

Καλοκαίρι! Ας παίξουμε με το νεροπίστολο...

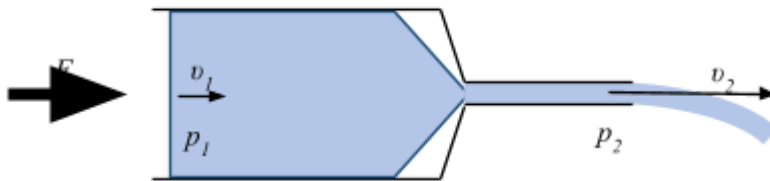
Ο Κώστας κρατώντας οριζόντια ένα νεροπίστολο σε ύψος $h = 0,8m$ από το έδαφος, προσπαθεί να πετύχει το φίλο του το Βασίλη που βρίσκεται ακίνητος σε οριζόντια απόσταση $d = 3m$ από το άκρο του πιστολιού. Το νεροπίστολο αποτελείται από έναν κύλινδρο διατομής $A_1 = 4cm^2$ που στο άκρο του στενεύει σε ακροφύσιο διατομής $A_2 \ll A_1$. Με τη βοήθεια κάποιου μηχανισμού ένα έμβολο, που εφάπτεται αεροστεγώς, δέχεται δύναμη μέτρου $F = 20N$ και ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα, στα τοιχώματα του σωλήνα, όπως στο σχήμα, σπρώχνοντας το νερό.

α) Ποια είναι η τιμή p_1 της πίεσης σε ένα σημείο του υγρού πίσω από το έμβολο;

β) Με ποια ταχύτητα εκτοξεύεται το νερό από το ακροφύσιο;

γ) Η φλέβα του νερού θα πετύχει το Βασίλη;

Δίνεται η πυκνότητα του νερού $\rho = 1000kg/m^3$, $g = 10m/s^2$, τριβές του εμβόλου αμελητέες και η ροή στρωτή και μόνιμη.



ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Έστω p_1 η πίεση που επικρατεί μέσα στο νερό ακριβώς πίσω από το έμβολο. Επειδή η ταχύτητα του εμβόλου είναι σταθερή, σύμφωνα με τον 1^ο

Νόμο Newton και με βάση το διπλανό σχήμα έχουμε:



$$\sum \vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow F + F_{atm} - F_{v\gamma} = 0 \Leftrightarrow$$

$$F + p_{atm} \cdot A_1 - p_1 \cdot A_1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$p_1 = p_{atm} + \frac{F}{A_1} \Leftrightarrow$$

$$p_1 = 1 \cdot 10^5 + \frac{20}{4 \cdot 10^{-4}} \Leftrightarrow$$

$$p_1 = 1,5 \cdot 10^5 Pa$$

β) Από την εξίσωση συνέχειας $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 \Leftrightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} \Leftrightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2$

επειδή $A_2 \ll A_1$ θα έχουμε $v_1 \approx 0$

Νόμος Bernoulli: $p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

$$p_{atm} + F/A_I + 0 = p_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$F/A_I = \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2F}{\rho \cdot A_I}} \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}} \Leftrightarrow v_2 = 10 \text{ m/s.}$$

γ) Η φλέβα του νερού βγαίνοντας εκτελεί οριζόντια βολή

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,8}{10}} = 0,4 \text{ s}$$

Το βεληνεκές θα είναι $x_{max} = v_2 \cdot t = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ m}$.

Αν δεν... κουνηθεί ο Βασίλης η φλέβα του νερού θα τον πετύχει.

Ανδρέας Ριζόπουλος