

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ФИБОНАЧЧИ В ПРИРОДЕ, КУЛЬТУРЕ, НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

Выполнили учащиеся 11 «Б» класса
МАОУ "Лицей №10"
Буга Влада, Швеева Ксения
Руководитель:
учитель информатики
Иванова Наталия Геннадьевна

ПЕРМЬ 2012

Оглавление

[Введение](#)

[1. Леона́рдо Пиза́нский \(Фибоначчи\) – великий средневековый математик](#)

[1.1. Биография](#)

[1.2 Заслуги и достижения Леонардо Пизанского](#)

[2. Числа Фибоначчи](#)

[2.1. Последовательности Фибоначчи](#)

[2.2 Происхождение](#)

[2.3 Свойства](#)

[2.4 Ряд чисел Фибоначчи, описанных в виде загадки](#)

[2.5 Коэффициенты Фибоначчи](#)

[3. Числа Фибоначчи в природе](#)

[3.1 Золотое сечение](#)

[3.2 Золотое сечение в живой природе](#)

[4. Числа Фибоначчи в культуре и науке](#)

[4.1 Золотое сечение в музыке](#)

[4.2 Золотое сечение в астрономии](#)

[4.3 Золотое сечение в архитектуре](#)

[4.4 Золотое сечение в живописи](#)

[4.5 Золотое сечение в литературе](#)

[5. Золотое сечение в технике](#)

[5.1 Фибоначчиева система счисления](#)

[5.2 Золотое сечение на бирже](#)

[5.3 Перевод чисел из десятичной системы счисления в фибоначчиеву.](#)

[6. Практическая часть. Программы](#)

[6.1 Перевод чисел из десятичной системы счисления в фибоначчиеву.](#)

[6.2 Поиск n-ого члена чисел ряда Фибоначчи.](#)

Введение

С последовательностью Фибоначчи мы впервые встретились на уроке информатике: в теме «Системы счисления» была упомянута фибоначчиева система счисления.

Мы заинтересовались этой темой, когда наш преподаватель рассказывала нам про последовательность Фибоначчи и упомянула, что закономерность этой последовательности присутствует практически везде: как в технике, так и в природе.

Нас поразило то, что есть закономерности, которые связывают искусственное и естественное, технику и природу, в общем-то, полярные понятия. С этого и начался наш проект. Изначально мы практически ничего не знали и о самом Фибоначчи, ученом, открывшим миру заинтересовавшие нас закономерности.

Мы определили следующую цель работы: соотнести значение последовательностей Фибоначчи в природе, культуре и технике.

Для достижения цели нам необходимо решить следующие **задачи**:

1. Узнать о Фибоначчи.
2. Узнать, что такое последовательности Фибоначчи.
3. Исследовать, где в природе, науке и культуре они встречаются и что определяют.
4. Исследовать, как последовательности Фибоначчи используются в технике.
5. Написать и исследовать программы, получающие последовательности Фибоначчи, и производящие переводы чисел в фибоначчьеву систему счисления.

1. Леона́рдо Пиза́нский (Фибо́наччи) – великий средневековый математик

1. 1. Биография

Кто такой Фибоначчи? Какой вклад он внес в развитие математики историю человечества? Познакомимся с его загадочной личностью.

Из предисловия автора к трактату «*Liber abaci*»:

«Отец мой, родом из Пизы, служил синдиком на таможне в Бужу, в Африке, куда он меня взял с собою для изучения искусства считать. Удивительное искусство считать при помощи только девяти индусских знаков мне так понравилось, что я непременно захотел познакомиться с тем, что известно об этом искусстве в Египте, Греции, Сирии, Сицилии и Провансе. Объехав все эти страны, я убедился, что индусская система счисления есть самая совершенная... Изучив основательно эту систему и все к ней относящееся, прибавив свои собственные исследования и почерпнутое из «Начал» Евклида, я решился написать это сочинение».

Леона́рдо Пиза́нский (лат. *Leonardo Pisano*, около 1170, Пиза — около 1250, там же) — первый крупный математик средневековой Европы. Наиболее известен под прозвищем Фибо́наччи (*Fibonacci*); существуют разные версии происхождения этого псевдонима. По одной из них, его отец Гильермо имел прозвище Боначчи («Благонамеренный»), а сам Леонардо прозывался *filius Bonacci* («сын Благонамеренного»). По другой, *Fibonacci* происходит от фразы *Figlio Buono Nato Ci*, что в переводе с итальянского означает «хороший сын родился».

Отец Фибоначчи по торговым делам часто бывал в Алжире, и Леонардо изучал там математику у арабских учителей. Позже посетил Египет, Сирию, Византию, Сицилию. Леонардо изучал труды математиков стран ислама (таких как ал-Хорезми и Абу Камил); по арабским переводам он ознакомился также с достижениями античных и индийских математиков. Усвоенные знания Фибоначчи написал ряд математических трактатов, представляющих собой выдающееся явление средневековой западноевропейской науки.

«Практика геометрии» (*Practica geometriae*, 1220), книга Фибоначчи, содержит разнообразные теоремы, относящиеся к измерительным методам. Наряду с классическими результатами Фибоначчи приводит свои собственные — например, первое доказательство того, что три медианы треугольника пересекаются в одной точке (Архимеду этот факт был известен, но если его доказательство и существовало, до нас оно не дошло).

В трактате «Цветок» (*Flos*, 1225) Фибоначчи исследовал кубическое уравнение $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$, предложенное ему Иоанном Палермским на математическом состязании при дворе императора Фридриха II. Сам Иоанн Палермский почти наверняка заимствовал

это уравнение из трактата Омара Хайяма «О доказательствах задач алгебры», где оно приводится как пример одного из видов в классификации кубических уравнений. Леонардо Пизанский исследовал это уравнение, показав, что его корень не может быть рациональным или же иметь вид одной из квадратичных иррациональностей, встречающихся в X книге Начал Евклида, а затем нашёл приближённое значение корня в шестидесятеричных дробях, равное $1;22,07,42,33,04,40$, не указывая, однако, способа своего решения.

«Книга квадратов» (Liber quadratorum, 1225), содержит ряд задач на решение неопределённых квадратных уравнений. В одной из задач, также предложенной Иоанном Палермским, требовалось найти рациональное квадратное число, которое, будучи увеличено или уменьшено на 5, вновь даёт рациональные квадратные числа.

1.2 Заслуги и достижения Леонардо Пизанского

Каково же было содержание написанной Фибоначчи книги-энциклопедии, в которой насчитывалось целых пятнадцать глав? Оказывается, в ней рассматривался весьма обширный круг вопросов:

индусская система нумерации;

правила действий над целыми числами;

дроби и смешанные числа;

разложение чисел на простые множители;

признаки делимости;

учение об иррациональных величинах;

способы приближенного вычисления квадратных и кубических корней;

свойства пропорции;

арифметическая и геометрическая прогрессии;

линейные уравнения и их системы.

Наконец, отдельная глава была посвящена квадратным уравнениям и геометрическим задачам на применение теоремы Пифагора.

Основную часть сведений автор кропотливо собирал, путешествуя по разным странам как купец, кое-что почерпнул из трудов Евклида (а по сути – из наследия античных математиков). Особую ценность представляло подробное изложение малоизвестной тогда в Европе индусской (десятичной) системы счисления и новых методов вычисления, позволявших заметно упростить всевозможные расчеты и успешно решать большой круг задач. В своем труде Леонардо упомянул о разных нумерациях, как известных у него на родине, так и использовавшихся в странах Востока, которые он посетил, и показал преимущества индусской системы счисления. А начинался трактат так:

«Девять индусских знаков суть следующие: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. С помощью этих знаков и знака 0, который называется по-арабски «сифр», можно написать какое угодно число».

Надо сказать, отдельные случаи использования этой системы встречались и ранее. С Востока ее привозили паломники, ученые, купцы, посланники и военные. Наиболее древний европейский манускрипт, в котором упоминаются придуманные индусами цифры, относится еще к концу X в. Однако десятичная система счисления очень медленно проникала в западные страны и получила там широкое распространение лишь в эпоху Возрождения.

Отметим также, что именно благодаря Фибоначчи европейцы познакомились с общими правилами решения квадратных уравнений, описанными в трактате аль-Хорезми.

Но Леонардо Пизанский был не только автором-составителем энциклопедии «Liber abaci». В ней математик отразил и результаты собственных научных изысканий. В частности, в этом труде он впервые:

сформулировал правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии;

рассмотрел возвратную последовательность, в которой каждое число, начиная с третьего, равно сумме двух предшествующих ему чисел;

ввел термин «частное» для обозначения результата деления;

описал способ приведения дробей к общему знаменателю с помощью нахождения наименьшего общего кратного знаменателей (более рациональный, чем использовали арабские математики).

Кроме того, Фибоначчи самостоятельно разработал ряд алгебраических приемов решения задач, исследовал некоторые уравнения высших степеней, сводящиеся к квадратным, и первым среди европейских ученых подошел к введению отрицательных чисел и их толкованию как долга, что по тем временам являлось огромным достижением.

2. Числа Фибоначчи

2.1. Последовательности Фибоначчи

В честь учёного назван числовой ряд, в котором каждое последующее число равно сумме двух предыдущих. Эта числовая последовательность носит название чисел Фибоначчи: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, 17711, 28657, 46368, 75025, 121393, 196418, 317811, 514229, 832040, ...

Этот ряд был известен ещё в Древней Индии задолго до Фибоначчи. Своё нынешнее название числа Фибоначчи получили благодаря исследованию свойств этих чисел, проведённому учёным в его труде «Книга абака» (1202).

Числа Фибоначчи — элементы числовой последовательности, ...

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, ...

.....в которой каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел. Название по имени средневекового математика Леонардо Пизанского. Иногда число 0 не рассматривается как член последовательности.

Более формально, последовательность чисел Фибоначчи $\{F_n\}$ задается линейным рекуррентным соотношением:

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad n \geq 2.$$

2.2 Происхождение

Последовательность Фибоначчи была хорошо известна в древней Индии, где она применялась в метрических науках (просодии, другими словами — стихосложении), намного раньше, чем она стала известна в Европе.

По дошедшим до нас памятникам архитектуры и образцам материальной культуры далеких эпох можно предположить о знании древними этих соотношений. Хотя обычно считается, что понятие золотого сечения ввел Пифагор (VI в. до н.э), но вполне возможно, что это знание более древнее и он позаимствовал эти знания у египтян или вавилонян. Пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов того времени, некоторых предметов быта и украшений, из гробницы Тутанхамона соответствуют соотношениям золотого сечения. Французский архитектор Ле Корбюзье нашел эти соответствия в пропорциях на рельефах изображающих фараонов, они присутствуют в фасаде храмового комплекса Парфенона. На древних рельефах из египетских гробниц люди держат в руках измерительные инструменты, в которых зафиксированы эти замечательные пропорции.

О золотом сечении знал Платон (IV в до н.э), это отношение упоминается в

"Началах" Евклида. После Евклида подобными исследованиями занимались Гипсикл (II в. до н.э.), Папп (III в. н.э.) и др. В средневековой Европе с ним познакомились по арабским переводам "Начал" Евклида. Переводчик Дж. Кампано из Наварры (III в.) сделал к переводу комментарии. Надо отметить, что в то время эти знания были тайными, тщательно оберегались от непосвященных и хранились в строгой тайне.

В эпоху Возрождения золотому сечению уделяли внимание Леонардо да Винчи, Альбрехт Дюрер и творец начертательной геометрии монах Лука Пачоли. Он нашел в нем "божественную суть" - выражение триединства Бога сына, Бога отца и Бога духа Святого. Подразумевалось, что малый отрезок - олицетворение Бога сына, больший отрезок - Бога отца, а все вместе дух Святой.

В последующие века изучение этой пропорции продолжались. В 1855 г. немецкий и профессор Цейзинг опубликовал труд "Эстетические исследования", где объявил пропорцию золотого сечения универсальным для всех явлений природы и искусства. На основании исследования размеров несколько тысяч человеческих тел он пришел к выводу, что оно выражает средний статистический закон и пропорции человеческого тела описываются отношениями членов ряда Фибоначчи. Это проявляется в отношении самых разных частей тела - длины плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д.

2.3 Свойства

Наибольший общий делитель двух чисел Фибоначчи равен числу Фибоначчи с индексом, равным наибольшему общему делителю индексов, т. е. $(F_m, F_n) = F_{(m,n)}$.
Следствия:

F_m делится на F_n тогда и только тогда, когда m делится на n (за исключением $n = 2$).
В частности, F_m делится на $F_3 = 2$ (то есть является чётным) только для $m = 3k$; F_m делится на $F_4 = 3$ только для $m = 4k$; F_m делится на $F_5 = 5$ только для $m = 5k$ и т. д.

F_m может быть простым только для простых m (с единственным исключением $m = 4$). Например, число $F_{13} = 233$ простое, и его индекс 13 также прост. Обратное не верно, наименьший контр пример — . Неизвестно, бесконечно ли множество чисел Фибоначчи, являющихся простыми.

Последовательность чисел Фибоначчи является частным случаем возвратной последовательности, её характеристический многочлен $x^2 - x - 1$ имеет корни φ и $-\frac{1}{\varphi}$.

Отношения являются подходящими дробями золотого сечения и, в частности, суммы биномиальных коэффициентов на диагоналях треугольника Паскаля являются числами Фибоначчи ввиду формулы

В 1964 году Дж. Кон (J. H. E. Cohn) доказал, что единственными точными квадратами среди чисел Фибоначчи являются числа Фибоначчи с индексами 0, 1, 2, 12:

$$F_0 = 0^2 = 0, F_1 = 1^2 = 1, F_2 = 1^2 = 1, F_{12} = 144 = 12^2.$$

Производящей функцией последовательности чисел Фибоначчи является:

Множество чисел Фибоначчи совпадает с множеством неотрицательных значений многочлена

$$z(x,y) = 2xy^4 + x^2y^3 - 2x^3y^2 - y^5 - x^4y + 2y,$$

на множестве неотрицательных целых чисел x и y .

Произведение и частное двух любых различных чисел Фибоначчи, отличных от единицы, никогда не является числом Фибоначчи.

Период чисел Фибоначчи по модулю натурального числа n называется периодом Пизано и обозначается $\pi(n)$. Периоды Пизано $\pi(n)$ образуют последовательность:

1, 3, 8, 6, 20, 24, 16, 12, 24, 60, 10, 24, 28, 48, 40, 24, 36, ... (последовательность A001175 в OEIS)

В частности, последние цифры чисел Фибоначчи образуют периодическую последовательность с периодом $\pi(10)=60$, последняя пара цифр чисел Фибоначчи образует последовательность с периодом $\pi(100)=300$, последние три цифры — с периодом $\pi(1000)=1500$, последние четыре — с периодом $\pi(10000)=15000$, последние пять — с периодом $\pi(100000)=150000$ и т. д.

Натуральное число N является числом Фибоначчи тогда и только тогда, когда $5N^2 + 4$ или $5N^2 - 4$ является квадратом.

Не существует арифметической прогрессии длиной больше 3, состоящей из чисел Фибоначчи.

Свойства последовательности Фибоначчи

1. Отношение каждого числа к последующему более и более стремится к 0.618 по увеличению порядкового номера. Отношение же каждого числа к предыдущему стремится к 1.618 (обратному к 0.618). Число 0.618 называют (ФИ).

2. При делении каждого числа на следующее за ним, через одно получается число 0.382; наоборот – соответственно 2.618.

3. Подбирая таким образом соотношения, получаем основной набор фибоначчиевских коэффициентов: ... 4.235, 2.618, 1.618, 0.618, 0.382, 0.236.

2.4 Ряд чисел Фибоначчи, описанных в виде загадки

Поместили пару кроликов в некоем замкнутом пространстве, чтобы узнать, сколько пар кроликов родится при этом в течение года (каждый месяц пара кроликов производит

на свет другую пару, а способность к производству потомства у них появляется по достижению двухмесячного возраста).

Получается бесконечная последовательность, где через запятую показано количество пар кроликов в каждом из 12 месяцев: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377...

Суть данной последовательности в том, что каждое следующее число является суммой двух предыдущих чисел.

Мес	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	---

Пар иков	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144
-------------	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	-----

Фибоначчи рассматривает развитие идеализированной (биологически нереальной) популяции кроликов, предполагая что:

В первом месяце имеется пара кроликов (1 новая пара).

Во втором месяце первая пара производит на свет другую пару (1 новая пара).

Во третьем месяце обе пары кроликов порождают другие пары и первая пара погибает (2 новые пары).

В четвертом месяце вторая пара и две новые пары порождают в общем три новые пары, а старая вторая пара погибает (3 новые пары).

Закономерным является тот факт, что каждая пара кроликов порождает ещё две пары на протяжении жизни, а затем погибает.

Пусть популяция за месяц n будет равна $F(n)$. В это время только те кролики, которые жили в месяце $n-2$, являются способными к размножению и производят потомков, тогда $F(n-2)$ пар прибавится к текущей популяции $F(n-1)$. Таким образом общее количество пар будет равно $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$.

Иными словами, число пар кроликов создает ряд, каждый член в котором — сумма двух предыдущих. Он известен как ряд Фибоначчи, а сами числа — числа Фибоначчи. Оказывается, эта последовательность имеет множество интересных с точки зрения математики свойств. Вот пример: вы можете разделить линию на два сегмента, так что соотношение между большим и меньшим сегментом будет пропорционально соотношению между всей линией и большим сегментом. Этот коэффициент пропорциональности, приблизительно равный 1,618, известен как золотое сечение. В эпоху Возрождения считалось, что именно эта пропорция, соблюденная в архитектурных

сооружениях, больше всего радует глаз. Если вы возьмете последовательные пары из ряда Фибоначчи и будете делить большее число из каждой пары на меньшее, ваш результат будет постепенно приближаться к золотому сечению.

2.5 Коэффициенты Фибоначчи

Данный ряд чисел стремится к неизменному соотношению. Однако, это соотношение представляет собой число с бесконечной последовательностью десятичных цифр в дробной части.

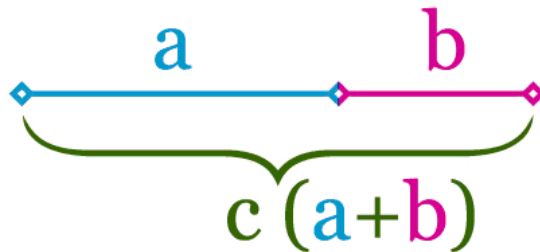
Отношение любого члена последовательности к предшествующему ему колеблется около числа 1,618. Отношение к следующему аналогично приближается к числу 0,618 (т.е. обратно пропорционально 1,618). Если делить элементы ряда Фибоначчи через одно, то получаются числа 2,618 и 0,382, которые также являются обратно пропорциональными.

3. Числа Фибоначчи в природе

3.1 Золотое сечение

Золотое сечение – это такое деление целого на две части, при котором отношение большего к меньшему равно отношению целого к большему (см. рис.2).

Если принять весь отрезок c за 1, то отрезок a будет равен 0,618, отрезок b - 0,382.



На рисунке можно видеть взаимосвязь между рядом чисел Фибоначчи и Золотым сечением. В построении данного рисунка главное, чтобы длина стороны каждого следующего квадрата равнялась сумме длин сторон двух предыдущих.

Если провести плавную линию через углы квадратов, то получается спираль Архимеда.

3.2 Золотое сечение в живой природе

С помощью биологических исследований 70-90 гг. было обнаружено, что всюду в природе выявляется золотая пропорция, которая характеризует соизмеримость их строения. Поэтому золотое сечение было признано всемирным законом живых систем.

Можно выделить два вида проявлений золотого сечения в живой природе.

Один из них – целочисленные отношения по Фибоначчи.

Было выявлено, что числовой ряд чисел Фибоначчи определяет строение многих живых систем.

Носители генетической информации - молекулы ДНК и РНК обладают устройством двойной спирали – размеры спирали почти точно соответствуют числам Фибоначчи.

Цветки и семена подсолнуха, ромашки, чешуйки в плодах ананаса, хвойных шишках располагаются по логарифмическим спиралям, причем надо заметить, что числа спиралей, находящихся справа, всегда относятся к спиралям, находящимся слева, как соседние числа ряда Фибоначчи.

Соотношение размеров грудной и брюшной части тела у большинства бабочек соответствует золотой пропорции. Когда ночная бабочка складывает крылья, то образует

равносторонний треугольник, но, однако, разводя крылья, можно увидеть тенденцию членения тела на 2, 3, 5, 8.

Отношение длины хвоста и корпуса у стрекозы равно отношению общей длины тела к длине хвоста.

Длина хвоста ящерицы относится к длине остального тела, как 62 к 38.

Еще одно проявление чисел Фибоначчи можно заметить, изучая соцветия сложноцветных растений:

Ирис - 3 лепестка

Примула - 5 лепестков

Амброзия полыннолистная - 13 лепестков

Нивяник обыкновенный - 34 лепестка

Астра - 55 и 89 лепестков

Число и расположение цветков в головке представителей сложноцветных растений – еще один хороший пример золотых чисел.

Закон золотого сечения можно увидеть в количественном членении человеческого тела.

Кисть включает 8 костей запястья, 5 пястных костей и кости 5 пальцев. Каждый палец, кроме большого, имеет по 3 фаланги. Таким образом, морфогенез кисти приближается к золотому сечению 1.618, так как $8/5=1.6$.

Некоторые скульпторы предполагают, что талия делит человеческое тело в отношении золотого сечения. Измерения нескольких тысяч человеческих тел помогли выявить, что для мужчин это отношение равно в среднем $13/8=1,6$, а для женщин составляет $8/5=1,6$.

Существует предположение, что ряд чисел Фибоначчи - это попытка природы приспособиться к совершенной логарифмической последовательности. Но в отличие от ряда чисел Фибоначчи природе необходимо какое-то определенное начало, т.к. она не может воссоздать что-либо из ничего.

4. Числа Фибоначчи в культуре и науке

4.1 Золотое сечение в музыке

У Аренского, Бетховена, Моцарта, Шопена и Шуберта золотые сечения были найдены в 90% всех произведений. По мнению одного русского ученого, золотое сечение приводит к чувству особой складности музыкального произведения.

4.2 Золотое сечение в астрономии

Немецкий астроном И. Тициус с помощью этого ряда чисел Фибоначчи выявил закономерность и порядок в расстояниях между планетами солнечной системы.

У всех девяти планет Солнечной системы отношения максимального и минимального радиусов орбит – целые степени числа золотого сечения.

4.3 Золотое сечение в архитектуре

Греки использовали золотое сечение при строительстве Парфенона. Парфенон имеет 8 колонн по коротким сторонам и 17 по длинным. Соотношение высоты здания к его длине равно 0,618. Если произвести деление Парфенона по «золотому сечению», то получаются выступы фасада.

Мексиканские пирамиды построены в соответствии с совершенными пропорциями золотого сечения. В первом ярусе 16 ступеней, во втором 42 ступени и в третьем - 68 ступеней:

$$16 \times 1.618 = 26$$

$$16 + 26 = 42$$

$$26 \times 1.618 = 42$$

$$42 + 26 = 68$$

Число $\Phi = 1.618$ заложено в пропорциях мексиканской пирамиды.

Пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.

4.4 Золотое сечение в живописи

В эпоху Возрождения искусствоведы заметили, что каждая картина имеет определенные точки, которые приковывают внимание. Таких точек всего четыре, и они делят величину изображения по горизонтали и вертикали в золотом сечении. Например, картина И.И. Шишкина "Сосновая роща". Сосна, стоящая на первом плане, делит картину

золотым сечением по горизонтали. Пригорок, находящийся справа от сосны, делит картину золотым сечением по вертикали. По мнению многих искусствоведов, использование в картине закона золотого сечения придает ей характер спокойствия.

4.5 Золотое сечение в литературе

Многими исследователями было замечено, что в стихотворения тоже существуют кульминационные пункты, которые делят стихотворение в пропорции золотого сечения. Например, стихотворение А.С. Пушкина "Сапожник". Данное стихотворение состоит из 13 строк. В нем выделяется две смысловые части: первая в 8 строк и вторая в 5.

Одно из последних стихотворений Пушкина "Не дорого ценю я громкие права..." состоит из 21 строки, и в нем выделяется две смысловые части: в 13 и 8 строк.

Знаменитое стихотворение Лермонтова "Бородино" делится на две части: вступление, обращенное к рассказчику и занимающее лишь одну строфу ("Скажите, дядя, ведь недаром..."), и главную часть, представляющее самостоятельное целое, которое распадается на две равносильные части. В первой из них описывается с нарастающим напряжением ожидание боя, во второй - сам с постепенным снижением напряжения к концу стихотворения. Граница между этими частями является кульминационной точкой произведения и приходится как раз на точку деления его золотым сечением.

5. Золотое сечение в технике

5.1 Фибоначчиева система счисления

На основе фибоначчиевой системы счисления составляется кодирование Фибоначчи – стандартный код для натуральных чисел, который использует последовательности битов. Для того, чтобы составить код Фибоначчи по записи числа в фибоначчиевой системе счисления надо написать цифры в обратном порядке и потом приписать в конце еще раз 1. Таким образом, кодовая последовательность имеет вид:

$\epsilon_2\epsilon_3\dots\epsilon_n1$, где n — номер самого старшего разряда с единицей.

5.2 Золотое сечение на бирже

На финансовых рынках числа Фибоначчи являются инструментом прогнозирования цели цены и расчета уровней закрытия убыточной позиции.

Например, коррекция тренда, согласно числу Фибоначчи 0.618, ожидается обычно на уровне 61.8% от предыдущего изменения цены, что позволяет инвестору разместить stop-loss чуть ниже этого уровня.

С другой стороны, если при откате рынка коррекция достигнет приблизительно уровня цели, а затем цена продолжает движение в прежнем направлении, то в типичной ситуации величина продолженного хода может составить 1.618.

5.3 Перевод чисел из десятичной системы счисления в фибоначчиеву.

К нетрадиционным системам счисления относят и фибоначчиеву систему счисления. Базисом фибоначчиевой системы является последовательность 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ..., т. е. идущие подряд числа Фибоначчи.

Принцип нахождения чисел Фибоначчи - каждое число, записанное в фибоначчиевой системе счисления, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих, т.е. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$.

Алфавитом этой системы счисления являются цифры 0 и 1.

Любое натуральное число можно представить в виде суммы нескольких членов последовательности Фибоначчи. Такое представление будет неоднозначным, но если наложить дополнительное условие, что в представлении нет двух соседних членов последовательности Фибоначчи, то представление становится единственным. Таким образом к фибоначчиевой СС от 10-й проще всего перейти последовательно вычитая из 10-го числа числа ряда Фибоначчи, начиная с заведомо большего чем 10-е число и записывая логическую характеристику результата этой операции в итоговый ряд. Если при вычитании из 10-го числа числа ряда Фибоначчи получается отрицательное значения — записываем «0» и продолжаем работать с этим же 10-м числом. Если положительное —

записываем «1» и далее уже работаем с полученной разностью. Все нули до первой единицы слева можно отбросить.

Пример. Покажем, как записывать числа в фибоначчиевой системе счисления:

$$37 = 34 + 3 = 1*34 + 0*21 + 0*13 + 0*8 + 0*5 + 1*3 + 0*2 + 0*1 = 10000100\text{Fib};$$

Деся- ая	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
---------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

Фиб- чиев	0	1	10	100	101	1000	1001	1010	1000	1000	1001	1010	1010	1000
----------------------	---	---	----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------	------	------

$$25 = 21 + 3 + 1 = 1*21 + 0*13 + 0*8 + 0*5 + 1*3 + 0*2 + 1*1 = 100101\text{Fib}.$$

Но если не вводить условие, что в представлении нет двух соседних членов последовательности Фибоначчи, то будут числа, которые можно записать несколькими способами.

$$3 = 11\text{Fib} = 100\text{Fib}$$

$$8 = 10000\text{Fib} = 1100\text{Fib} = 1011\text{Fib}$$

Это свойство фибоначчиевой системы счисления используют для борьбы с потерей информации при передаче ее по техническим каналам связи (создается избыточность информации), для кодирования информации (используется службами безопасности).

6. Практическая часть. Программы

6.1 Перевод чисел из десятичной системы счисления в фибоначчиеву.

```
program fibonacci;  
var x,s: longint; s1:string; i: byte;  
function fib(n: integer): longint;  
var n1,n2: longint; i: integer;  
begin  
    n1:=0;  
    n2:=1;  
    for i:=1 to n do begin  
        n2:=n2+n1;  
        n1:=n2-n1;  
    end;  
    fib:=n2;  
end;  
procedure fr(x,s:longint; i,g: byte; var st: string);  
var k: byte;  
begin  
    if i<>0 then begin  
        st[i]:='0';  
        fr(x,s,i-1,g,st);  
        st[i]:='1';  
        s:=s+fib(i);  
        fr(x,s,i-1,g,st);  
    end  
    else  
        if s=x then begin  
            for k:=g downto 1 do begin  
                write(st[k]);  
            end;  
            writeln;  
        end;  
end;  
begin  
    write('napishite chislo: ');
```

```

readln(x);
i:=0;
repeat
  i:=i+1;
until fib(i+1)>x;
s1:="";
s:=0;
fr(x,s,i,i,s1);
readln
end.

```

6.2 Поиск n-ого члена чисел ряда Фибоначчи.

1.

```

Program poisk_chisla;
var n1,n2,n: longint; i: integer;
begin
  writeln('vvedite chislo');
  readln(n);
  n1:=0;
  n2:=1;
  for i:=1 to n do begin
    n2:=n2+n1;
    n1:=n2-n1;
  end;
  writeln(n2);
  readln;
end.

```

2.

```

Program poisk_chisla2;
var n1,n2,n: longint; i: integer;
begin
  writeln('vvedite chislo');
  readln(n);
  i:=1;
  n1:=0;

```

```

n2:=1;
while (i<=n) do begin
    n2:=n2+n1;
    n1:=n2-n1;
    i:=i+1;
end;
writeln(n2);
readln;
end.

```

3.

```

Program poisk_chisla3;
var n1,n2,n: longint; i: integer;
begin
    writeln('vvedite chislo');
    readln(n);
    i:=1;
    n1:=0;
    n2:=1;
    repeat
        n2:=n2+n1;
        n1:=n2-n1;
        i:=i+1;
    until (i>n);
    writeln(n2);
    readln;
end.

```

Заключение

Работая над этой темой мы узнали много нового и интересного о самом Фибоначчи и о его последовательности.

Ряд чисел Фибоначчи имеет большое значение в нашем мире. В природе последовательности ряда Фибоначчи и свойство золотого сечения, которые характеризуют соизмеримость строения многих живых систем, выявляются практически везде. В культуре свойство золотой пропорции широко применялось и применяется сегодня, выражая гармоничность художественного произведения. В технике числа ряда Фибоначчи широко применяются для борьбы с потерей информации при передаче ее по техническим каналам связи, для кодирования информации.

Сам Фибоначчи занимает одно из первых мест в иерархии великих ученых и математиков, Возможно, он не так уж и известен, но своими исследованиями он внес огромный вклад в развитие математики и информатики.

Список использованной литературы:

Энциклопедия юного математика 1989

<http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%B8>

<http://elementy.ru/trefil/21136>

http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0_%D0%A4%D0%B8%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%B8

<http://www.genon.ru/GetAnswer.aspx?qid=e615b2cf-eee0-4a8e-a052-865cababb592>

<http://foto.mail.ru/community/otkroveniya.ru/738/743.html>

<http://matemonline.com/2010/09/nas-okruzhajyt-4isla-fibona44i/>- фильм

<http://geolady.livejournal.com/36792.html>- фильм

http://e-maxx.ru/algo/fibonacci_numbers

http://www.forekc.ru/953/index_7.htm

<http://www.xfibo.ru>

<http://n-t.ru/tp/iz/zs.htm>

<http://trader.snabvrn.ru/?tag=%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B0-%D1%84%D0%B8%D0%B1%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%87%D1%87%D0%B8>

http://www.forekc.ru/22/index_9.htm

<http://firstop.ru/forex/osnovnye-opredeleniya/chisla-fibonachchi>

<http://www.xfibo.ru/fibonachi/leonardo-pisano-fibonacci.htm>

История математики с древнейших времён до начала XIX столетия (под ред. А. П. Юшкевича), том II, М., Наука, 1972, стр.260-267.

Карпушина Н. «Liber abaci» Леонардо Фибоначчи, Математика в школе, № 4, 2008.

Щетников А. И. К реконструкции итерационного метода решения кубических уравнений в средневековой математике. Труды третьих Колмогоровских чтений. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2005, с. 332—340.

Яглом И. М. Итальянский купец Леонардо Фибоначчи и его кролики. // Квант, 1984. № 7. С. 15-17.

Glushkov S. On approximation methods of Leonardo Fibonacci. Historia Mathematica, 3, 1976, p. 291—296.

Sigler, L. E. Fibonacci's Liber Abaci, Leonardo Pisano's Book of Calculations" Springer. New York, 2002, ISBN 0-387-4073

Карпушина Н. М. «Liberabaci» Леонардо Фибоначчи, Математика в школе, № 4, 2008 г.
<http://n-t.ru/tp/in/la.htm>

А. П. Стахов. Две знаменитые задачи Фибоначчи
http://www.goldenmuseum.com/1001TwoProblems_rus.html
<http://festival.1september.ru/articles/550322/>
<http://it-profit.ru/algorithmyi-perevoda-chisel-v-razlichnyie-sistemyi-schisleniya-i-ih-realizatsiya-na-php/>

Рис.1

Таблица. Загадка Фибоначчи о кроликах

Рис.2

Таблица. Числа в Фибоначчиевой и десятичной системах