

Χάσαμε τη μπάλα

Στην οριζόντια επιφάνεια της ανοιχτής καρότσας ενός ακίνητου φορτηγού είναι τοποθετημένη μια σιδερένια μπάλα ,σε απόσταση d από το πίσω άκρο της.

Κάποια στιγμή ,το φορτηγό ξεκινά με σταθερή επιτάχυνση a και η σφαίρα ολισθαίνοντας στην καρότσα ,η οποία θεωρείται λεία γιατί είχαν χυθεί λάδια από προηγούμενη δραστηριότητα, πέφτει στον οριζόντιο δρόμο σε οριζόντια απόσταση D από το πίσω άκρο της καρότσας και ακινητοποιείται. Η καρότσα απέχει από το δρόμο ύψος h .

Να υπολογίσετε:

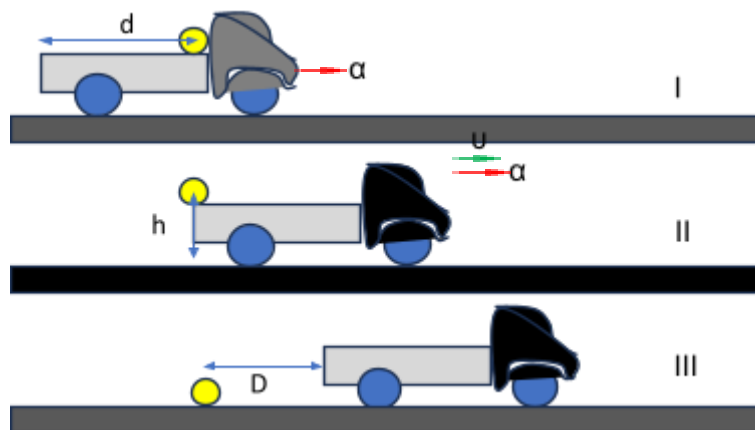
- 1) την επιτάχυνση a του φορτηγού και να περιγράψετε την τροχιά που θα ακολουθήσει η σφαίρα φεύγοντας από την καρότσα με την προϋπόθεση ότι βρίσκεστε ακίνητος στο πεζοδρόμιο.
- 2) Ποια χρονική στιγμή σε σχέση με τη στιγμή που ξεκίνησε το φορτηγό, η σφαίρα έφτασε στο δρόμο
- 3) α)Σκέφτεται ο λύτης του πεζοδρομίου ,κι αν ήμουν στην καρότσα ακίνητος ως προς αυτήν πως θα εύρισκε την επιτάχυνση;
β)Θα δω άραγε άλλη τροχιά για τη σφαίρα φεύγοντας από την καρότσα σε σχέση με αυτήν που είδα σαν λύτης του πεζοδρομίου;

Δίδονται τα : $d= 4m$, $D=1,364m$, $h= 1m$, $g=10m/s^2$

Για προσεγγίσεις: $\sqrt{10} \approx 3,16$ και $\sqrt{1,7556} \approx 1,3$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1)



Λόγω μη ύπαρξης τριβής μεταξύ σφαίρας -καρότσας η σφαίρα δεν μπορεί να ακολουθήσει την κίνηση της καρότσας ,οπότε κάποια στιγμή ενώ το φορτηγό έχει προχωρήσει κατά d επιταχυνόμενο ,η σφαίρα μένοντας στη θέση της ως προς τη Γη ,βρίσκεται στο πίσω άκρο της καρότσας (1^η κίνηση) από όπου **πέφτει ελεύθερα στο δρόμο διανύοντας το ύψος h** (2^η κίνηση), ενώ το φορτηγό προχωρά στη διάρκεια της πτώσης κατά D (3^η κίνηση).

$$d = \frac{1}{2} a t_1^2 \quad (1)$$

1^η κίνηση(I-II)-φορτηγό -διάρκεια t_1 :

$$v = a t_1 \quad (2)$$

2^η κίνηση(II-III)- πτώση σφαίρας- διάρκεια t_2 :

$$h = \frac{1}{2} g t_2^2 \quad (3)$$

3^η κίνηση(III)-φορτηγό για t_2 :

$$D = v t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 \quad (4)$$

Στις παραπάνω τέσσερις εξισώσεις οι άγνωστοι είναι τέσσερις a, v, t_1, t_2

Λύση του συστήματος

$$\text{Από την (1)} : t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a}}$$

$$\text{Από την (2)} : v = a \sqrt{\frac{2d}{a}} \Rightarrow v = \sqrt{2ad}$$

$$\text{Από την (3)} : t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\text{Αντικαθιστώ στην (4)} : D = \sqrt{2ad} \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{1}{2} a \left(\sqrt{\frac{2h}{g}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$1,364 = \sqrt{2\alpha} 4 \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{10}} + \frac{1}{2} a \left(\sqrt{\frac{2 \cdot 1}{10}} \right)^2 \xrightarrow{a=(\sqrt{a})^2} 1,364 = \frac{4}{3,16} \sqrt{a} + (\sqrt{a})^2 \frac{1}{10} \Rightarrow$$

$$= 0,1 (\sqrt{a})^2 + 1,1 \sqrt{a} - 1,364 = 0 \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{-1,1 \pm \sqrt{1,1^2 + 4 \cdot 0,1 \cdot 1,364}}{2 \cdot 0,1} \Rightarrow$$

$$\sqrt{a} = \frac{-1,1 \pm \sqrt{1,21 + 0,5456}}{0,2} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{-1,1 \pm \sqrt{1,7556}}{0,2} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{-1,1 \pm 1,3}{0,2} \Rightarrow$$

$$\sqrt{a} = \frac{0,2}{0,2} = 1 \Rightarrow a = 1^2 \Rightarrow \mathbf{a = 1m / s^2}$$

2^{ος} τρόπος

Φορτηγό:

$$d + D = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow d + D = \frac{1}{2} a (t_1 + t_2)^2 \xrightarrow[(3) \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}]{(1) \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a}}} d + D = \frac{1}{2} a \left(\sqrt{\frac{2d}{a}} + \sqrt{\frac{2h}{g}} \right)^2 \Rightarrow$$

$$d + D = \frac{1}{2} a \left(\frac{2d}{a} + \frac{2h}{g} + 2 \sqrt{\frac{2d}{a}} \sqrt{\frac{2h}{g}} \right) \Rightarrow \cancel{d} + D = \cancel{d} + \frac{ah}{g} + 2a \sqrt{\frac{dh}{ag}} \Rightarrow \kappa\lambda\pi$$

2)Ο ζητούμενος χρόνος είναι το άθροισμα των t_1+t_2

$$t = t_1 + t_2 \xrightarrow[\substack{(1) \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a}} \\ (3) \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}}]{} t = \sqrt{\frac{2d}{a}} + \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 4}{1}} + \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{10}} \Rightarrow t = 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{10} \Rightarrow$$

$$t = 2,1\sqrt{2}s$$

3)α)Εγώ σαν παρατηρητής πάνω στο φορτηγό το θεωρώ ακίνητο και βλέπω τη σφαίρα να φεύγει με την επιτάχυνση του φορτηγού, αντίθετα τούτου, να διανύει την απόσταση d στην καρότσα αποκτώντας ταχύτητα u και στη συνέχεια ενώ οριζοντίως συνεχίζει την επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα την u , κατακορύφως πέφτει με επιτάχυνση g .

Έτσι ισχύουν ακριβώς οι ίδιες εξισώσεις (1), (2), (3), (4) για τη σφαίρα πλέον και το αποτέλεσμα θα είναι ίδιο προφανώς ... $a=1m/s^2$

β)Ενώ ο παρατηρητής του πεζοδρομίου είδε τη σφαίρα να εγκαταλείπει την καρότσα με μηδενική ταχύτητα και να εκτελεί ελεύθερη πτώση, ο παρατηρητής επί της καρότσας βλέπει τη σφαίρα να εγκαταλείπει την καρότσα με οριζόντια ταχύτητα $u = \sqrt{2ad}$ άρα ναι μεν κατακορύφως θα κινηθεί υπό την επίδραση μόνο του βάρους του, άρα εκτελεί ελεύθερη πτώση, ενώ οριζοντίως θα εκτελεί επιταχυνόμενη ομαλά κίνηση με αρχική ταχύτητα u , οπότε η τροχιά θα είναι μια καμπυλόγραμμη κίνηση.

Παντελεήμων Παπαδάκης

30/11/2023