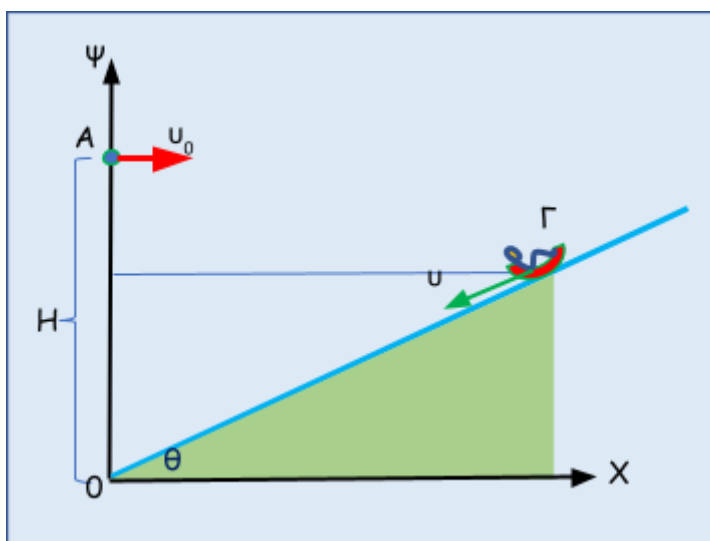


Ο Θαναθάκης γλίστρησε... άκρηηηη!

Φαντασθείτε ότι βρισκόμαστε σε ένα φανταστικό κέντρο με κεκλιμένες πίστες και τη στιγμή $t=0$ ο Θαναθάκης πάνω στο board (σανίδα) συνολικής μάζας $M=40\text{ Kg}$ ολισθαίνοντας με σταθερή ταχύτητα $u=4\text{ m/s}$, περνά από σημείο Γ μιας επίπεδης κεκλιμένης πίστας γωνίας κλίσης θ , ενώ την ίδια στιγμή από σημείο A σε ύψος $H=75\text{ m}$ βάλλεται οριζόντια μια μπάλα από ελαστικό, μάζας $m=10\text{ Kg}$ με $u_0=10\sqrt{3}\text{ m/s}$, η οποία πέφτει με διεύθυνση κάθετη στην κεκλιμένη πίστα, στην αγκαλιά του Θαναθάκη ο



οποίος ακαριαία την αγκαλιάζει και συνεχίζει την κάθοδο στην πίστα. Υπ' όψη ότι στο κατακόρυφο επίπεδο κίνησης της μπάλας βρίσκεται και η τροχιά καθόδου του Θαναθάκη.



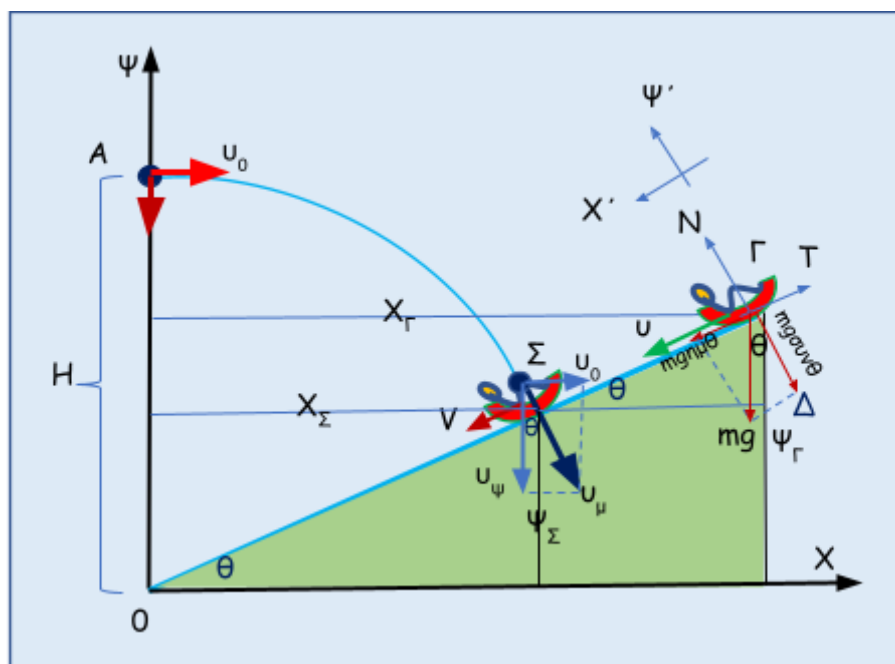
- 1) Να προσδιορίσετε τη θέση στην οποία ο Θαναθάκης αγκαλιάζει την μπάλα ως προς το ορθογώνιο σύστημα $XO\psi$ που βλέπετε στο δοθέν σχήμα.
- 2) Ποια η γωνία κλίσης θ και ποιος ο συντελεστής τριβής.
- 3) Να προσδιορίσετε τη θέση Γ .
- 4) α) Ποια η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά το αγκάλιασμα της μπάλας από το Θαναθάκη.
β) Ο Θαναθάκης με τη μπάλα αγκαλιά θα συνεχίσει να κατεβαίνει με σταθερή την ταχύτητα που βρήκατε προηγουμένως;
Δίδεται η $g=10\text{ m/s}^2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- 1) Έστω ότι η μπάλα φτάνει στην αγκαλιά του Θαναθάκη στη θέση Σ με ταχύτητα u_μ κάθετη στο κεκλιμένο. Αναλύουμε την ταχύτητα της μπάλας στις συνιστώσες $u_x=u_0$ και u_ψ . Η γωνία μεταξύ u_μ και u_ψ είναι ίση με την γωνία κλίσης θ του κεκλιμένου (πλευρές κάθετες)

Για

την



οριζόντια βολή ισχύουν: $X = v_0 t$ (1) και $\psi = H - \frac{1}{2} g t^2$ (2)

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_0}{v_\psi} = \frac{\psi_\Sigma}{X_\Sigma} \Rightarrow \frac{v_0}{g \cdot \chi} = \frac{H - \frac{1}{2} g t^2}{v_0 \cdot \chi} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g} - \frac{2v_0^2}{g^2}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 75}{10} - \frac{2 \cdot (10\sqrt{3})^2}{10^2}} \Rightarrow$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 75}{10} - \frac{2 \cdot (10\sqrt{3})^2}{10^2}} = \sqrt{15 - 6} = \sqrt{9} \Rightarrow t = 3s$$

Έτσι για τη θέση του Σ:

$$\text{Από την (1)} \xrightarrow{t=3s} X_\Sigma = 10\sqrt{3} \cdot 3 \Rightarrow X_\Sigma = 30\sqrt{3} m \text{ και}$$

$$\text{απ την (2)} \xrightarrow{t=3s} \psi_\Sigma = 75 - \frac{1}{2} 10 \cdot 3^2 \Rightarrow \psi_\Sigma = 30m$$

Άρα η θέση του Σ είναι: $\Sigma(30\sqrt{3} m, 30m)$

$$2) \varepsilon\varphi\theta = \frac{\psi_\Sigma}{X_\Sigma} = \frac{30}{30\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

Στη θέση Γ σχεδιάσαμε τις δυνάμεις που δέχεται το σύστημα Θανασάκης -σανίδα και εφόσον η ταχύτητα καθόδου είναι σταθερή συνεπάγεται στο σύστημα $X'\Psi'$ ότι:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow mg \sin \theta = T \Rightarrow mg \sin \theta = \mu N \xrightarrow{\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg \cos \theta} mg \sin \theta = \mu mg \cos \theta \Rightarrow$$

$$\mu = \tan \theta \Rightarrow \mu = \tan 30 \Rightarrow \mu = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

3) Ο Θανάσάκης την $t=0$ περνούσε από τη θέση Γ και έφτασε στη θέση Σ την $t=3s$ διανύοντας με σταθερή ταχύτητα την απόσταση (ΓΣ). Άρα:

$$(ΓΣ) = vt \xrightarrow{t=3s} (ΓΣ) = 4 \cdot 3 \Rightarrow (ΓΣ) = 12m$$

$$(ΓΔ) = (ΓΣ) \sin 30 \Rightarrow (ΓΔ) = 12 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow (ΓΔ) = 6m$$

$$\text{Στο τρίγωνο } ΓΔΣ : (\Delta Σ) = (ΓΣ) \cos 30 \Rightarrow (\Delta Σ) = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\Delta Σ) = 6\sqrt{3}m$$

Έτσι για τη θέση του Γ:

$$X_{\Gamma} = X_{\Sigma} + (\Delta Σ) = 36\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \Rightarrow X_{\Gamma} = 42\sqrt{3}m$$

$$\Psi_{\Gamma} = \Psi_{\Sigma} + (\Delta Γ) = 30 + 6 \Rightarrow \Psi_{\Gamma} = 36m$$

4) α) Μια και η πλαστική κρούση γίνεται ακαριαία μπορούμε να εφαρμόσουμε την ΑΔΟρμής και έχουμε:

$$Mv = (M+m)V \Rightarrow V = \frac{Mv}{M+m} = \frac{40 \cdot 4}{40+10} \Rightarrow V = \frac{160}{50} \Rightarrow V = 3,2m/s$$

β) Μετά την κρούση οι δυνάμεις που δέχεται το σύστημα είναι όπως και στο Γ με τη διαφορά ότι η μάζα είναι $m_{ολ} = M+m$.

Έστω ότι το συσσωμάτωμα κατεβαίνει επιταχυνόμενο οπότε:

$$\Sigma F_x = m_{ολ} a \Rightarrow m_{ολ} g \sin \theta - T = m_{ολ} a \xrightarrow{T = \mu m_{ολ} g \cos \theta} m_{ολ} g \sin \theta - \mu m_{ολ} g \cos \theta = m_{ολ} a \Rightarrow$$

$$g \sin \theta - \mu g \cos \theta = a \xrightarrow{\mu = \tan \theta} a = g \sin \theta - \tan \theta g \cos \theta = g \sin \theta - \frac{g \sin \theta}{\cos \theta} \cos \theta \Rightarrow$$

$$a = 0$$

Άρα η κáθοδος συνεχίζει να είναι ομαλή. Προφανώς οι δυνάμεις στη διεύθυνση του κεκλιμένου αυξήθηκαν κατά το ίδιο ποσό οπότε πάλι $\Sigma F_x = 0$.

Με μικρότερη ταχύτητα απ' ότi η ταχύτητα πριν τη κρούση. Λογικό λόγω της απώλειας ενέργειας κατά την κρούση.

Παντελεήμων Παπαδάκης
02/02/2022 !

Σχόλιο

Ολόκληρη ημερομηνία με δύο νούμερα !

Ερώτηση: Μετά πόσο χρόνο θα ξανασυμβεί ;

