SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA	ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2025 - 2026 MÔN TOÁN
ĐỀ MINH HỌA	Thời gian làm bài: 120 phút *(Không kể thời gian giao đề)* Ngày thi: Ngày tháng năm 2025 Đề gồm có 02 trang, 15 câu

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM *(2,0 điểm gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)*

Câu 1. Nghiệm của phương trình $(x+1)(x-2)=0$ là:

A. $x=-1$ hoặc $x=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 2. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{3x+1}$ là:

A. $x\le -\frac{1}{3}$. **B.** $x\ne -3$. **C.** $x\ge -\frac{1}{3}$. **D.** $x\ge 0$.

Câu 3. Rút gọn $Q=\left(\frac{1-x\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right).\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right)^2$ với $x>0, x\ne 1$

A. $Q=\sqrt{x}$. **B.** $Q=-\sqrt{x}$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y=ax^2$ đi qua điểm $M(1;3)$. Khi đó hệ số a bằng:

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=4$.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, $CH=11cm, BH=12cm$. Tỉ số lượng giác $\cos\hat{C}$ *(làm tròn đến số thập phân thứ hai)* là:

A. $0,69$. **B.** $0,66$. **C.** $0,96$. **D.** $0,79$.

Câu 6. Diện tích của mặt cầu có bán kính $r=2\text{cm}$ bằng:

A. $16\pi\text{cm}^2$. **B.** $8\pi\text{cm}^2$. **C.** $4\pi\text{cm}^2$. **D.** $\frac{32}{3}\pi\text{cm}^2$.

Câu 7. Đo chiều cao (đơn vị cm) của học sinh lớp 9A ở một trường THCS trên địa bàn tỉnh Thanh Hóa ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Chiều cao (cm)	$[150;158)$	$[158;161)$	$[161;164)$	$[164;167)$
Số học sinh	5	12	15	8

Khi đó tỉ lệ học sinh có chiều cao từ $158cm$ đến dưới $161cm$ là:

A. $12,5\%$. **B.** 30%. **C.** $37,5\%$. **D.** 20%.

Câu 8. Gieo hai đồng xu cân đối và đồng chất một lần. Tính xác suất sao cho hai đồng xu xuất hiện mặt giống nhau.

A. 0. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN. (8,0 điểm)

Câu 9. **(1,0 điểm)** Giải phương trình $-4x^2+9=0$.

Câu 10. **(1,0 điểm)** Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-y=6 \end{cases}$.

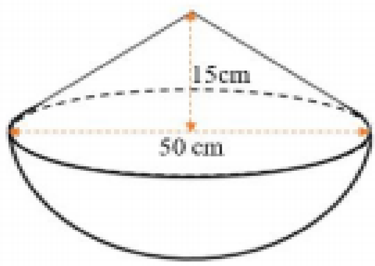
Câu 11. **(1,5 điểm)** Cho phương trình $x^2-(m-2)x-3=0$ (m là tham số).

a) *(0,75 điểm)* Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) *(0,75 điểm)* Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn : $\sqrt{{x_1}^2+2024}-x_1+(m-3)x_2+3=\sqrt{{x_2}^2+2024}+{x_2}^2$.

Câu 12. **(0,5 điểm)** Bà A gửi tiết kiệm ngân hàng một số tiền là 100 triệu đồng với lãi suất là 10% trong một năm. Hỏi sau hai năm số tiền bà A rút được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu. Biết rằng số tiền gửi vào năm đầu cộng với số tiền lãi gộp vào để tính số tiền gửi trong năm thứ hai.

Câu 13. **(1,25 điểm)** Cho hình bên là một thúng gạo vun đầy. Thúng có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 15cm.



a) *(0,75 điểm)* Tính thể tích phần gạo trong thúng. *(làm tròn đến dạng 0,1)*

b) *(0,5 điểm)* Nhà Danh dùng lon sữa bò cũ có dạng hình trụ (bán kính đáy bằng 5cm, chiều cao 15cm) để đong gạo mỗi ngày. Biết mỗi ngày nhà Danh ăn 5 lon gạo và mỗi lần đong thì lượng gạo chiếm 90% thể tích lon. Hỏi với lượng gạo ở thúng trên thì nhà Danh có thể ăn nhiều nhất là bao nhiêu ngày?

Câu 14. **(2,25 điểm)** Cho (O) đường kính $AB=2R$, C là trung điểm của OA và dây cung MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tuỳ ý trên cung nhỏ $\overset{\frown}{BM}$ (K khác B, M), H là giao điểm của AK và MN.

a) *(1,0 điểm)* Chứng minh rằng $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) *(0,75 điểm)* Chứng minh $AH.AK=AM^2$.

c) *(0,5 điểm)* Xác định vị trí của điểm K để $KM+KN+KB$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Câu 15. **(0,5 điểm)** Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x+y+z\le 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+z^2} + 2\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right).$$

-------------------------Hết-------------------------

ĐÁP ÁN ĐỀ THI MINH HỌA VÀO 10 THPT NĂM HỌC 2025-2026 - MÔN TOÁN

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM ***(2,0 điểm gồm 08 câu, mỗi câu 0,25 điểm)***

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	A	C	C	C	A	A	B	D

Câu 1. Nghiệm của phương trình $(x+1)(x-2)=0$ là:

A. $x=-1$ hoặc $x=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

$(x+1)(x-2)=0$

Suy ra $x+1=0$ hoặc $x-2=0$.

- $x+1=0$ suy ra $x=-1$.
- $x-2=0$ suy ra $x=2$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=-1$ hoặc $x=2$.

Câu 2. Điều kiện xác định của biểu thức $\sqrt{3x+1}$ là:

A. $x\le -\frac{1}{3}$. **B.** $x\ne -3$. **C.** $x\ge -\frac{1}{3}$. **D.** $x\ge 0$.

Lời giải

Chọn C

Biểu thức $\sqrt{3x+1}$ xác định khi và chỉ khi $3x+1\ge 0$. Suy ra $x\ge -\frac{1}{3}$.

Câu 3. Rút gọn $Q=\left(\frac{1-x\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right).\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right)^2$ với $x>0, x\ne 1$.

A. $Q=\sqrt{x}$. **B.** $Q=-\sqrt{x}$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$$Q=\left(\frac{1-x\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right).\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right)^2$$

$$Q=\left(\frac{1-\left(\sqrt{x}\right)^3}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right).\left(\frac{1-\sqrt{x}}{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1+\sqrt{x}\right)}\right)^2$$

$$Q=\left(\frac{\left(1-\sqrt{x}\right)\left(1+\sqrt{x}+x\right)}{1-\sqrt{x}}\right).\left(\frac{1}{1+\sqrt{x}}\right)^2$$

$Q=\left(1+\sqrt{x}+x+\sqrt{x}\right).\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

$Q=\left(1+\sqrt{x}\right)^2.\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

$Q=1$

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y=ax^2$ đi qua điểm $M(1;3)$. Khi đó hệ số a bằng:

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=3$. **D.** $a=4$.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị của hàm số $y=ax^2$ đi qua điểm $M(1;3)$ nên thay $x=1;y=3$ vào hàm số, ta có:

$$3=a.1^2$$
$$a.1=3$$
$$a=3$$

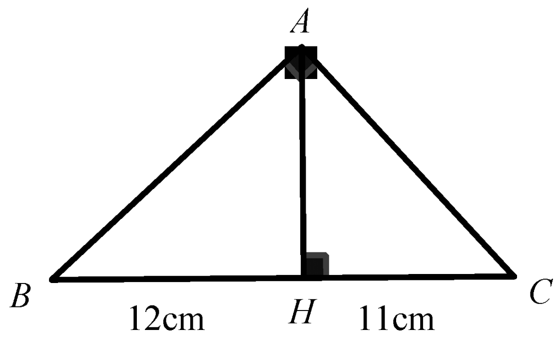
Vậy $a=3$.

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, $CH=11cm, BH=12cm$. Tỉ số lượng giác $\cos\widehat{C}$ *(làm tròn đến số thập phân thứ hai)* là:

A. $0,69$. **B.** $0,66$. **C.** $0,96$. **D.** $0,79$.

Lời giải

Chọn A



Xét ΔABC và ΔHAC có:

$\widehat{C}$ - chung

$\widehat{BAC}=\widehat{AHC}=90^\circ$

Suy ra $\Delta ABC \backsim \Delta HAC(g.g)$

$\Rightarrow \dfrac{AC}{HC} = \dfrac{BC}{AC}$

$AC^2 = HC.BC = HC.(HC + HB) = 11.(11 + 12) = 253$

$AC = \sqrt{253} cm$

Trong tam giác HAC vuông tại H, ta có: $\cos C = \dfrac{HC}{AC} = \dfrac{11}{\sqrt{253}} \approx 0,69$.

Câu 6. Diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 2\text{cm}$ bằng:

A. $16\pi\text{cm}^2$. **B.** $8\pi\text{cm}^2$. **C.** $4\pi\text{cm}^2$. **D.** $\dfrac{32}{3}\pi\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 4\pi.2^2 = 16\pi(cm^2)$

Câu 7. Đo chiều cao (đơn vị cm) của học sinh lớp 9A ở một trường THCS trên địa bàn tỉnh Thanh Hóa ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Chiều cao (cm)	$[150;158)$	$[158;161)$	$[161;164)$	$[164;167)$
Số học sinh	5	12	15	8

Khi đó tỉ lệ học sinh có chiều cao từ $158cm$ đến dưới $161cm$ là:

A. $12,5\%$. **B.** 30%. **C.** $37,5\%$. **D.** 20%.

Lời giải

Chọn B

Tỉ lệ học sinh có chiều cao từ $158cm$ đến dưới $161cm$ là: $\dfrac{12}{5+12+15+8}.100\% = 30\%$.

Câu 8. Gieo hai đồng xu cân đối và đồng chất một lần. Tính xác suất sao cho hai đồng xu xuất hiện mặt giống nhau.

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi E là biến cố "hai đồng xu xuất hiện mặt giống nhau".

Các kết quả có thể xảy ra của phép thử là SN,NS,SS,NN.

Suy ra $n(\Omega) = 4$.

Các kết quả thuận lợi cho biến cố E là SS,NN. Suy ra $n(E) = 2$.

Xác suất sao cho hai đồng xu xuất hiện mặt giống nhau là $P(E)=\dfrac{n(E)}{n(\Omega)}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN. (8,0 điểm)

Câu 9. **(1,0 điểm)** Giải phương trình $-4x^2+9=0$.

Lời giải

Ta có:

$$-4x^2+9=0$$
$$9-4x^2=0$$
$$(3-2x)(3+2x)=0$$

Suy ra $3-2x=0$ hoặc $3+2x=0$.

- $3-2x=0$ hay $2x=3$ suy ra $x=\dfrac{3}{2}$.
- $3+2x=0$ hay $2x=-3$ suy ra $x=-\dfrac{3}{2}$.

Vậy phương trình có hai nghiệm $x=\dfrac{3}{2}$ hoặc $x=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 10. **(1,0 điểm)** Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x+y=3\\x-y=6\end{cases}$.

Lời giải

Cộng từng vế hai phương trình ta được $3x=9$, suy ra $x=3$.

Thế $x=3$ vào phương trình thứ hai ta được $3-y=6$, suy ra $y=-3$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(3;-3)$.

Câu 11. **(1,5 điểm)** Cho phương trình $x^2-(m-2)x-3=0$ (m là tham số).

a) *(0,75 điểm)* Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) *(0,75 điểm)* Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn : $\sqrt{x_1^2+2024}-x_1+(m-3)x_2+3=\sqrt{x_2^2+2024}+x_2^2$.

Lời giải

a) Ta có: $\Delta=\left[-(m-2)\right]^2-4.1.(-3)=(m-2)^2+12>0$ với mọi m.

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên ta có $x_2^2-(m-2)x_2-3=0$.

Theo định lý Viète, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m-2\\x_1.x_2=-3\end{cases}$

Ta có:

$\sqrt{x_1^2+2024}-x_1+(m-3)x_2+3=\sqrt{x_2^2+2024}+x_2^2$

$\sqrt{x_1^2+2024}-\sqrt{x_2^2+2024}=x_2^2-(m-2)x_2-3+x_1+x_2$

$\sqrt{x_1^2+2024}-\sqrt{x_2^2+2024}=x_1+x_2 (1)$

Do $\sqrt{x_1^2+2024}+\sqrt{x_2^2+2024}\neq 0\,\forall x_1;x_2$

Nên nhân cả 2 vế của (1) với $\sqrt{x_1^2+2024}+\sqrt{x_2^2+2024}$ ta được

$$(x_1+x_2)(x_1-x_2)=(x_1+x_2)(\sqrt{x_1^2+2024}+\sqrt{x_2^2+2024})$$

Suy ra $x_1+x_2=0$ hoặc $\sqrt{x_1^2+2024}+\sqrt{x_2^2+2024}=x_1-x_2 (2)$.

Với $x_1+x_2=0$ hay $m-2=0$ suy ra $m=2$.

Với $\sqrt{x_1^2+2024}+\sqrt{x_2^2+2024}=x_1-x_2 (2)$. Lấy (1)+(2) ta được $\sqrt{x_1^2+2024}=x_1$ vô nghiệm.

Vậy $m=2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 12. **(0,5 điểm)** Bà A gửi tiết kiệm ngân hàng một số tiền là 100 triệu đồng với lãi suất là 10% trong một năm. Hỏi sau hai năm số tiền bà A rút được cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu. Biết rằng số tiền gửi vào năm đầu cộng với số tiền lãi gộp vào để tính số tiền gửi trong năm thứ hai.

Lời giải

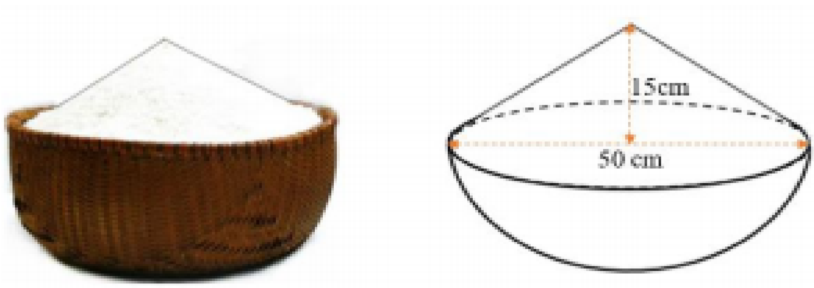
Tiền lãi sau 1 năm là: $100.10\%=10$ (triệu đồng)

Sau 1 năm, số tiền cả vốn lẫn lãi bà A nhận được là: $100+10=110$ (triệu đồng)

Tiền lãi sau 2 năm là: $110.10\%=11$ (triệu đồng)

Sau hai năm số tiền bà A rút được cả vốn lẫn lãi là: $110+11=121$ (triệu đồng)

Câu 13. **(1,25 điểm)** Cho hình sau là một thúng gạo vun đầy. Thúng có dạng nửa hình cầu với đường kính 50cm, phần gạo vun lên có dạng hình nón cao 15cm.



a) *(0,75 điểm)* Tính thể tích phần gạo trong thúng. *(làm tròn đến dạng 0,1)*

b) *(0,5 điểm)* Nhà Danh dùng lon sữa bò cũ có dạng hình trụ (bán kính đáy bằng 5cm, chiều cao 15cm) để đong gạo mỗi ngày. Biết mỗi ngày nhà Danh ăn 5 lon gạo và mỗi lần đong thì lượng gạo chiếm 90% thể tích lon. Hỏi với lượng gạo ở thúng trên thì nhà Danh có thể ăn nhiều nhất là bao nhiêu ngày?

Lời giải

a) Bán kính của nửa hình cầu là: $50:2=25(cm)$

Thể tích của nửa hình cầu là: $\left(\frac{4}{3}.\pi.25^3\right):2=\frac{31250}{3}\pi(cm^3)$

Thể tích của hình nón là: $\frac{1}{3}.\pi.25^2.15=3125\pi(cm^3)$

Thể tích phần gạo trong thúng là: $\frac{31250}{3}\pi+3125\pi\approx 42542,4(cm^3)$

b) Lượng gạo nhà Duy ăn mỗi ngày là: $\left(\pi.5^2.15\right).0,9.5=\frac{3375}{2}\pi(cm^3)$

Số ngày nhiều nhất nhà Danh có thể ăn là: $42542,4:\frac{3375}{2}\pi\approx 8$ (ngày)

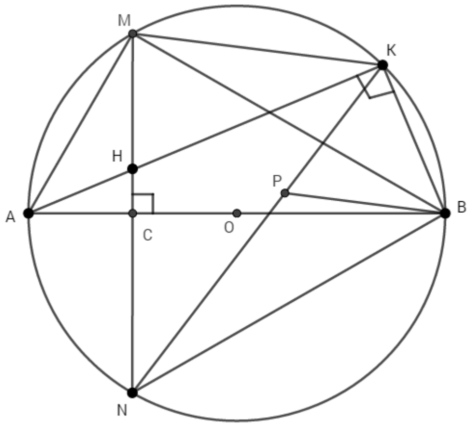
Câu 14. (2,25 điểm) Cho (O) đường kính $AB = 2R$, C là trung điểm của OA và dây cung MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tuỳ ý trên cung nhỏ $\overset{\frown}{BM}$ (K khác B,M), H là giao điểm của AK và MN.

a) *(1,0 điểm)* Chứng minh rằng $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) *(0,75 điểm)* Chứng minh $AH.AK = AM^2$.

c) *(0,5 điểm)* Xác định vị trí của điểm K để $KM + KN + KB$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

Lời giải



a) (1,0 điểm) Chứng minh rằng $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

Ta có $\widehat{BKH} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O)). Suy ra K thuộc đường tròn đường kính BH.

$\widehat{HCB} = 90^0$ (giả thiết). Suy ra C thuộc đường tròn đường kính BH.

Do đó, bốn điểm B,C,H,K cùng thuộc đường tròn đường kính BH.

Vậy $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.

b) (0,75 điểm) Chứng minh $AH.AK = AM^2$.

Ta có $AB \perp MN \Rightarrow \overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{AN}$ (tính chất đường kính vuông góc với dây cung) (1)

Xét (O) có : $\widehat{AMN} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AN}$ (góc có đỉnh nằm trên đường tròn) (2)

$\widehat{AKM} = \frac{1}{2}$ sđ $\overset{\frown}{AM}$ (góc có đỉnh nằm trên đường tròn) (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{AMN} = \widehat{AKM}$ hay $\widehat{AMH} = \widehat{AKM}$

Xét ΔAHM và ΔAMK có

$\widehat{AMH} = \widehat{AKM}$ (chứng minh trên)

$\widehat{A}$ chung

$\Rightarrow \Delta AHM \backsim \Delta AMK\,(g.g) \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{AM}{AK} \Rightarrow AH.AK = AM^2$.

c) *(0,5 điểm) Xác định vị trí của điểm* K *để* $KM + KN + KB$ *đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.*

Ta có : $\widehat{AMB} = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

$\Rightarrow \Delta AMB$ vuông tại M có đường cao MC ; $AC = \frac{R}{2}; BC = \frac{3R}{4}$, AB = 2R

$\Rightarrow \begin{cases} MC^2 = AC.CB = \frac{3R^2}{4} \\ MB^2 = BA.BC = 3R^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MC = \frac{R\sqrt{3}}{2} \\ MB = R\sqrt{3} \end{cases}$

$MN = 2MC = R\sqrt{3} \Rightarrow MN = MB = R\sqrt{3}$ (1)

Mặt khác: AB là đường trung trực của MN (tính chất đường kính vuông góc dây cung)

$\Rightarrow BM = BN$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tam giác BMN đều.

Trên đoạn KN lấy điểm P sao cho KP = KB suy ra tam giác KBP cân tại K.

$\widehat{PKB} = \widehat{MNB} = 60^0 \Rightarrow$ tam giác KBP đều $\Rightarrow BP = BK$.

Ta có : $\widehat{NBP} = \widehat{KBM} (= \widehat{NBK} - 60^0)$

Dễ dàng chứng minh được: $\Delta BPN = \Delta BKM\,(c.g.c)$

$\Rightarrow NP = MK \Rightarrow KM + KN + KB = 2KN$.

Do đó $KM + KN + KB$ lớn nhất khi và chỉ khi KN lớn nhất .

Hay KN là đường kính của (O)

Suy ra K là điểm chính giữa của cung MB .

Khi đó $KM + KN + KB$ đạt giá trị lớn nhất bằng $4R$.

Câu 15. **(0,5 điểm)** Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z \le 3.$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+z^2} + 2\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right).$$

Lời giải

Chứng minh bài toán phụ sau $\sqrt{a} + \sqrt{b} \le \sqrt{2(a+b)}$ (*) với mọi a, b dương.

Ta có:

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \le \sqrt{2(a+b)}$$
$$\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2 \le \left(\sqrt{2(a+b)}\right)^2$$
$$a + b + 2\sqrt{ab} \le 2(a+b)$$

$\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \ge 0$ (luôn đúng)

Bất đẳng thức xảy ra dấu "=" khi và chỉ khi $a = b$.

Áp dụng bất đẳng thức (*) với $x > 0$ ta có:

$\sqrt{1+x^2} + \sqrt{2x} \le \sqrt{2(1+x)^2} = \sqrt{2}(x+1)$, dấu bằng xảy ra khi x = 1.

Tương tự với $y > 0,\ z > 0$, ta có:

$\sqrt{1+y^2} + \sqrt{2y} \le \sqrt{2(1+y)^2} = \sqrt{2}(y+1)$, dấu bằng xảy ra khi y = 1.

$\sqrt{1+z^2} + \sqrt{2z} \le \sqrt{2(1+z)^2} = \sqrt{2}(z+1)$, dấu bằng xảy ra khi z = 1.

Cộng từng vế 3 bất đẳng thức trên ta được:

$$\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+z^2} + \sqrt{2x} + \sqrt{2y} + \sqrt{2z} \le \sqrt{2}\left[(x+1) + (y+1) + (z+1)\right]$$

Hay

$$\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} + \sqrt{1+z^2} + \sqrt{2x} + \sqrt{2y} + \sqrt{2z} + 2\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right)$$
$$\le \sqrt{2}\left[(x+1) + (y+1) + (z+1)\right] + 2\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right)$$

Suy ra

$$\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1+y^2}+\sqrt{1+z^2}+2\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\right)$$
$$\le \sqrt{2}\left[(x+1)+(y+1)+(z+1)\right]+\left(2-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}\right)$$

Lại có $\sqrt{x}\le\frac{x+1}{2};\sqrt{y}\le\frac{y+1}{2};\sqrt{z}\le\frac{z+1}{2}$ nên suy ra

$$P\le\sqrt{2}\left[(x+1)+(y+1)+(z+1)\right]+\left(2-\sqrt{2}\right)\left(\frac{x+1}{2}+\frac{y+1}{2}+\frac{z+1}{2}\right)$$

$$=\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right)\left(x+y+z+3\right)\le\left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right)\left(3+3\right)=6+3\sqrt{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=1.$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là $6+3\sqrt{2}$ khi $x=y=z=1.$

------------------------Hết------------------------