Correction de l'épreuve de Physique 1 (PC/PSI) de l'école de l'AIR . Concours 2004

Partie I : les équations de base

1) a) $d\varphi = dy\,dz\,(C_x(x+dx,y,z) - C_x(x,y,z)) + dx\,dz\,(C_y(x,y+dy,z) - C_y(x,y,z)) + dx\,dy\,(C_z(x,y,z+dz) - C_z(x,y,z))$

$d\varphi = dx\,dy\,dz\left(\frac{\partial C_x}{\partial x} + \frac{\partial C_y}{\partial y} + \frac{\partial C_z}{\partial z}\right) = \mathrm{div}(\vec{C})\,d\tau$

Le flux sortant d'une surface fermée apparaît comme étant l'intégrale triple sur le volume de la divergence du champ. (théorème de Green Ostrogradski).

b) $\mathrm{div}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ (Le flux du vecteur champ électrique à travers une surface fermée est égal au produit par $1/\varepsilon_0$ de la somme des charges enfermées.)

Le champ électrique diverge à partir des sources de champ c'est un champ polaire. Les monopôle électriques existent.

c) $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$. Le flux du champ magnétique sortant d'une surface fermée est nulle. Il n'existe pas de monopôle magnétique, $\vec{B}$ est à flux conservatif.

2) a) $\delta C = dy\,(C_y(x,y,z) - C_y(x,y,z+dz)) + dz\,(C_z(x,y+dy,z) - C_z(x,y,z)) = dy.dz\left(\frac{\partial C_z}{\partial y} - \frac{\partial C_y}{\partial z}\right)$

avec les autres composantes on trouve $\delta C = \vec{rot}(\vec{B}).\vec{dS}$ pour une courbe fermée la circulation de $\vec{B}$ est égale au flux de son rotationnel à travers une surface s'appuyant sur la courbe considérée (Théorème de Stockes) .

b) $\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0\left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right)$ en magnétostatique $\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j}$ les lignes de champ vont s'enrouler autour des courants. $\vec{j}$ et $\vec{E}$ étant des vecteurs polaires $\vec{B}$ est un « pseudovecteur » (vecteur axial)

On retrouve le théorème d'Ampère de la magnétostatique : la circulation du champ le long d'un contour fermé est égal à μ_0 fois l'intensité enlacée.

c) $\vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Il s'agit de la loi de Faraday la circulation du champ électrique le long d'une courbe fermé est égale à la dérivée par rapport au temps du flux de $\vec{B}$.

3) Equation de l'onde dans le vide :

a) Dans le vide $\mathrm{div}\,\vec{E} = 0$ $\quad \vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$\vec{rot}(\vec{rot}(\vec{E})) = -\frac{\partial(\vec{rot}\vec{B})}{\partial t} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2(\vec{E})}{\partial t^2}$ or $\vec{\mathrm{rot}}(\vec{\mathrm{rot}}(\vec{\mathrm{E}})) = \vec{\mathrm{grad}}\,(\mathrm{div}\vec{\mathrm{E}}) - \Delta\vec{\mathrm{E}}$ et $\mathrm{div}\,\vec{E} = 0$

donc $\Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2(\vec{E})}{\partial t^2} = \vec{0}$ qui est l'équation de propagation du champ électrique.

On obtient de la même manière l'équation de propagation du champ magnétique.

b) $c^2 = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}$ écrire l'équation aux dimensions pourμ_0 et ε_0.

c) C a la même valeur dans tous les référentiels galiléens

La loi de composition des vitesses de Galilée n'est pas valable.

Théorie qui a émergé : la mécanique relativiste.

d) Elle est plan : même valeur en tout point d'un plan. Par conséquent elle ne va pas s'atténuer.

Elle est monochromatique = sinusoïdale. Donc elle dure éternellement.
Une onde réelle peut être localement considérée comme une OPPM (domaine de l'espace réduit).

4) Equation d'onde dans un milieu diélectrique.

a) $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ $\quad \vec{j}_{liée} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ $\quad div(\vec{P}) = -\rho_{liée}$ $\quad$ d'où $\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$

b) $\text{div}\ \vec{B} = 0$ $\quad \vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\quad \text{div}\ \vec{D} = \rho$ $\quad \vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$

Le flux de $\vec{D}$ à travers une surface fermé est égal à la charge enfermée.

c) $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E}$ $\quad \vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\quad \vec{rot}(\vec{rot}(\vec{E})) = -\frac{\partial \vec{rot}\vec{B}}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}$

$\Delta \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 (\vec{E})}{\partial t^2} = \vec{0}$ $\quad \Delta \vec{D} - \mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\partial^2 (\vec{D})}{\partial t^2} = \vec{0}$ $\quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon_r}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

$n = \frac{c}{v}$ d'où $n = \sqrt{\varepsilon_r}$

d) div $\vec{D} = 0$ en utilisant la notation complexe on montre que $\vec{D}$ est perpendiculaire à la direction de propagation.

$k^2 = \frac{\omega^2}{v^2} = \frac{\omega^2}{c^2} n^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_r$ $\quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{\omega}{c} n = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_r} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n$

e) Dans le cas d'un indice complexe la partie imaginaire correspond à une absorption.

Partie II conditions de passage dans un milieu diélectrique.

1) Généralités

a) Du fait de la symétrie la direction de propagation des ondes réfléchies et transmises sont dans le même plan que la normale et la direction de propagation de l'onde incidente (plan d'incidence). Le problème est invariant par translation le long de l'axe des x et de l'axe des z.
Les invariances permettent de justifier que les ondes sont planes.

b) Continuité de la composante normale de $\vec{B}$ (div $\vec{B} = 0$)

Disontinuité de la composante normale de $\vec{D}$ (div $\vec{D} = \rho$) la discontinuité vaut σ

Continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$ ($\vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$)

Discontinuité de la composante tangentielle de $\vec{B}$ $\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})$ $\quad \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}$

Dans le cas où il n'y a pas de courants ni de charges surfaciques on a : continuité de la composante normale de $\vec{B}$ Continuité de la composante normale de $\vec{D}$, continuité de la composante tangentielle de $\vec{B}$, continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$.

2 Ondes s

a) $\vec{k}_i = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0}(\sin(i_i)\vec{e}_x - \cos(i_i)\vec{e}_y)$

b) En utilisant la relation $\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ on en déduit $-j\vec{k}_i \wedge \underline{\vec{E}} = -j\omega \underline{\vec{B}}$ d'où

$$\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}_i \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega} = -\frac{n_1 E_0 \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_i.\vec{r})]}{c}(\cos(i_i)\vec{e}_x + \sin(i_i)\vec{e}_y)$$

c) $\vec{k}_r = \frac{2\pi n_1}{\lambda_0}(-\sin(i_r)\vec{e}_x + \cos(i_r)\vec{e}_y)$ $\qquad \vec{E}_r = \mathrm{E}_{0r}\cos(\omega t - \vec{k}_r.\vec{r} + \phi_r).\vec{e}_z$.

$$\underline{\vec{B}_r} = \frac{\vec{k}_r \wedge \underline{\vec{E}_r}}{\omega} = \frac{n_1 E_{0r} \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_r.\vec{r} + \varphi_r)]}{c}(\cos(i_r)\vec{e}_x + \sin(i_r)\vec{e}_y)$$

d) $\vec{k}_t = \frac{2\pi n_2}{\lambda_0}(+\sin(i_t)\vec{e}_x - \cos(i_t)\vec{e}_y)$ $\qquad \vec{E}_t = \mathrm{E}_{0t}\cos(\omega t - \vec{k}_t.\vec{r} + \phi_t).\vec{e}_z$.

$$\underline{\vec{B}_t} = \frac{\vec{k}_t \wedge \underline{\vec{E}_t}}{\omega} = -\frac{n_2 E_{0t} \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_t.\vec{r} + \varphi_t)]}{c}(\cos(i_t)\vec{e}_x + \sin(i_t)\vec{e}_y)$$

e) Conditions de passage

Continuité de la composante tangentielle de $\vec{E}$:

$$E_0 \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_i.\vec{r}_0)] + E_{0r} \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_r.\vec{r}_0 + \varphi_r)] = E_{0t} \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_t.\vec{r}_0 + \varphi_t)]$$

avec $\vec{r}_0$ vecteur du plan (Oxz)

Continuité de la composante tangentielle et de la composante normale de $\vec{B}$

$$-\frac{n_1 E_0 \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_i.\vec{r}_0)]}{c}(\cos(i_i)\vec{e}_x + \sin(i_i)\vec{e}_y) + \frac{n_1 E_{0r} \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_r.\vec{r}_0 + \varphi_r)]}{c}(\cos(i_r)\vec{e}_x + \sin(i_r)\vec{e}_y) =$$

$$-\frac{n_2 E_{0t} \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_t.\vec{r}_0 + \varphi_t)]}{c}(\cos(i_t)\vec{e}_x + \sin(i_t)\vec{e}_y)$$

soit pour la composante suivant $\vec{e}_x$

$$-\frac{n_1 E_0 \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_i.\vec{r}_0)]}{c}\cos(i_i) + \frac{n_1 E_{0r} \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_r.\vec{r}_0 + \varphi_r)]}{c}\cos(i_r) =$$

$$-\frac{n_2 E_{0t} \ \exp[\, j(\omega t \ - \ \vec{k}_t.\vec{r}_0 + \varphi_t)]}{c}\cos(i_t)$$

Une quelconque de ces relations permet d'écrire $\vec{k}_i.\vec{r}_0 = \vec{k}_r.\vec{r}_0 = \vec{k}_t.\vec{r}_0$ soit les lois de Descartes pour la réflexion et la réfraction : le plan d'incidence le plan de réflexion et le plan de réfraction sont confondus

$$i_r = -i_i \qquad \text{et} \qquad n_1 \sin i_i = n_2 \sin i_t$$

les relations deviennent alors

$$E_0 + \underline{E}_{0r} = \underline{E}_{0t} \qquad \text{et} \qquad -n_1\cos(i_i)E_0 + n_1\cos(i_i)\underline{E}_{0r} = -n_2\cos(i_t)\underline{E}_{0t}$$ l'autre relation n'étant pas indépendante.

f) $1 + \underline{r} = \underline{t}$ $\qquad -n_1\cos(i_i) + n_1\cos(i_i)\underline{r} = n_2\cos(i_t)\underline{t}$ $\qquad$ d'où $-n_1\cos(i_i) + n_1\cos(i_i)(\underline{t} - 1) = -n_2\cos(i_t)\underline{t}$

et $\underline{t} = \frac{2n_1\cos(i_i)}{n_1\cos(i_i) + n_2\cos(i_t)}$ $\qquad$ et $\qquad \underline{r} = \frac{n_1\cos(i_i) - n_2\cos(i_t)}{n_1\cos(i_i) + n_2\cos(i_t)}$

$\underline{r}$ s'annule si $n_1\cos(i_i) = n_2\cos(i_t)$ avec $n_1 \sin i_i = n_2 \sin i_t$ en faisant le rapport $\tan i_i = \tan i_t$ donc $i_i = i_t\,[\pi]$ c'est à dire qu'il n'y aurait pas de changement de milieu. Donc $\underline{r}$ ne peut s'annuler toutes les grandeurs intervenant dans $\underline{r}$ sont réelles donc $\underline{r}$ est réel.

R= $\underline{r}^2 = \dfrac{n_1^2\cos^2(i_i) - 2n_1n_2\cos(i_i)\cos(i_t) + n_2^2\cos^2(i_t)}{n_1^2\cos^2(i_i) + 2n_1n_2\cos(i_i)\cos(i_t) + n_2^2\cos^2(i_t)}$ R=

$$\frac{n_1^2\cos^2(i_i) - 2n_1n_2\cos(i_i)\sqrt{(1-\sin^2(i_t))} + n_2^2(1-\sin^2(i_t))}{n_1^2\cos^2(i_i) + 2n_1n_2\cos(i_i)\sqrt{(1-\sin^2(i_t))} + n_2^2(1-\sin^2(i_t))}$$

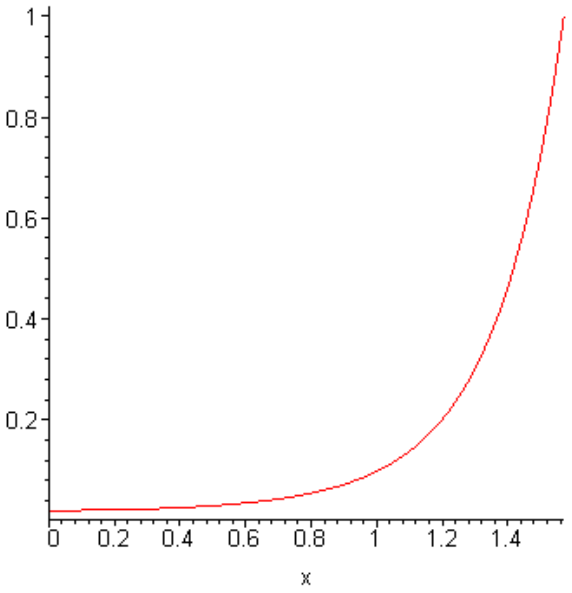
R=

$$\frac{n_1^2\cos^2(i_i) - 2n_1\cos(i_i)\sqrt{(n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_i))} + n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_i))}{n_1^2\cos^2(i_i) + 2n_1\cos(i_i)\sqrt{(n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_1))} + n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_i))}$$

R= $\dfrac{n_2^2 + n_1^2\cos(2i_i) - 2n_1\cos(i_i)\sqrt{(n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_i))}}{n_2^2 + n_1^2\cos(2i_i) + 2n_1\cos(i_i)\sqrt{(n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_1))}}$

R représente le coefficient de réflexion énergétique.

AN : $\dfrac{1,77 + \cos(2i_i) - 2\cos(i_i)\sqrt{(1,77 - \sin^2(i_i))}}{1,77 + \cos(2i_i) + 2\cos(i_i)\sqrt{(1,77 - \sin^2(i_1))}}$

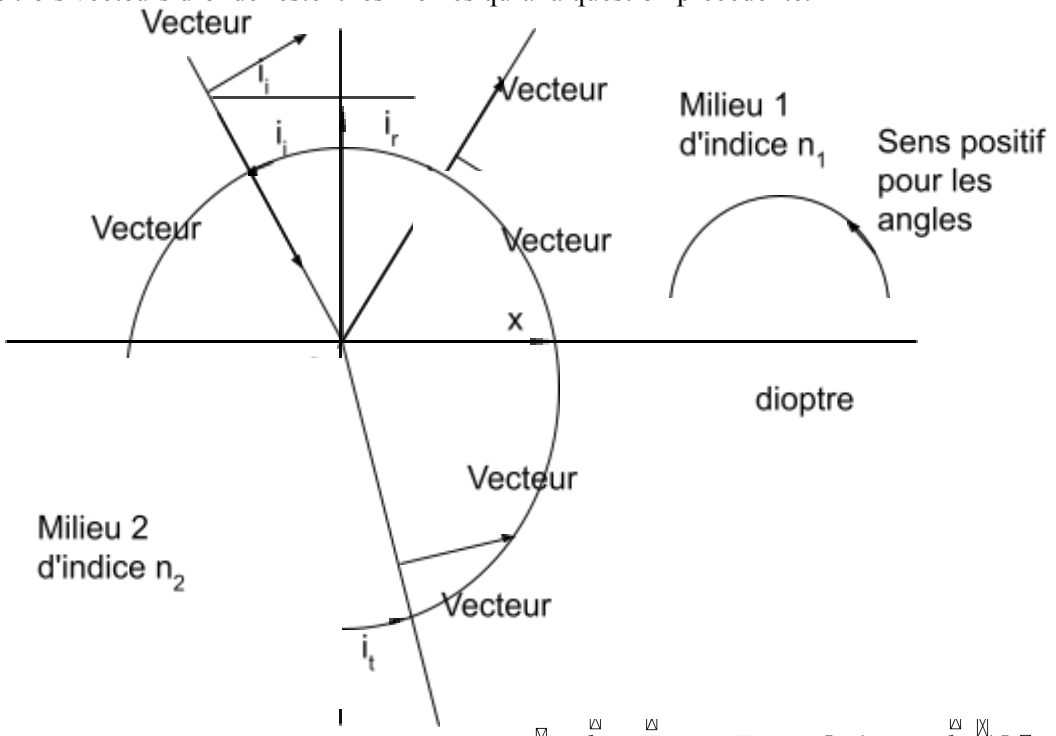


On constate que le coefficient de réflexion est faible pour les incidences faibles et pratiquement égal à sa valeur pouri=0. Bien sûr qu'il ne s'annule pas. Il vaut 1 pour l'incidence rasante (pas d'angle limite)

3) Onde p

a) les trois vecteurs d'onde restent les mêmes qu'à la question précédente.

b)



$\vec{e} = \cos(i_i)\vec{e}_x + \sin(i_i)\vec{e}_y$ $\qquad \underline{\vec{B}} = \dfrac{\vec{k}_i \wedge \underline{\vec{E}}_i}{\omega} = \dfrac{n_1 E_0 \exp[\,j(\omega t - \vec{k}_i.\vec{r})]}{c}\vec{e}_z$

c) $n_1\cos(i_t) = n_2\cos(i_i)$ et $n_1\sin i_i = n_2\sin i_t$ faisons le produit $\sin(i_t)\cos(i_t) = \sin(i_i)\cos(i_i)$

soit $\sin(2i_t) = \sin(2i_i)$ d'où $2i_t = 2i_i\,[2\pi]$ ou

$2i_t = \pi - 2i_i\,[2\pi]$



$i_t = i_i\,[\pi]$ ou $i_t = \frac{\pi}{2} - i_i\,[\pi]$ i_t et i_i sont complémentaires, en remplaçant dans $n_1 \sin i_i = n_2 \sin i_t$ on obtient:

$\tan(i_B) = \frac{n_2}{n_1}$ A.N. $\tan(i_B) = 1,33$ d'où $i_B = 53°$

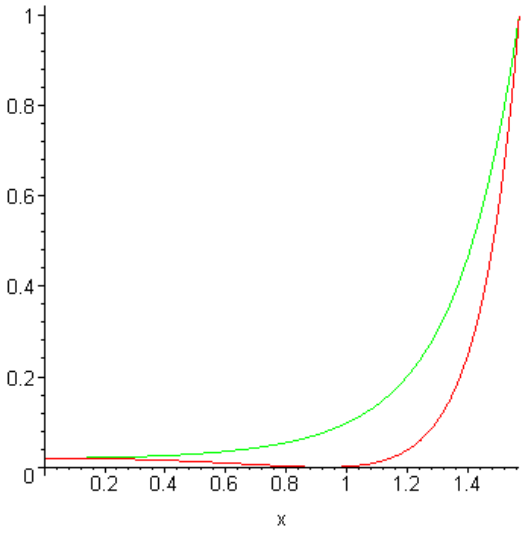
A l'incidence brewsterienne ϕ_t change de π, le coefficient de réflexion d'abord négatif devient positif.

R= $\underline{r}^2 = \dfrac{n_2^2\cos^2(i_i) - 2n_1n_2\cos(i_i)\cos(i_t) + n_1^2\cos^2(i_t)}{n_2^2\cos^2(i_i) + 2n_1n_2\cos(i_i)\cos(i_t) + n_1^2\cos^2(i_t)}$ R=

$$\frac{n_2^2\cos^2(i_i) - 2n_1n_2\cos(i_i)\sqrt{(1-\sin^2(i_t))} + n_1^2(1-\sin^2(i_t))}{n_2^2\cos^2(i_i) + 2n_1n_2\cos(i_i)\sqrt{(1-\sin^2(i_t))} + n_1^2(1-\sin^2(i_t))}$$

$$\text{R=}\quad \frac{n_2^2\cos^2(i_i) - 2n_1\cos(i_i)\sqrt{(n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_i))} + n_1^2 - \frac{n_1^4}{n_2^2}\sin^2(i_i))}{n_2^2\cos^2(i_i) + 2n_1\cos(i_i)\sqrt{(n_2^2 - n_1^2\sin^2(i_1))} + n_1^2 - \frac{n_1^4}{n_2^2}\sin^2(i_i))}$$

$$\text{R=}\quad \frac{1,77\cos(i_i) - 2\cos(i_i)\sqrt{(1,77 - \sin^2(i_i))} + 1 - \frac{1}{1,77}\sin^2(i_i)}{1,77\cos(i_i) + 2\cos(i_i)\sqrt{(1,77 - \sin^2(i_i))} + 1 - \frac{1}{1,77}\sin^2(i_i)}$$



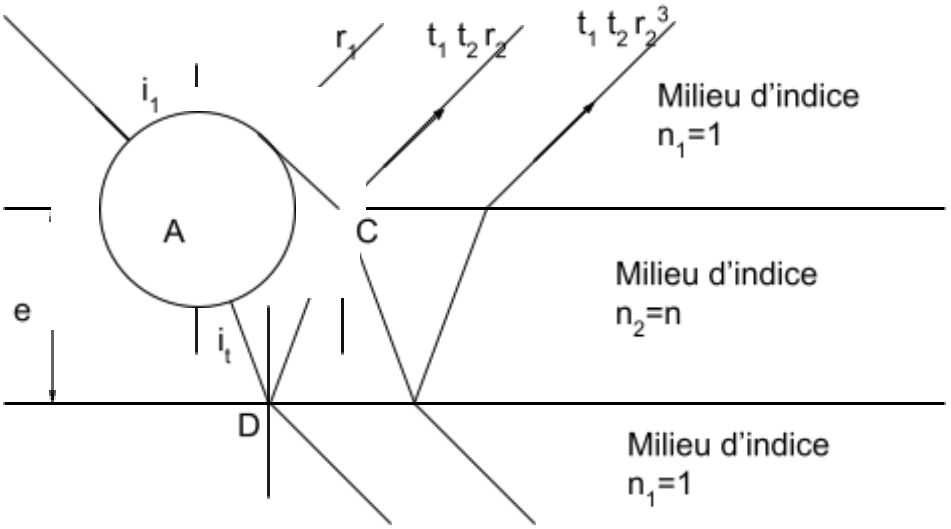
On remarque que la courbe s'annule pour i_i= 53° = 0,92 rad. le coefficient de réflexion reste faible pour les angles d'incidence faibles

d) au voisinage de iB le coefficient de réflexion s'annule pour la composante dans le plan d'incidence et ne s'annule pas pour la composante perpendiculaire. La lumière émergente sera donc polarisée rectilignement suivant l'axe des z.

En tournant le polariseur on observera une direction de celui-ci pour laquelle plus rien ne passe.

On peut toujours mettre un polariseur devant son objectif. Cela aura au moins un effet sur le bleu du ciel et faire des photos de bâtiments éclairés sous incidence brewstérienne.

Partie III Une origine de la couleur des papillons.



La différence de marche est égale à δ= $2[\mathrm{AD}]-[\mathrm{AB}]$ =

$$\frac{2ne}{\cos(i_t)} - 2e\tan(i_t)\sin(i_i) = 2ne\frac{1-\sin^2(i_t)}{\cos(i_t)} = 2ne\cos(i_t)$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}2ne\cos(i_t)$$

b) $\underline{s}_{\infty}$= a exp(jωt)(r_1+ t_1 t_2 r_2 exp(-jϕ) + t_1 t_2 r_2^3 exp(-j2ϕ) + t_1 t_2 r_2^5 exp(-j3ϕ) +…)

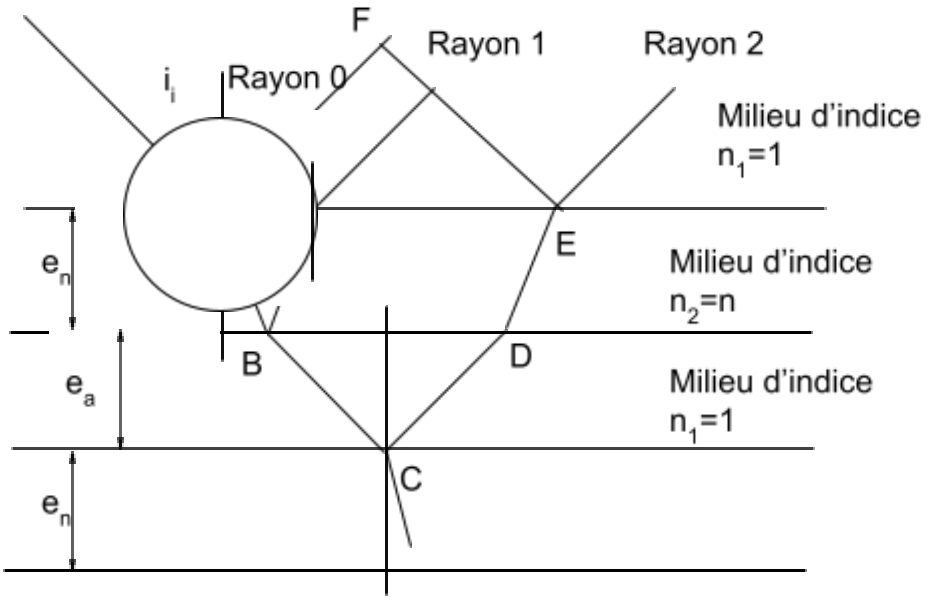
$\underline{s}_{\infty 1}$= a exp(jωt)(r_1+ t_1 t_2 r_2 $\exp(-j\varphi)\sum_{k=0}^{\infty} r_2^{2k}\exp(-j(k)\varphi)$)

c) On remarque que les coefficients changent de signe aussi bien pour l'onde s que pour l'onde p

$\underline{s}_{\infty 1}$= a exp(jωt)(r_1+ t_1 t_2 r_2 $\exp(-j\varphi)\frac{1}{1-r_2^2\exp(-j\varphi)}$) pour n=1,5 incidence≈0 $\underline{r}^2 \approx (\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2})^2 = (\frac{0,5}{2,5})^2 = 0,04$

La somme étant proche de 1 il ne reste que les 2 premiers termes (le facteur multiplicatif du 2e vaut pratiquement 1)

2) modèle à plusieurs couches



δ'= $2[\mathrm{AB}]+2[BC]-[\mathrm{AF}]-\delta$ =

$$\frac{2ne_n}{\cos(i_t)} + \frac{2e_a}{\cos(i_i)} - 2(e_n\tan(i_t) + e_a\tan(i_i))\sin(i_i) - \delta = 2e_a\frac{1-\sin^2(i_i)}{\cos(i_i)} = 2e_a\cos(i_i)$$

b) Disons si m est pair : m(δ+δ')/2 et si m est impair : ((m+1)δ+(m-1)δ')/2

c) Soit $\varphi' = \frac{2\pi}{\lambda_0}(\delta') = \frac{2\pi}{\lambda_0}2e_a\cos(i_i)$

$\underline{s}_{\infty 2}$= s(r_1+ t_1 t_2 r_2 exp(-jϕ) + t_1^2 t_2^2 r_1 exp(-j(ϕ+ϕ') + t_1^3 t_2^3 r_2 exp(-j(2ϕ+ϕ') + t_1^4 t_2^4 r_1 exp(-j(2ϕ +2ϕ') +…)

$\underline{s}_{\infty 2}$= a exp(jωt)(r_1 $\sum_{k=0}^{\infty}(t_1t_2)^{2k}\exp(-jk(\varphi+\varphi'))$ + t_1 t_2 r_2 $\exp(-j\varphi)\sum_{k=0}^{\infty}(t_1t_2)^{2k}\exp(-jk(\varphi+\varphi'))$)

$\underline{s}_{\infty 2}$= a exp(jωt)(r_1+ t_1 t_2 r_2 $\exp(-j\varphi))\sum_{k=0}^{\infty}(t_1t_2)^{2k}\exp(-jk(\varphi+\varphi'))$ =

$\underline{s}_{\infty 2}$= a exp(jωt)(r_1+ t_1 t_2 r_2 $\exp(-j\varphi)$) ($\frac{1}{1-(t_1t_2)^2\exp(-j(\varphi+\varphi'))}$)

3) Contraste et luminosité

Si : e_a = n.e_n alors δ=δ' ϕ=ϕ' on a r_1= - r_2

$\underline{s}_{\infty 2}$= a exp(jωt)(r_1)(1 - t_1 t_2 $\exp(-j\varphi)$) ($\frac{1}{1-(t_1t_2\exp(-j\varphi))^2}$)= $\frac{ar_1\exp(j\omega t)}{1+t_1t_2\exp(-j\varphi)}$

b) On prend pour l'intensité le module au carré de l'expression précédente.

I_2= $\frac{(ar_1)^2}{(1-t_1t_2\cos\varphi)^2+(t_1t_2\sin\varphi)^2}=\frac{(ar_1)^2}{1+t_1^2t_2^2-2t_1t_2\cos\varphi}$

Le maximum d'éclairement sera pour ϕ = 0 [2π] alors I_{2max}= $\frac{(ar_1)^2}{(1-t_1t_2)^2}$

et le minimum pour ϕ = π [2π]alors I_{2min}= $\frac{(ar_1)^2}{(1+t_1t_2)^2}$

Pour $\underline{s}_{\infty 1}$= a exp(jωt)(r_1+ t_1 t_2 $r_2$exp(- jϕ)) = a exp(jωt)(r_1)(1+ t_1 t_2 cosϕ - j t_1 t_2 sinϕ)

I_1 =a^2 (r_1^2)(1+t_1^2 t_2^2+2 t_1 t_2 cosϕ)

Le maximum d'éclairement sera pour ϕ = 0 [2π] alors I_{1max}= $(ar_1)^2(1+t_1t_2)^2$

et le minimum pour ϕ = π [2π]alors I_{1min}= $(ar_1)^2(1-t_1t_2)^2$

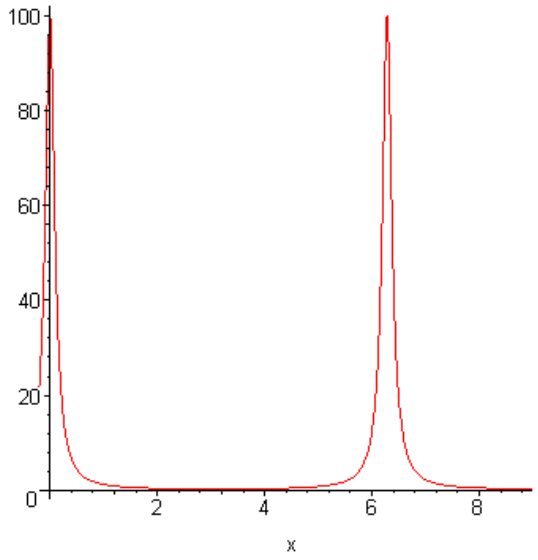
le phénomène est beaucoup plus lumineux dans le cas des multicouches du fait de la présence du dénominateur. t_1 t_2 pouvant être très proche de 1.

c) Les contrastes valent : C_1 = $\frac{(1+t_1t_2)^2-(1-t_1t_2)^2}{(1+t_1t_2)^2+(1-t_1t_2)^2}=\frac{2t_1t_2}{1+t_1^2t_2^2}$

et C_2 = $\frac{\frac{(ar_1)^2}{(1-t_1t_2)^2}-\frac{(ar_1)^2}{(1+t_1t_2)^2}}{\frac{(ar_1)^2}{(1-t_1t_2)^2}+\frac{(ar_1)^2}{(1+t_1t_2)^2}}=\frac{(1+t_1t_2)^2-(1-t_1t_2)^2}{(1+t_1t_2)^2+(1-t_1t_2)^2}=\frac{2t_1t_2}{1+t_1^2t_2^2}$

Les contrastes sont les mêmes.

d) En représentant avec t_1 t_2=0,9 I_2 en fonction de ϕ on obtient la courbe ci contre qui nous indique que pour certaines valeurs de ϕ l'intensité devient très importante et qu'elle est nulle pour d'autres.



Or $\varphi=\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta=\frac{2\pi}{\lambda_0}2ne\cos(i_t)$ donc pour n, e, i_t donnés le maximum obtenu pour la valeur de ϕ calculée (2π) correspond à une valeur de λ_0

La couleur dépend de l'inclinaison et de l'épaisseur des couches.

4) Dispersion polarisation.

a) On doit avoir ϕ = 2π = 4πne /λ_0 d'où λ_0 = 2ne soit une épaisseur optique égale à λ_0/2 = 300 nm et une épaisseur égale à λ_0/2n = 200 nm.

b) En incidence normale il n'y a pas de modification de la polarisation (pas de direction privilégiée).
c) Dans le cas de l'écaille schématisée, l'incidence varie suivant la partie de l'écaille touchée, il y a donc dispersion.

d) Sous l'incidence i_B la différence de marche vaut $2ne\cos(i_t) = \lambda_B$ d'où $\lambda_B = \lambda_0\cos(i_t)$

$\sin(i_B) = n\sin(i_t)$ $\quad\lambda_B = \lambda_0\cos\left(\arcsin\left(\frac{\sin(i_B)}{n}\right)\right)$ = 507 nm coloration dans les bleus.

La lumière réfléchie sera polarisée.

e) En prenant une différence de marche égale à 2 λ on obtient une longueur d'onde égale à 254 nm située dans l'ultraviolet. Pour l'incidence la plus favorable(normale) la longueur d'onde obtenue est de 300 nm située dans l'ultraviolet.
f) Dans ce cas plusieurs radiations seront favorisées et la lumière réfléchie apparaîtra blanche.
Il n'y aura pas d'irisations.
g) Ils modifient leur couleur.
h) Phénomène de diffraction par des réseaux. Spectroscope à réseau.

FIN