
- Apakah setiap siswa hanya mempunyai satu alamat email?
- Apakah mungkin dua siswa mempunyai alamat email yang sama?
- Apakah mungkin seorang siswa mempunyai lebih dari satu alamat email?"

D. KEGIATAN PEMBELAJARAN

PERTEMUAN KE-1

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusan dalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

- Guru meminta siswa memperhatikan titik-titik dalam grafik 1.9 dengan saksama. Guru memulai dengan bertanya, "*Apakah yang ingin dijelaskan oleh grafik ini?*" dan meminta siswa berdiskusi dalam kelompok. (Grafik menggambarkan hubungan antara kecepatan pelari dengan waktu. Kecepatan pelari pada suatu waktu tertentu dinyatakan oleh suatu titik. Ada waktu tertentu yang menunjukkan dengan kecepatan yang sama).
- Setelah eksplorasi maka beberapa kelompok memberikan hasil eksplorasinya.
- Setelah diskusi kelompok dan kelas, guru dapat menyimpulkan hasil temuan, yaitu
 - grafik memberikan informasi suatu keadaan
 - informasi dalam bentuk masukan dan keluaran yang diberikan oleh grafik menunjukkan relasi
- Guru mengulang penulisan himpunan jika ada yang belum paham.

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

PERTEMUAN KE-2

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusan dalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

- Guru meminta seorang siswa membacakan masalah kedua ini. Guru memastikan semua siswa sudah memahami konteks permasalahannya dengan cara meminta beberapa siswa menjelaskan kembali konteks atau menggunakan strategi Think-Pair-Share, yaitu setiap siswa diminta untuk membaca dan memahami masalah, kemudian berpasangan dan secara bergiliran menjelaskan masalahnya, kemudian guru meminta beberapa pasang untuk menjelaskan masalah kepada seluruh kelas.
- Tahap ini penting dilakukan untuk membiasakan siswa membaca masalah secara teliti, dan memahami apa yang menjadi inti permasalahan, dan memilah informasi apa yang penting dan relevan. Strategi ini juga melatih kemampuan literasi membaca dari siswa.
- Setelah eksplorasi beberapa siswa menyampaikan hasil dan asalnya.
- Setelah diskusi kelompok dan kelas, guru dapat menyimpulkan hasil temuan, yaitu
 - pengertian domain, kodomain dan *range* terlihat jelas dalam konteks nyata
 - penulisan *range* yang tepat
- Guru menggunakan penjelasan gambar 1.11 dan 1.12 untuk memantapkan pengertian domain dan *range* dan penulisannya dalam notasi himpunan.
- Berikan lagi satu contoh jika ada yang belum paham untuk menentukan domain, kodomain dan *range* serta penulisannya dalam notasi himpunan.

Ayo Berkomunikasi

- Siswa menjelaskan pengertian domain dan *range* dengan kata-kata sendiri.
- Guru meminta siswa memperhatikan gambar 1.13 untuk menjelaskan pengertiannya.

Ayo Berpikir Kritis

- Kalian sudah memahami penggunaan domain, kodomain dan *range* dalam kehidupan sehari-hari. Berikan contoh lain dalam kehidupan nyata yang membedakan pengertian kodomain dan *range*.
Contoh adalah relasi antara harga barang dengan jumlah barang dalam satuan.

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

PERTEMUAN KE-3

Kegiatan Pendahuluan (10 Menit)

- Doa; absensi; menyampaikan tujuan pembelajaran; dan menyampaikan penilaian hasil pembelajaran
- Memotivasi siswa untuk tercapainya kompetensi dan karakter yang sesuai dengan **Profil Pelajar Pancasila**; yaitu 1) beriman, bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, dan berakhlak mulia, 2) mandiri, 3) bernalar kritis, 4) kreatif, 5) bergotong royong, dan 6) berkebinekaan global, yang merupakan salah satu kriteria standar kelulusan dalam satuan pendidikan.

Kegiatan Inti (90 Menit)

- Pada eksplorasi bagian ketiga ini siswa perlu paham bagaimana fungsi terdefinisi. Grafik sangat menolong untuk menentukan fungsi terdefinisi.
- Setelah diskusi kelompok dan kelas, guru dapat menyimpulkan hasil temuan, yaitu
 - pentingnya memahami fungsi terdefinisi
 - penulisan domain dan *range* yang tepat.
- Guru menekankan bahwa penentuan domain dan *range* suatu fungsi berkaitan dengan konteksnya. Contoh, biaya pembuatan kue diberikan oleh $B^x = 40000 + 10x$ dengan x adalah jumlah kue. Jika digambarkan maka fungsi ini berupa garis lurus dan domainnya adalah $x > 0$ dengan x merupakan bilangan bulat. Rangnya juga merupakan bilangan bulat. Minta siswa menemukan contoh-contoh lain yang menunjukkan konteks untuk menentukan domain, kodomain dan *range*.
- Guru dapat memberikan contoh-contoh lain untuk menentukan domain dan *range* dari fungsi eksponensial dan fungsi kuadrat. Gunakan grafik terlebih dahulu dilanjutkan dengan bentuk aljabar fungsi.

Kegiatan Penutup (10 Menit)

- Siswa dan guru menyimpulkan pembelajaran hari ini.
- Refleksi pencapaian siswa/formatif asesmen, dan refleksi guru untuk mengetahui ketercapaian proses pembelajaran dan perbaikan.
- Menginformasikan kegiatan pembelajaran yang akan dilakukan pada pertemuan berikutnya.
- Guru mengakhiri kegiatan belajar dengan memberikan pesan dan motivasi tetap semangat belajar dandiakhiri dengan berdoa.

E. ASESMEN / PENILAIAN

1. ASESMEN DIAGNOSTIK:

Mengetahui kondisi awal mental para peserta didik

No	Pertanyaan	Pilihan Jawaban	
		Ya	Tidak
1	Apa kabar hari ini?		
2	Apakah ada yang sakit hari ini?		
3	Apakah kalian dalam keadaan sehat?		
4	Apakah anak-anak merasa bersemangat hari ini?		
5	Apakah tadi malam sudah belajar?		

2. ASESMEN FORMATIF:

Diskusi : melatih kemampuan peserta didik dalam berkolaborasi dengan kelompoknya, melatih berbicara dan berani mengungkapkan pendapat, memunculkan ide-idenya, bekerja sama dalam tim

Presentasi: melatih kemampuan peserta didik dalam melatih berbicara di depan umum, berani mengajukan pertanyaan terhadap pemaparan hasil praktikum milik kelompok lain, memaksimalkan kerja kelompok

Unjuk kerja : menilai keterampilan proses yang dimiliki setiap anak, dan perkembangannya

FORMAT PENILAIAN FORMATIF

No	Nama Peserta Didik	Materi 1				Materi 2				Materi 3				Total Skor	Nilai
		Skor Nilai				Skor Nilai				Skor Nilai					
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
1															
2															
3															
4															
5															
dst															

3. ASESMEN SUMATIF

Dilaksanakan diakhir pembelajaran untuk mengukur tingkat capaian pemahaman sains peserta didik untuk menentukan langkah selanjutnya.

- Guru melakukan pengamatan selama diskusi berlangsung. Hasil pengamatan berupa jawaban siswa dan partisipasi siswa dalam diskusi dapat dicatat dalam jurnal untuk ditinjau kembali
- Guru memeriksa kelengkapan lembar pengamatan siswa
- Asesmen ini dibuat Individu, kelompok, performa dan tertulis- formatif dan sumatif

a. Instrumen Penilaian Sikap

1) Sikap Spiritual

Teknik Penilaian : Penilaian diri
 Instrumen Penilaian : Rubrik
 Nama Peserta didik :

No.	Indikator	SL	SR	KD	TP
1					
2					
3					
4					
5					

2) Sikap Sosial

Teknik Penilaian : Penilaian Antar Teman
 Instrumen Penilaian : Rubrik
 Nama Peserta didik :

No.	Indikator	SL	SR	KD	TP
1					
2					
3					
4					
5					

Keterangan

SL = *Selalu* : *sangat baik*

SR = *Sering* : *baik*

KD = *Kadang-kadang* : *cukup*

TP = *Tidak Pernah* : *perlu bimbingan*

b. Instrumen Penilaian Pengetahuan

Penilaian Kelompok

No	Nama Kelompok	Aspek Penilaian			Jumlah Nilai
		Ketertiban	Kekompakan	Performance	
1					
2					
3					
4					

Pedoman Skor

No	Skor	Predikat	Kriteria
----	------	----------	----------

1	4	Sangat baik	
2	3	Baik	
3	2	Cukup	
4	1	Kurang	

Nilai Akhir : Jumlah skor yang diperoleh x100

12

c. Penilaian Keterampilan

No	Nama	Aspek yang Dinilai			Jumlah Skor	Nilai
		Baik	Sedang	Kurang		
1						
2						
3						

Keterangan:

Pedoman Skor

No	Skor	Predikat	Kriteria
1	4	Sangat baik	
2	3	Baik	
3	2	Cukup	
4	1	Kurang	

Nilai Akhir : Jumlah skor yang diperoleh x100

12

Penilaian Hasil Kerja Kelompok

No	Nama Kelompok	Aspek Penilaian		Jumlah Nilai
		Ketepatan jawaban	Estetika (nilai seni) paparan	
1				
2				
3				
4				

Pedoman Skor

No	Skor	Predikat	Kriteria
1	8	Sangat baik	Semua jawaban benar/tepat, menarik
2	6	Baik	Sebagian besar jawaban benar, menarik
3	4	Cukup	Sepuluh jawaban benar, menarik
4	2	Kurang	Sebagian kecil jawaban benar, menarik

Nilai Akhir : Jumlah skor yang diperoleh x100

3. PENILAIAN SUMATIF

ASSESMEN SIKAP

Penilaian sikap ini dilakukan melalui pengamatan (observasi) Guru selama kegiatan pembelajaran. Penilaian ini dilakukan agar Guru melihat sikap perilaku peserta didik dalam menjaga hidup bersama di masyarakat pada kehidupan sehari-hari (civic disposition), seperti sopan santun, percaya diri, dan bertoleransi. Bentuk pedoman penilaian yang dapat digunakan oleh Guru adalah sebagai berikut:

Kriteria	Sangat baik	Baik	Cukup	Perlu dikembangkan
	4	3	2	1
Sopan santun	Peserta didik berlaku sopan, baik selama proses pembelajaran maupun di luar kelas.	Peserta didik berlaku sopan hanya selama proses pembelajaran	Peserta didik hanya berlaku sopan hanya kepada Guru atau peserta didik yang lain.	Peserta didik belum menampakkan perilaku sopan
Percaya diri	Peserta didik berani berpendapat, bertanya, atau menjawab pertanyaan, serta mengambil keputusan	Peserta didik berani berpendapat, bertanya, atau menjawab pertanyaan	Peserta didik hanya berani menjawab hanya saat	Guru bertanya Peserta didik kesulitan dalam berpendapat, bertanya, maupun menjawab pertanyaan
Toleransi	Peserta didik dapat menghargai pendapat peserta didik lain dan menerima kesepakatan meskipun berbeda dengan pendapatnya	Peserta didik dapat menghargai pendapat peserta didik lain dan kurang bisa menerima kesepakatan	Peserta didik dapat menghargai pendapat peserta didik lain dan tidak bisa menerima kesepakatan	Peserta didik tidak dapat menghargai pendapat peserta didik lain dan tidak bisa menerima kesepakatan

ASESSMEN PENGETAHUAN

Penilaian pengetahuan dilaksanakan melalui tes setelah kegiatan pembelajaran berlangsung. Penilaian pengetahuan diberikan dalam bentuk pilihan ganda, benar salah, maupun esai. Penilaian pengetahuan ini bertujuan agar Guru mampu melihat pengetahuan yang telah dikuasai peserta didik dalam kegiatan.

Kriteria	Sangat baik	Baik	Cukup	Perlu dikembangkan
	4	3	2	1

ASSESMEN HASIL BELAJAR

Penilaian ini dilakukan melalui pengamatan (observasi) Guru selama kegiatan pembelajaran berlangsung. Penilaian ini bertujuan agar guru dapat melihat kemampuan peserta didik dalam soft skill-nya. Adapun pedoman penilaian yang dapat digunakan oleh Guru adalah sebagai berikut

Kriteria	Sangat baik	Baik	Cukup	Perlu dikembangkan
	4	3	2	1

F. PENGAYAAN DAN REMEDIAL

Pengayaan

Bagi siswa dengan kecepatan belajar tinggi (*advanced*), minta mereka membuat pertanyaan-pertanyaan tambahan untuk dijawab baik sendiri maupun dari teman dengan kecepatan belajar tinggi. Mereka dapat ditantang untuk membuat grafik yang menunjukkan fungsi dan bukan fungsi dengan menggunakan *Geogebra*. Minta mereka juga mencatat jika ada pertanyaan yang tidak dapat mereka jawab dengan informasi yang ada.

Remedial

Pastikan siswa dapat memahami fungsi sebagai relasi yang menghubungkan masukan dan keluaran, khususnya dalam kehidupan sehari-hari. Fungsi berperan sangat penting dalam kehidupan sehari-hari. Bagi siswa yang mengalami kesulitan mengidentifikasi relasi yang bukan fungsi dan fungsi, perlu diberikan lebih banyak contoh lagi. Minta siswa mengerjakan soal-soal yang menggunakan tes garis vertikal untuk menyelesaikannya.

G. REFLEKSI GURU DAN PESERTA DIDIK

Refleksi Guru:

No	Aspek	Refleksi Guru	Jawaban
1	Penguasaan Materi	Apakah saya sudah memahami cukup baik materi dan aktifitas pembelajaran ini?	
2	Penyampaian Materi	Apakah materi ini sudah tersampaikan dengan cukup baik kepada peserta didik?	

3	Umpan balik	Apakah 100% peserta didik telah mencapai penguasaan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai?	
---	-------------	---	--

Refleksi Peserta Didik:

Ajak siswa untuk refleksi diri dengan menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut. Siswa dapat menuliskannya dalam buku jurnal refleksi dan minta mereka memberikan bukti atau contoh pemahaman mereka.

1. Apakah saya sudah dapat membedakan fungsi dengan bukan fungsi dalam beberapa cara representasi?
2. Apakah saya dapat menentukan domain, kodomain dan *range* dari suatu fungsi?

LAMPIRAN- LAMPIRAN

LAMPIRAN 1

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK (LKPD)

Nama Kelompok :

Anggota Kelompok : 1.

2.

3.

4.

5.

Rangkuman Hasil Diskusi

.....

.....

.....

.....

.....

.....

No	Pertanyaan	Jawaban Hasil Diskusi
1		
2		
3		
4		
5		

1. Gambarkan fungsi-fungsi di bawah ini dan tentukan apakah fungsi-fungsi tersebut mempunyai fungsi invers. Jelaskan alasanmu.

a. $f(x) = x^2$ b. $f(x) = 2^x$ c. $f(x) = \sqrt{2x}$

2. Tentukan fungsi invers (jika ada) dari fungsi-fungsi di bawah ini, juga domain dan range-nya.

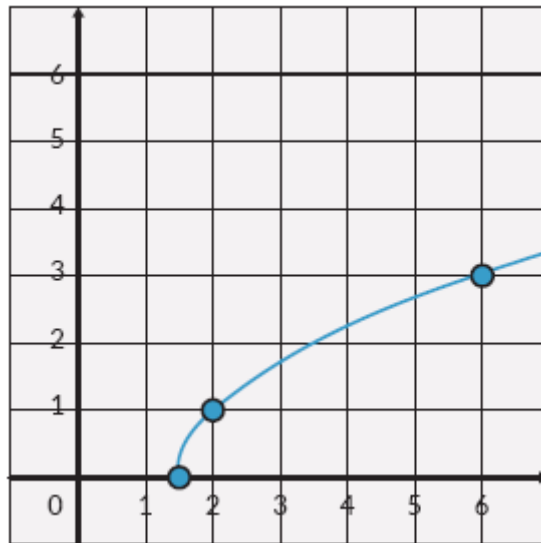
a. $f(x) = x^3$

b. $f(x) = -3x + 1$

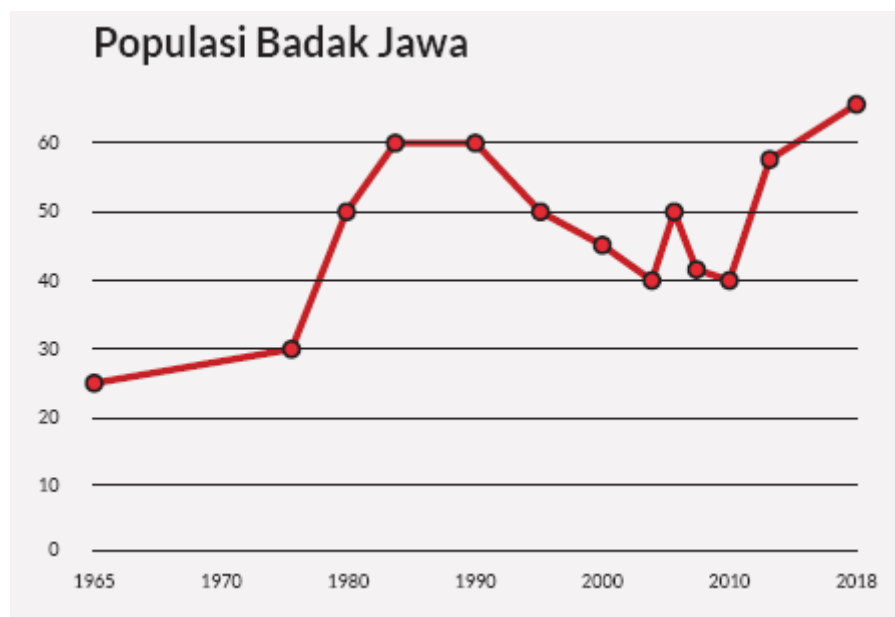
c. $f(x) = \sqrt{x-3}$

d. $f(x) = \frac{x+4}{2x-5}$

3. Berikut ini adalah grafik dari fungsi $g(x) = \sqrt{2x-3}$,



- Gambarkan grafik dari invers fungsi $g(x)$ dengan pencerminan terhadap $y = x$
 - Temukan persamaan matematis untuk fungsi invers $g^{-1}(x)$.
 - Plotlah dengan menggunakan beberapa titik fungsi invers $g^{-1}(x)$.
4. Diketahui $f(x) = 2x + b$ dan $f(f(x)) = 4x + 6$. Tentukan nilai b dan $f^{-1}(x)$.
5. Populasi badak Jawa terhadap waktu diberikan pada grafik di bawah ini.



Apakah grafik ini menunjukkan fungsi bijektif atau surjektif? Jelaskan.

FUNGSI INVERS

Kalian pasti sering menemukan bahasa Inggris dalam kehidupan sehari-hari, baik lewat film, berita, cerita ataupun lagu. Kalian memahami artinya dengan menerjemahkan ke dalam bahasa Indonesia.



Gambar 1.24 Mesin Penerjemahan Bahasa

- Dapatkah kalian menerjemahkan nama mata pelajaran (sebaliknya) dari bahasa Indonesia ke dalam dalam bahasa Inggris?
- Apakah proses kebalikan dapat kalian terapkan juga untuk semua relasi?

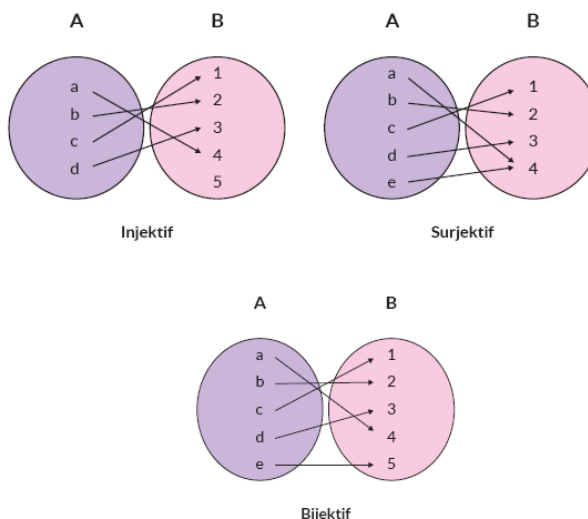
Berdasarkan Gambar 1.24, dapat diamati bahwa dengan membalikkan arah panah, untuk setiap mata pelajaran dalam bahasa Indonesia (keluaran), kalian bisa mencari kata yang mempunyai arti yang sama dalam bahasa Inggris (masukan).

Prosedur ini membentuk suatu relasi kebalikan (invers) antara anggota-anggota keluaran dan masukan. Apakah relasi kebalikan ini berlaku juga pada fungsi? Apakah relasi kebalikan membentuk sebuah fungsi yang dikenal dengan fungsi invers?

Pertanyaan ini akan bisa kalian jawab dengan memahami terlebih dahulu fungsi injektif, surjektif, dan bijektif.

Fungsi Injektif, Surjektif, dan Bijektif

Perhatikan kembali Gambar 1.9 dan 1.11. Pada grafik 1.9 ketika waktu = 6 detik dan 7 detik pelari memiliki kecepatan yang sama, yaitu 12 m/det. Pada grafik 1.11 terlihat bahwa jumlah bahan bakar berbeda menghasilkan jarak tempuh berbeda. Gambar 1.25 di bawah ini menunjukkan jenis relasi yang berbeda. Menurut kalian, relasi mana dalam Gambar 1.25 yang menunjukkan grafik 1.9 dan grafik 1.11? Berdasarkan jenis relasinya, fungsi dibagi menjadi tiga jenis:



LAMPIRAN 3

GLOSARIUM

Fungsi *invers*, invers memiliki arti suatu fungsi yang mempunyai kebalikan dengan fungsi asal. Secara umum, yang mempunyai lambang (f) hanya bisa memiliki invers (f^{-1}) kalau fungsi tersebut menjadi satu-satun dan juga fungsi bijektif.

LAMPIRAN 4

DAFTAR PUSTAKA

- Dicky Susanto, dkk., **Matematika untuk SMA/SMK Kelas XI**, Pusat Perbukuan Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Komplek Kemdikbudristek, Jakarta 2021
- Dicky Susanto, dkk., **Buku Panduan Guru Matematika untuk SMA/SMK Kelas XI**, Pusat Perbukuan Badan Standar, Kurikulum, dan Asesmen Pendidikan Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Riset, dan Teknologi Komplek Kemdikbudristek, Jakarta 2021