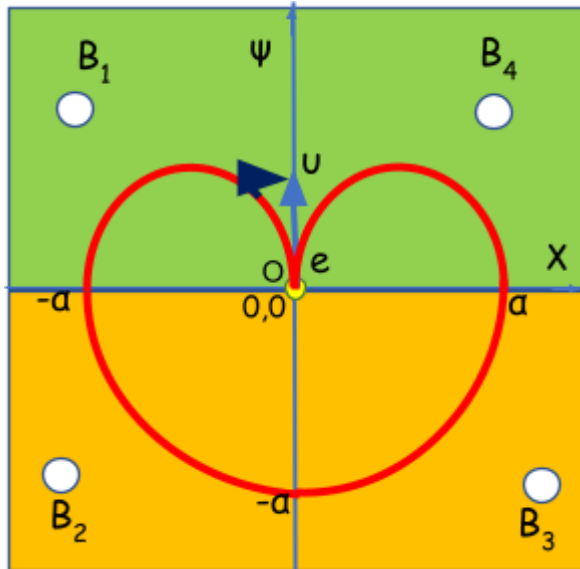


Από την τροχιά του e , στις εντάσεις των ΜΠ...

Στο διπλανό σχήμα βλέπετε την οριζόντια τροχιά ενός e που βλήθηκε την $t=0$ από το σημείο $(0,0)$ του ορθογώνιου συστήματος (x,ψ) , με ταχύτητα u οριζόντια, ενώ στην περιοχή επικρατούν μαγνητικά πεδία κατακόρυφα, οπότε το e διαγράφει την τροχιά που φαίνεται στο σχήμα και η οποία βέβαια συνεχίζει.

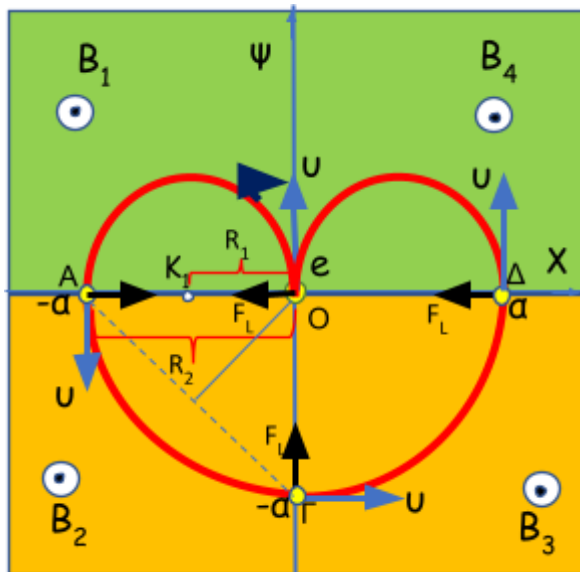


- 1) Να προσδιορίσετε την φορά των ΜΠ καθώς και τα μέτρα των εντάσεων τους.
- 2) Ποια χρονική στιγμή το e θα επανέλθει στη Θέση $O(0,0)$
- 3) Να προσδιορίσετε ποια χρονική στιγμή $t>0$ η τροχιά του e θα τμήσει τον άξονα x για 15^η φορά.
- 4) Ποιο το μήκος της τροχιάς μέχρι τη χρονική στιγμή του 3^{ου} ερωτήματος
- 5) Ποια η θέση του e την χρονική στιγμή $t = \frac{7\pi a}{4v}$

Δίδονται : ο λόγος e/m_e , u , a

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

- 1) Στο δοθέν σχήμα βλέπουμε την φορά κίνησης του e αμέσως μετά την $t=0$ από το οποίο συμπεραίνουμε ότι η δύναμη Lorentz, που θα αναγκάσει το e να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, θα έχει τη διεύθυνση του άξονα x προς τ'αρνητικά. Με βάση τον κανόνα των τριών δακτύλων (ο αντίχειρας αντίθετα με την u , ο μέσος η F_L και ο δείκτης δείχνει την κατεύθυνση της B_1) η οποία θα είναι



κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω. Η τροχιά του e μέχρι να περάσει από τη θέση $A(-a,0)$ είναι ημικύκλιο με κέντρο, στη θέση $K_1(-a/2,0)$ που είναι το σημείο τομής της F_L (κάθετη στην εφαπτόμενη ν) και της μεσοκαθέτου της χορδής (διαμέτρου) OA .

Γνωρίζουμε ότι η ακτίνα του παραπάνω ημικυκλίου δίδεται από τη σχέση:

$$R = \frac{m\nu}{|q_e|B} \xrightarrow{\text{αλλά } R=\frac{a}{2}} \frac{a}{2} = \frac{m\nu}{|q_e|B_1} \Rightarrow B_1 = \frac{2m_e\nu}{a|q_e|} \quad (1)$$

Φτάνοντας στο A η ταχύτητα είναι αντίθετη αυτής της αρχικής, καθώς και η F_L αντίστοιχα, οπότε με τον κανόνα των τριών δακτύλων συμπεραίνουμε ότι η $\vec{B}_2$ θα έχει όμοια κατεύθυνση με την $\vec{B}_1$.

Η τροχιά του e μέχρι να περάσει από τη θέση $\Gamma(0,-a)$ είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο, στη θέση $O(0,0)$ που είναι το σημείο τομής της F_L (κάθετη στην εφαπτόμενη ν) και της μεσοκαθέτου της χορδής $A\Gamma$ (που επειδή το τρίγωνο $AO\Gamma$ είναι ορθογώνιο ισοσκελές θα διέρχεται από την κορυφή O).

Γνωρίζουμε ότι η ακτίνα του παραπάνω ημικυκλίου δίδεται από τη σχέση:

$$R = \frac{m_e\nu}{|q_e|B} \xrightarrow{\text{αλλά } R=a} a = \frac{m_e\nu}{|q_e|B_2} \Rightarrow B_2 = \frac{m_e\nu}{a|q_e|} \quad (2)$$

Σκεπτόμενοι όπως προηγούμενα συμπεραίνουμε ότι η κίνηση από το Γ στο Δ είναι συνέχεια της προηγούμενης αφού τα μέτρα των ν και F_L διατηρούν το

μέτρο τους οπότε η ακτίνα δεν αλλάζει και $B_3 = B_2 = \frac{m_e\nu}{a|q_e|}$ με κατεύθυνση ίδια της $\vec{B}_2$.

Μετά το Δ η κατάσταση είναι όπως η αρχική από το O στο A . Δηλαδή ακτίνα

$a/2$, άρα $B_4 = B_1 = \frac{2m_e\nu}{a|q_e|}$ και το $\vec{B}_4$ ομόρροπο του $\vec{B}_1$.

2) Η σχέση που δίνει την περίοδο κατά την ομαλή κυκλική κίνηση του e σε ΟΜΤ

$$T = \frac{2\pi m_e}{|q_e|B}$$

είναι:

Από το O στο A και από το Δ στο O :

$$\Delta t_{OA} = \frac{T_1}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\pi m_e}{|q_e|B_1} \xrightarrow{(1)} \Delta t_{OA} = \frac{1}{2} \frac{2\pi m_e}{|q_e| \frac{2m_e\nu}{a|q_e|}} \Rightarrow \Delta t_{OA} = \frac{\pi a}{2\nu} = \Delta t_{AO}$$

Από το A στο Δ :

$$\Delta t_{\Delta\Delta} = \frac{T_2}{2} = \frac{1}{2} \frac{2\pi m_e}{|q_e| B_2} \xrightarrow{(1)} \Delta t_{\Delta\Delta} = \frac{1}{2} \frac{2\pi m_e}{|q_e| \frac{m_e v}{\alpha |q_e|}} \Rightarrow \Delta t_{\Delta\Delta} = \frac{\pi\alpha}{v}$$

Η ζητούμενη χρονική στιγμή θα είναι:

$$t = \Delta t_{OA} + \Delta t_{\Delta O} + \Delta t_{\Delta\Delta} = \frac{\pi\alpha}{2v} + \frac{\pi\alpha}{2v} + \frac{\pi\alpha}{v} \Rightarrow t = \frac{2\pi\alpha}{v}$$

Εννοείται πως συντομότερα ,μια και το μέτρο της v παραμένει σταθερό, μπορούμε και μέσω του μήκους των τροχιών που είναι ημικύκλια :

$$t = \frac{S}{v} = \frac{\pi \frac{\alpha}{2} + \pi\alpha + \pi \frac{\alpha}{2}}{v} = \frac{2\pi\alpha}{v}$$

3) 1^η φορά: $t_1 = \frac{T_1}{2} = 1 \frac{\pi\alpha}{2v}$

2^η φορά: $t_2 = t_1 + \frac{T_2}{2} = \frac{\pi\alpha}{2v} + \frac{\pi\alpha}{v} = 3 \frac{\pi\alpha}{2v}$

3^η φορά: $t_3 = t_2 + t_1 = \frac{3\pi\alpha}{2v} + \frac{\pi\alpha}{2v} = 4 \frac{\pi\alpha}{2v}$

4^η φορά: $t_4 = t_3 + \frac{T_2}{2} = \frac{4\pi\alpha}{2v} + \frac{\pi\alpha}{v} = 6 \frac{\pi\alpha}{2v}$

5^η φορά: $t_5 = t_4 + \frac{T_1}{2} = \frac{6\pi\alpha}{2v} + \frac{\pi\alpha}{2v} = 7 \frac{\pi\alpha}{2v}$

6^η φορά: $t_6 = t_5 + \frac{T_2}{2} = \frac{7\pi\alpha}{2v} + \frac{\pi\alpha}{v} = 9 \frac{\pi\alpha}{2v}$

Πιάνοντας το μοτίβο των συντελεστών της παράστασης $\frac{\pi\alpha}{2v}$ και συνεχίζοντας το ,έχουμε :1 , 3, 4 ,6, 7,9, 10,12,13,15,16,18,19,21,**22**,... Άρα:

15^η φορά: $t_{15} = 22 \frac{\pi\alpha}{2v} = 11 \frac{\pi\alpha}{v}$

4) Μια και το μέτρο της ταχύτητας δεν αλλάζει : $S = vt_{15} = v \frac{22\pi\alpha}{2v} \Rightarrow$

$$S = 11\pi\alpha$$

5) Έχουμε παρατηρήσει ότι η τροχιά του ε αποτελείται από ημικύκλια τα οποία

διανύονται σε $\Delta t_{OA} = \frac{\pi a}{2v}$ το πρώτο ημικύκλιο ακτίνας $a/2$, σε $\Delta t_{AA} = \frac{\pi a}{v}$ το επόμενο ημικύκλιο ακτίνας a , οπότε τα δύο ημικύκλια σε

$$\Delta t_{OAA} = \Delta t_{OA} + \Delta t_{AA} = \frac{\pi a}{2v} + \frac{\pi a}{v} = \frac{3\pi a}{2v} = \frac{6\pi a}{4v} < \frac{7\pi a}{4v}$$

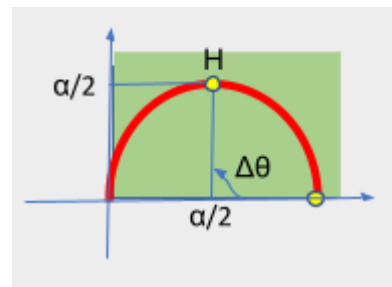
Το τρίτο ημικύκλιο από το Δ στο Ο διανύεται σε $\Delta t_{\Delta O} = \frac{\pi a}{2v}$

Η διαφορά $\frac{7\pi a}{4v} - \frac{6\pi a}{4v} = \frac{\pi a}{4v} < \Delta t_{\Delta O} = \frac{\pi a}{2v}$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το ε θα βρίσκεται κάπου στο 3^ο ημικύκλιο έχοντας διαγράψει σ' αυτό γωνία:

$$\Delta\theta = \omega \Delta t_{\Delta O} = \frac{2\pi}{T_1} \frac{\pi a}{4v} = \frac{2\pi}{\frac{\pi a}{v}} \frac{\pi a}{4v} \Rightarrow \Delta\theta = \frac{\pi}{2}$$

Στο σχηματάκι βλέπουμε τη θέση του ε τη δεδομένη χρονική στιγμή οπότε η θέση του ως προς το σύστημα χ,ψ είναι: $H(a/2, a/2)$



Παντελεήμων Παπαδάκης
14/7/2022