ثانوية مكاوي باحة – براقي – الأحد 26 فيفري 2012

السنة الأولى علمي المدة: ساعتين

إختبار الثلاثي الثاني لمادة الرياضيات

التمرين الأوّل:

برّر صحّة أو خطأ الجمل التالية:

1) تحليل العبارة: $(x^2 - 25 - (x + 1)(2x - 10)$ هو $(x + 3)(x - 5)$

2) الدالة $x \longmapsto \frac{3x+1}{x}$ تسمى دالة مقلوب.

3) معامل توجيه الدالة التآلفية $x \longmapsto 2(x - 3) - x$ هو $a = 2$.

4) العبارة $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$ تساوي $\frac{x}{x(x-1)}$.

5) القيم الممنوعة للعبارة $\frac{x}{x^2-3}$ هي -3 وَ 3

التمرين الثاني:

ليكن x عنصر من المجال $[0 ; \pi]$

1) نعتبر $A = 1 - \sin x \cos x$. أحسب قيمة A من أجل $x = \frac{3\pi}{4}$.

2) إذا علمت أنّ $\cos x = \frac{4}{5}$. فأحسب $\sin x$.

التمرين الثالث:

f وَ g دالتان عدديتان للمتغيّر الحقيقي x معرفتين بـ:

$f(x) = x^2 + 2x - 1$ ، $g(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$

(C_f) وَ (C_g) تمثيليهما في مستوي منسوب إلى معلم متعامد وَ متجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

1) أ / أثبت أنّه من أجل كل x من R يكون: $f(x) = (x + 1)^2 - 2$

ب / أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ / بيّن أنّه يمكن استنتاج المنحنى (C_f) إنطلاقا من المنحنى (P) الممثل للدالة مربع.

د / عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل

2) أ / حدّد مجموعة تعريف الدالة g.

ب / أحسب $g(0)$ وَ $g(-2)$.

جـ / تحقق أنّه من أجل كل x من D_g $g(x) = -2 + \frac{1}{x+1}$

د / أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

هـ / بيّن أنّه يمكن استنتاج المنحنى (C_g) إنطلاقا من المنحنى (H) الممثّل للدالة مقلوب.

3) أ / أنشئ كل من (C_f) وَ (C_g).

ب / حدّد بيانيا حلول المعادلة $f(x) = g(x)$

جـ / حدّد بيانيا حلول المتراجحة $f(x) \leq g(x)$

التمرين الرابع:

ABCD شبه منحرف قائم حيث: $CD = 2\ cm$ ، $AB = 6\ cm$ وَ $AD = 4\ cm$.

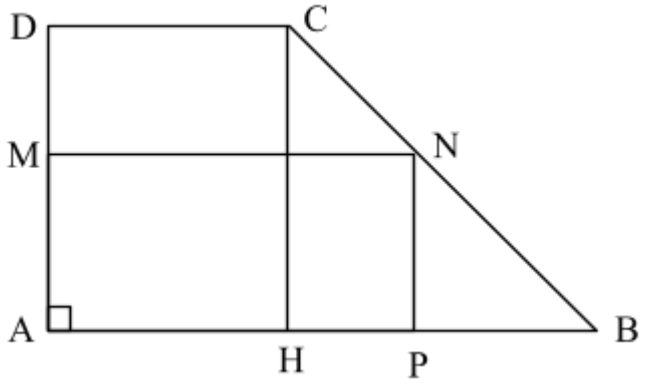
ADCH وَ MNPA مستطيلان مرسومان داخل شبه المنحرف.

نضع $AM = x$.

1) بيّن أنّ $BP = x$.

2) إلى أي مجال ينتمي إليه x ؟

3) نسمي $\mathcal{A}(x)$ مساحة المستطيل AMNP. بيّن أنّ: $\mathcal{A}(x) = -x^2 + 6x$



التمرين الأوّل: (05 ن)

1) خطأ: $[x^2 - 25 - (x+1)(2x-10) = (x-5)[(x+5) - (x+1)2$ 01
$= (x-5)(x+5-2x-2) = (x-5)(-x+3)$

2) خطأ: الدالة مقلوب هي : $x \longrightarrow \frac{1}{x}$ 01

3) خطأ: $x - 6 - x = x - 6\,2$ 01

4) خطأ: $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{x-1-x}{x(x-1)} = \frac{-1}{x(x-1)}$ 01

5) خطأ: القيم الممنوعة لـ: $\frac{x}{x^2-3}$ هي: $\sqrt{3}$ وَ $-\sqrt{3}$ 01

التمرين الثاني: (03 ن)

1) $A = 1 - \sin x \cos x$

$\frac{3\pi}{4}x = \frac{3\pi}{4}\sin = \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)\sin = \frac{\pi}{4}\sin = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{3\pi}{4}\cos = \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)\cos = -\frac{\pi}{4}\cos = \frac{\sqrt{2}}{2}$

إذن $A = 1 + \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 02

2) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

إذن: $\frac{\sqrt{16}}{25}\sin^2 x + 1 = \frac{9}{25}\sin^2 x =$

$\sin x = \frac{3}{5}$ أو $\sin x = -\frac{3}{5}$ مرفوضة 01

التمرين الثالث: (10 ن)

$f(x) = x^2 + 2x - 1$

1) أ / $f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]\Delta = 8$ وَ منه: $f(x) = (x+1)^2 - 2$ 0,5

ب / إتجاه التغير على المجال $]-\infty ; -1[$

$x_1 < x_2$ إذن $x_1 + 1 < x_2 + 1$ (سالبين)

إذن: $(x_1+1)^2 > (x_2+1)^2$ أي $(x_1+1)^2 - 2 > (x_2+1)^2 - 2$ 0,5

$f(x_1) > f(x_2)$

إذن الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty ; -1[$

إتجاه التغير على المجال $]-1 ; +\infty[$

$x_1 < x_2$ إذن $f(x_1) < f(x_2)$

إذن الدالة f متزايدة تماما على $]-1 ; +\infty[$ 0,5

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x$		↘	-2	↗	

0,5

جـ / $y + 2 = (x + 1)^2$ $f(x) = (x + 1)^2 - 2$ 0,5

(C_f) هو صورة P بانسحاب شعاعه $\vec{V}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$

د / $f(x) = 0$ أي $(x + 1)^2 - 2 = 0$

$\sqrt{2}x + 1 = -$ أو $\sqrt{2}x + 1 =$ أي $(x + 1)^2 = 0$ 0,25x2

$\sqrt{2}x = -1 -$ أو $\sqrt{2}x = -1 +$

المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين $(-1 + \sqrt{2}\ ;\ 0)$ ، $(-1 - \sqrt{2}\ ;\ 0)$

2) $g(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$

أ / $D =]-\infty\ ;\ -1[\cup]-1\ ;\ +\infty[$ 0,5

ب / $g(-2) = -3$ ، $g(0) = -1$ 0,5 0,5

جـ / $g(x) = -2 + \frac{-2x-2+1}{x+1} = \frac{1}{x+1}$ 0,5

د / إتجاه تغير g على $]-1\ ;\ +\infty[$

$x_1 < x_2$ إذن $x_1 + 1 < x_2 + 1$

$\frac{1}{x_2+1} < \frac{1}{x_1+1}$ 0,5

$(g(x_1) > g(x_2$ أي: $-2 + \frac{1}{x_2+1} < -2 + \frac{1}{x_1+1}$

إذن الدالة g متناقصة تماما على $]-1\ ;\ +\infty[$ 0,5

إذن الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty\ ;\ -1[$

0,5

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$(g(x$		↘	‖	↘	

0,5 $y + 2 = \frac{1}{x+1}$ $y = -2 + \frac{1}{x+1}$

(C_g) هو صورة H بانسحاب شعاعه $\vec{U}\begin{pmatrix}-1\\-2\end{pmatrix}$ 0,5

ب / $S = \{0\}$ $\{f(x) = g(x)$

$S = [-1\ ;\ 0$ $[f(x) \leq g(x)$ 0,5

التمرين الرابع: (02 ن)

1) إثبات أن: $BP = x$

$BP = x$ ، $\frac{x}{x4} = \frac{PN}{CH} = \frac{BN}{BC} = \frac{BP}{BH}$ أي $\frac{x}{x4} = \frac{BP}{x4}$ (PN = AM) 01

0,5

[$x \in [0 ; 4$ *(2*

0,5 $A(x) = x(6 - x) = -x^2 + 6x$ (3