A. NAVIGATION A MOTEUR ET A VOILE

1. NAVIRE A MOTEUR

1.1. Considérons le navire dans le référentiel lié au port, supposé galiléen.
D'après le principe fondamental de la dynamique : m);a) = Σ);F_{ext})

Le navire se déplace en ligne droite à vitesse constante, alors);a)=);0).

Les forces horizontales qui s'exercent sur le navire sont la force de résistance exercée par l'eau);F) et la force de propulsion du moteur);F_m).

D'où);F) +);F_m) =);0).

En notant F et F_m les normes de ces deux forces, on a donc : F = F_m, puisqu'elles sont de directions opposées.

D'après l'énoncé : F = k v^2 .

D'autre part, on connaît la puissance P que fournit le moteur, or P = F_m×v, d'où F_m = .

Finalement, le navire se déplaçant à v_0, on a : k v_0^2 = ⇒)

A.N. : k = ×)^3)) = 11.10^3 kg.m^{-1}

1.2. A partir du moment où le navire stoppe ses machines, il n'est plus soumis qu'à la force de frottement de l'eau.
La projection du principe fondamental de la dynamique sur l'axe du mouvement s'écrit donc :
m = - k v^2 ⇒ + v^2 = 0

On pose τ = (Attention, τ est homogène à une longueur !!) alors + = 0

On résout cette équation différentielle :

= -

On intègre entre l'instant t = 0, où le navire stoppe ses machines, il a alors la vitesse v_0, et un instant ultérieur (t, v) :

- + = - ⇒ = + = ⇒)

1.3. On cherche x, la distance parcourue depuis l'extinction des machines :
Puisque v = (mouvement rectiligne), on intègre entre l'état (t = 0, x = 0) et l'état (x,t) :

dx = dt ⇒ x = τ ln

On cherche X, la distance parcourue par le navire lorsqu'il atteint l'entrée de la passe, sa vitesse est alors v_P.

Alors d'après ce qu'on vient d'écrire : $X = \tau \ln$ et $v_P =$

(en notant t_P le temps mis pour atteindre la passe.)

D' où)

A.N. : $X = \ln = 1{,}8$ km

Pour atteindre la passe à la vitesse de deux nœuds, le navire doit stopper ses machines 1,8 km avant la passe.

1.4. D'après la question précédente, le temps mis pour atteindre la passe est : $\theta = t_P = \tau -$)

$-$))

A.N. $\theta =$ -) = 763 s = 12 min 46 s

Il faudra alors 12 min et 46 s au navire pour atteindre la passe.

1.5. Notons X_Q la distance parcourue depuis l'arrêt des machines jusqu'au quai,

on a $X_Q = \tau \ln$ (*) et $v_Q =$ (**) en notant t_Q, l'instant où le navire atteint le quai.

On peut isoler t_Q dans (*) : $t_Q =$ $-1)$.

Alors en remplaçant dans (**), on a $v_Q =$ $-1))) =$))

Soit))

A.N. $v_Q = 15\times \exp)\times 11.10^{3;}10\ 000.10^{3}))) = 0{,}75$ nœuds $= 0{,}38$ m.s^{-1}

(Avec $X_Q = X$ + un demi mille d'après l'énoncé)

1.6. Pour arrêter d'urgence un bateau, on met les moteurs en marche en sens inverse.

2. NAVIRES A VOILE LORS D'UNE REGATE

2.1. En régime permanent, le débit massique se conserve. De plus, on considère ici l'eau comme un liquide incompressible, donc le débit volumique est également conservé.
Entre les deux proues, le débit volumique s'écrit : $D_v =$ v×D×dz , et entre les deux bateaux, il s'écrit $D_v =$ V×d×dz ; on a donc v×D = V×d et donc v)
A.N. : V = ×5 = 6,3 $m.s^{-1}$

2.2. On se place toujours dans le même tube de courant que décrit précédemment. On a un fluide parfait, incompressible, en régime permanent isotherme, soumis uniquement aux forces de pression et de pesanteur, on peut donc appliquer la relation de Bernoulli sur ce tube de courant entre les points A et B.
$+ gz_A +$ = $+ gz_B +$
On a choisi A et B tels que $z_A = z_B$; et $v_A = v$ et $v_B = V$

$+ = + \Rightarrow P_B - P_A = \mu \Rightarrow P_B - P_A =$ $)^2)$

A.N. : $P_B - P_A =$ × $)^2)$ = - 7,0 kPa

2.3. Considérons la projection F_y de la force perpendiculaire s'exerçant sur le navire (1). Pour la déterminer, on exprime les forces pressantes sur chaque surface verticale de la coque immergée. Il est inutile de tenir compte de la variation de la pression avec la profondeur puisque ces contributions vont se compenser de part et d'autre.
Alors on peut écrire : $F_y = P_B \times hL - P_A \times hL = (P_B - P_A) \times hL$

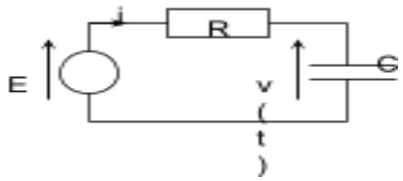
$F_y =$ $)^2) \times hL$

A.N. : $F_y = - 7{,}0.10^3 \times 3 \times 50$ = - $1{,}1.10^6$ N

On obtient ici une projection de la force négative, cad que la force est orientée suivant – y, donc qu'elle tend à rapprocher le navire (1) du navire (2). Le calcul analogue appliqué au navire (2) donne une force $F'_y = -F_y$. Globalement, les deux forces tendent à rapprocher les navires l'un de l'autre.

3. **BALISE LUMINEUSE**

3.1. Initialement, le condensateur est déchargé, donc v(t) = 0, alors le tube est éteint et se comporte comme un interrupteur ouvert, on peut représenter le schéma de la manière suivante :



Déterminons la loi v(t) :

On applique la loi des mailles : avec i noté sur le schéma : E = Ri + v(t)

Or on sait que i = C

D'où E = RC + v(t) avec les notations de l'énoncé : τ + v(t) = E, où τ = RC

On obtient une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants avec second membre dont la solution s'écrit : $v(t) = E + A\, e^{-t/\tau}$ avec A une constante d'intégration.

Pour déterminer A, on s'intéresse aux conditions initiales : avant la fermeture de l'interrupteur, le condensateur est déchargé, donc $v(t = 0^-) = 0$; le condensateur assure la continuité de la tension à ses bornes, donc $v(t = 0^+) = v(t = 0^-) = 0$.

On a donc $v(t = 0^+) = E + A = 0 \Rightarrow A = - E$

Et

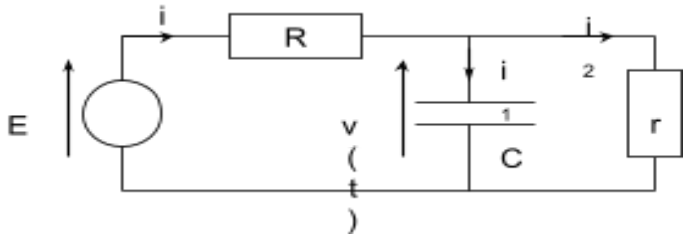
A t = ta, la lampe s'allume et la décharge du condensateur s'amorce. On a alors :

$v(t) = U_a = E(1 - e^{-ta/\tau})$

$\Rightarrow$ = 1 - $e^{-ta/\tau}$ $\Rightarrow$ - = ln) $\Rightarrow$ t_a = - τ ln) $\Rightarrow$))

A.N. : t_a = $2.10^6 \times 1.10^{-6} \times$ln) = 2,77 s

3.2. A partir de cet instant le tube est allumé, il se comporte donc comme un résistor de résistance r, et le circuit équivalent est le suivant :



D'après la loi des mailles, on peut toujours écrire, E = Ri + v(t),

D'après la loi des nœuds $i = i_1 + i_2$,

Et on peut écrire : i_1 = C et v = ri_2

Alors : E = RC + v + v $\Rightarrow$ RC + + 1)v = E $\Rightarrow$ + v =

Or r << R, ce qui permet de considérer R + r ~ R et de simplifier l'équation différentielle :

rC + v = E $\Rightarrow$ + v = E , où τ' = rC)

On obtient donc une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants avec second membre ; comme précédemment la solution est de la forme :

$v(t) = E + A'e^{-t/\tau'}$ avec A' constante d'intégration à déterminer.

Pour déterminer A', on considère l'instant t_a d'allumage du tube où $v = U_a$:

$v(t = t_a) = E + A'e^{-ta/\tau'} = U_a \quad \Rightarrow \quad A' = E)\ e^{ta/\tau'}$

D'où $E + E)\ e^{-(t-ta)/\tau'})$

3.3. L'extinction du tube se produit alors lorsque $v(t = t_{ex}) = U_{ex}$.
Donc : $v(t = t_{ex}) = E + E)\ e^{-(tex-ta)/\tau'} = U_{ex} \quad \Rightarrow \quad e^{-(tex-ta)/\tau'} =$

$\Rightarrow \quad))$

3.4. La durée de l'éclair produit dans le tube est $T_1 = t_{ex} - t_a \quad \Rightarrow \quad))$

A.N. : $\underline{T_1} = 1\times1.10^{-6}\times\ln \times\times\times\times) \underline{= 2,5.10^{-7}\ s}$

3.5. Pour déterminer le temps T_2 qui s'écoule jusqu'au ré-allumage suivant, il faut refaire la même démarche que précédemment :
Le tube étant éteint, le circuit équivalent à considérer est celui de la question 3.1. et d'après cette question, la tension est de la forme :
$v(t) = E + A''\ e^{-t/\tau}$
Pour déterminer A'', on considère l'instant t_{ex} d'extinction du tube où $v = U_{ex}$:

$v(t = t_{ex}) = E + A''\ e^{-tex/\tau} = U_{ex} \quad \Rightarrow \quad A'' = (U_{ex} - E)\ e^{tex/\tau}$

Alors $v(t) = E + (U_{ex} - E)\ e^{-(t-tex)/\tau}$

Le ré-allumage du tube a lieu pour t_a' tel que $v(t = t_a') = U_a$, soit :

$E + (U_{ex} - E)\ e^{-(ta'-tex)/\tau} = U_a \quad \Rightarrow \quad e^{-(ta'-tex)/\tau} = \quad \Rightarrow \quad t_a' = t_{ex} + \tau \ln)$

Finalement, $T_2 = t_a' - t_{ex} \quad \Rightarrow \quad))$
A.N. : $\underline{T_2} = 2.10^6\times1.10^{-6}\times\ln) \underline{= 1,0\ s}$

3.6. La période T des éclairs produits par ce dispositif est $T = T_1 + T_2 \sim T_2$.

B. PROPULSION DU NAVIRE

1. COMPRESSION D'UN GAZ PARFAIT

1.1. Les conditions d'application de la loi de Laplace sont ici réunies (transformation isentropique d'un gaz parfait avec γ = cte). On peut alors écrire : $T_i^{\gamma} P_i^{1-\gamma} = T_f^{\gamma} P_f^{1-\gamma}$, d'où l'on tire :

$$\mathbf{T_f} = \mathbf{T_i}\left(\frac{\mathbf{P_i}}{\mathbf{P_f}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$ = 586 K).

1.1.1. Pour un gaz parfait, la variation d'enthalpie, ramenée à une mole de gaz (enthalpie molaire demandée dans l'énoncé), est $\Delta H = C_p (T_f - T_i)$ ($2^{ème}$ loi de Joule).

Ainsi, $\left(\left(\frac{\mathbf{P_i}}{\mathbf{P_f}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1\right)$ = 8,6 kJ.mol^{-1}).

1.1.2. D'après le premier principe généralisé aux systèmes ouverts en régime permanent, en négligeant les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle, il vient :

$$\left(\left(\frac{\mathbf{P_i}}{\mathbf{P_f}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1\right)$$ = 8,6 kJ.mol^{-1})

1.2.1. Le travail utile total est la somme des travaux utiles reçus par le gaz au cours du passage à travers les deux compresseurs. Ainsi, en utilisant l'expression établie en 1.1.2. pour chacun des compresseurs, il vient :

$$\mathcal{C}' = C_p T_i \left(\left(\frac{\mathbf{P_i}}{\mathbf{P_0}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} + \left(\frac{\mathbf{P_0}}{\mathbf{P_f}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 2\right)$$

1.2.2. Le travail utile est minimal lorsque = 0.

$$= C_p T_i \frac{\gamma - 1}{\gamma}\left(\mathbf{P_0}^{-\frac{1}{\gamma}}\mathbf{P_i}^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - \mathbf{P_0}^{\frac{1-2\gamma}{\gamma}}\mathbf{P_f}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) = 0 \rightarrow \mathbf{P_0}^{-\frac{1}{\gamma}\frac{1-2\gamma}{\gamma}} = \mathbf{P_i}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\mathbf{P_f}^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow \mathbf{P_0} = \sqrt{\mathbf{P_i}\mathbf{P_f}}$$ = 3,46 bar)

et 14,8 kJ).

2. TURBINE A GAZ

2.1. On peut ici appliquer la formule établie en 1.1. car les transformations AB et CD sont des isentropiques de gaz parfait.

$$\mathbf{T_B} = \mathbf{T_A}\left(\frac{\mathbf{P_A}}{\mathbf{P_B}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$ = 586 K) et $$\mathbf{T_D} = \mathbf{T_C}\left(\frac{\mathbf{P_C}}{\mathbf{P_D}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \mathbf{T_C}\left(\frac{\mathbf{P_B}}{\mathbf{P_A}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$ = 516 K)

.

$$\mathbf{T_B} = \mathbf{T_i}\left(\frac{\mathbf{P_0}}{\mathbf{P_B}}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

2.1.1. Le travail molaire de compression du fluide (phase AB) est donné par la formule établie en 1.1.2.

$$C_p\, T_A \left(\left(\frac{P_A}{P_B} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) = 8{,}6 \text{ kJ.mol}^{-1}).$$

2.1.2. Le travail utile molaire reçu algébriquement par le gaz de la part de la turbine est donné par le premier principe généralisé aux systèmes ouverts en régime permanent, pendant la phase CD (absence de transfert thermique) : .

La valeur négative prouve que c'est le gaz qui fournit un travail à la turbine. Celle-ci reçoit 15,5 kJ par mole d'air entré dans la turbine.

2.1.3. Le travail reçu par la turbine ($-\tau_T$) sert à comprimer le gaz dans le premier étage et également à faire tourner l'hélice. Ainsi, on peut traduire la conservation de l'énergie de la façon suivante (τ_H représentant l'énergie reçue par l'hélice) :

$$-\tau_T = \tau_C + \tau_H \quad \rightarrow$$

2.2. La quantité de chaleur reçue par le gaz dans la chambre de combustion est également donnée par le premier principe généralisé aux systèmes ouverts en régime permanent, en l'absence de pièces mobiles (pas de travail utile).

2.3. Lors du fonctionnement de la turbine, la grandeur coûteuse est l'énergie à fournir pour chauffer le gaz avant son entrée dans la turbine. Le travail de compression est apporté par la mise en rotation de la turbine, il n'est donc pas à proprement parlé coûteux. L'énergie intéressante est bien entendu l'énergie reçue par l'hélice. Le rendement est donc : $\eta = 51$ %)

2.4. La puissance P de l'hélice et le travail molaire τ_H reçus par l'hélice sont reliés par : P = . Une rapide analyse dimensionnelle permet de s'en convaincre.

$$= \times = 21 \text{ kg.s}^{-1})$$

C. BALEINE A BABORD !

1. La loi de Fourier s'écrit : $\vec{j}_Q) = -\lambda \vec{\text{grad}}) T = -\lambda \vec{u})$ dans le cas présent (problème unidimensionnel et régime permanent). Le signe « - » permet de rendre de compte du fait que le transfert thermique s'effectue toujours des zones les plus chaudes vers les zones les plus froides (alors que le gradient est orienté dans les sens des températures croissantes).

2. La loi de Fick pour la diffusion de particules et la loi d'Ohm locale pour la conduction électrique ont des formes mathématiques analogues à celle de la loi de Fourier.

3. La baleine est considérée comme une source de chaleur produisant une puissance ϕ_0 par unité de volume. Cette chaleur créée se dégage de la baleine à travers la peau de l'animal, c'est-à-dire par la sphère de rayon R. On a donc $\Phi\pi R^3\phi_0$).

4. Le vecteur $\vec{j}_Q)$ représentant la puissance thermique diffusée par unité de surface, on déduit $j_Q(R)$ en divisant la puissance dégagée par l'animal Φ par la surface extérieure de la baleine (à travers laquelle sort le flux de chaleur), soit ici la surface de la sphère de rayon R, $4\pi R^2$:

$$\vec{j}_Q(R)) = \Phi \vec{u}) = \phi_0 R \vec{u})).$$

5. Considérons le volume d'eau compris entre les sphères de rayon r et r+dr, entre les instants t et t+dt. En régime permanent, pendant une durée dt, l'énergie entrée δQ_e par la sphère de rayon r (surface S(r)) est égale à l'énergie sortie δQ_s par la sphère de rayon r+dr (surface S(r+dr)). Ainsi, il vient :

$$\delta Q_e = \delta Q_s$$
$$\Phi(r)dt = \Phi(r+dr)dt$$
$$j_Q(r)S(r) = j_Q(r+dr)S(r+dr)$$

Le produit j(r)S(r) est donc constant : π.
Cette relation est en particulier vraie en r = R : $j_Q(R)4\pi R^2 = \Phi\pi R^3\phi_0$).

6. En utilisant la loi de Fourier, il vient : $- \lambda \ 4\pi r^2 = \Phi$
7. Après intégration, on obtient que $T(r) = \Phi\pi\lambda$ + cte.
La constante est T_0 puisque $T = T_0$ très loin de l'animal ($r \rightarrow \infty$) et a vaut $\Phi\pi\lambda$: $\phi\lambda$).

8. La température cutanée est obtenue en remplaçant r par R dans l'équation donnant l'évolution de la température :

$\phi\lambda)$

9. De l'équation précédente, on déduit que : $\phi\lambda)$.
AN : dans l'eau, $\phi_{0,eau} = 2{,}40.10^5$ W.m^{-3}, et $\phi_{0,air} = 2{,}40$ kW.m^{-3}.

10. On voit avec le calcul précédent que ϕ_0 est inversement proportionnel au carré du rayon de l'animal. Plus la mammifère est petit, plus l'énergie perdue par unité de temps et par unité de volume (ϕ_0) est importante. Les mammifères aquatiques sont donc gros de façon à minimiser ces pertes.

D. BALISE ARGOS

1. g_0 représente l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre ($g(r = R_T) = g_0$).

2.1. On considère le satellite dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
On applique le principe fondamental de la dynamique :

m);γ) = m);g) ($r = R_T + h$)

- m);u_r) = - m g_0)^2);u_r)

))

2.2. La période de révolution du satellite est le temps mis par le satellite pour effectuer une révolution (donc une fois le tour de la Terre, à l'altitude h)
T = =))) ⇒ R_T)) $(R_T + h)^{3/2}$)

A.N. T = × 6400.10^3)) $(6400.10^3 + 850.10^3)^{3/2}$ = 6060 s = 1 h 41 min

3.7. Par définition, l'énergie cinétique du satellite s'écrit : $E_c = ½ m v^2$
D'après 2.1. : m g_0)

3.8. La force de pesanteur qui s'exerce ici sur le satellite dérive d'une énergie potentielle, on a donc :
m);g)(r) = -);grad)(Ep) = -);u_r)

d'où -);u_r) = - m g_0)^2);u_r)

$dE_p = m g_0 R_T^2$

On intègre entre un état (r ; Ep) et l'infini (r_∞ ; $Ep(\infty) = 0$)

)

3.9. Par définition, l'énergie mécanique E est la somme des énergies cinétique et potentielle :
$E = E_p + E_c$ = - m g_0 + m g_0 = - m g_0 ⇒)

4. On a v(r) =) alors = R_T ; 2 $r^{3/2}$))
Lorsque l'altitude diminue, $dr < 0$, donc $dv > 0$ d'après la formule ci-dessus, et la vitesse du satellite augmente.

5.1. D'après le théorème de l'énergie mécanique : la variation d'énergie mécanique est égale au travail des forces non conservatives : $\Delta E = W_{non\ cons}$.
Or, le satellite est soumis ici à la force gravitationnelle et aux forces de frottements. La force gravitationnelle est conservative, c'est donc bien le travail des forces de frottements qui est égal à la variation d'énergie mécanique.

5.2. W = ΔE
= - + avec r' = r - h' et h' la perte d'altitude telle que h' << r
= –)
=)))

Comme h' << r, on peut effectuer un développement limité à l'ordre 1 :

W = (1 – (1 +))

)

A.N. : $\underline{W} = - \times\times\times \underline{= - 390\ kJ}$