

Câu 1. [2D3-1.2-3] (Đề thi HK2 Lớp 12-Chuyên Nguyễn Du- Đắk Lắk) Cho

$$\int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(x-1)^b}{(x+1)^c} + C$$

với a, b, c là các số nguyên. Giá trị $a+b+c$ bằng

- A.** 4.2018 **B.** 2.2018 **C.** 3.2018 **D.** 5.2018

Lời giải

Tác giả: Trần Ngọc Diễm; Fb: Trần Ngọc Diễm

Chọn A

$$I = \int \frac{(x-1)^{2017}}{(x+1)^{2019}} dx = \int \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2017} \cdot \frac{1}{(x+1)^2} dx$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow dt = \frac{2}{(x+1)^2} dx$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } I &= \int t^{2017} \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{2018}}{2018} + C = \frac{1}{2 \cdot 2018} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2018} + C \\ &= \frac{1}{2 \cdot 2018} \cdot \frac{(x-1)^{2018}}{(x+1)^{2018}} + C \end{aligned}$$

Suy ra $a = 2 \cdot 2018, b = 2018, c = 2018$ nên $a+b+c = 4 \cdot 2018$.

Câu 2. [2D3-1.2-3] (Sở Bắc Ninh) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R thỏa mãn các điều kiện:
 $f(0) = 2\sqrt{2}, f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(x) \cdot f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

- A.** $\sqrt{26}$ **B.** $\sqrt{24}$ **C.** $\sqrt{15}$ **D.** $\sqrt{23}$

Lời giải

Tác giả : Ngô Quốc Tuấn, FB: Quốc Tuấn

Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) \cdot f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)} \Leftrightarrow \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} = (2x+1)$$

$$\text{Suy ra } \int \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} dx = \int (2x+1) dx \Leftrightarrow \int \frac{d(1+f^2(x))}{2\sqrt{1+f^2(x)}} = \int (2x+1) dx$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+f^2(x)} = x^2 + x + C$$

$$\text{Theo giả thiết } f(0) = 2\sqrt{2}, \text{ suy ra } \sqrt{1+(2\sqrt{2})^2} = C \Leftrightarrow C = 3$$

$$\text{Với } C = 3 \text{ thì } \sqrt{1+f^2(x)} = x^2 + x + 3 \Rightarrow f(x) = \sqrt{(x^2 + x + 3)^2 - 1}. \text{ Vậy } f(1) = \sqrt{24}.$$

- Câu 3. [2D3-1.2-3] (Sở Điện Biên)** Cho $\int_1^2 \frac{x}{(x+1)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số hữu tỷ.
 Giá trị của $P = 6a + b + c$ bằng:
A. -2 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** -1 .

Lời giải

Chọn D

$$\int_1^2 \frac{x}{(x+1)^2} dx = \int_1^2 \frac{x+1-1}{(x+1)^2} dx = \int_1^2 \frac{1}{x+1} dx - \int_1^2 \frac{1}{(x+1)^2} dx = \left(\ln|x+1| + \frac{1}{x+1} \right) \Big|_1^2 = -\frac{1}{6} - \ln 2 + \ln 3.$$

Vậy $a = -\frac{1}{6}; b = -1; c = 1 \Rightarrow P = 6\left(-\frac{1}{6}\right) - 1 + 1 = -1$.

- Câu 4. [2D3-1.2-3] (Nguyễn Đình Chiểu Tiền Giang)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$, thỏa mãn $F(3) = 1$ và $F(1) = 2$, giá trị của $F(0) + F(4)$ bằng
A. $2 \ln 2 + 3$. **B.** $2 \ln 2 + 2$. **C.** $2 \ln 2 + 4$. **D.** $2 \ln 2$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tiến Hà; Fb: Nguyễn Tiến Hà.

Chọn A

Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x-2} dx = \begin{cases} \ln(x-2) + C_1 & \text{khi } x > 2 \\ \ln(2-x) + C_2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

Do $\begin{cases} F(3) = 1 \\ F(1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = 2 \end{cases}$. Khi đó $F(x) = \begin{cases} \ln(x-2) + 1 & \text{khi } x > 2 \\ \ln(2-x) + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

Vậy $F(0) + F(4) = (\ln 2 + 2) + (\ln 2 + 1) = 2 \ln 2 + 3$.

- Câu 5. [2D3-1.2-3] (NGUYỄN ĐÌNH CHIỂU TIỀN GIANG)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-2}$, thỏa mãn $F(3) = 1$ và $F(1) = 2$, giá trị của $F(0) + F(4)$ bằng
A. $2 \ln 2 + 3$. **B.** $2 \ln 2 + 2$. **C.** $2 \ln 2 + 4$. **D.** $2 \ln 2$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Tiến Hà; Fb: Nguyễn Tiến Hà.

Chọn A

Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{x-2} dx = \begin{cases} \ln(x-2) + C_1 & \text{khi } x > 2 \\ \ln(2-x) + C_2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

Do $\begin{cases} F(3) = 1 \\ F(1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = 1 \\ C_2 = 2 \end{cases}$. Khi đó $F(x) = \begin{cases} \ln(x-2) + 1 & \text{khi } x > 2 \\ \ln(2-x) + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$.

Vậy $F(0) + F(4) = (\ln 2 + 2) + (\ln 2 + 1) = 2 \ln 2 + 3$.

Câu 6. [2D3-1.2-3] (Quỳnh Lưu Lần 1) Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$ và $F(0) = -\ln 2e$. Tập nghiệm S của phương trình $F(x) + \ln(e^x + 1) = 2$ là:

A. $S = \{3\}$

B. $S = \{2; 3\}$

C. $S = \{-2; 3\}$

D. $S = \{-3; 3\}$

Lời giải

Tác giả: Lê Tuấn Duy ; Fb: Lê Tuấn Duy

Chọn A

Ta có
$$I = \int f(x) dx = \int \frac{1}{e^x + 1} dx = \int \frac{e^x}{e^x(e^x + 1)} dx$$

Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$
$$I = \int \frac{dt}{t(t+1)} = \int \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{t+1} \right) dt = \ln t - \ln(t+1) + C = \ln e^x - \ln(e^x + 1) + C.$$

Khi đó: $F(x) = \ln e^x - \ln(e^x + 1) + C$, $F(0) = -\ln 2e \Leftrightarrow -\ln 2 + C = -\ln 2 - 1 \Leftrightarrow C = -1$

Do đó: $F(x) = \ln e^x - \ln(e^x + 1) - 1$.

$$F(x) + \ln(e^x + 1) = 2 \Leftrightarrow \ln e^x - \ln(e^x + 1) - 1 + \ln(e^x + 1) = 2 \Leftrightarrow \ln e^x = 3 \Leftrightarrow x = 3.$$