TALLER (Potenciación, radicación y ecuaciones)

1.

Ejercicios sobre suma de números racionales

En los siguientes ejercicios, determine el valor final de la expresión dada

$$\begin{array}{rr} \dfrac{3}{7}+\dfrac{2}{7} & (2^3)\cdot(2^4) \\ \dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{8}+\dfrac{5^7}{5^4}+(3^2)^3 & \sqrt{50} \\ \dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{3} & \sqrt{98}+\sqrt{2} \\ \dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{10}+\dfrac{3}{2} & 8^{-2} \end{array} \tag{1}$$

Factorización

Factorizar las siguientes expresiones

$$\begin{array}{rcl} 5y-10 & \text{y} & m^2z-25z \\ a^2+8a+16 & \text{y} & x^2-7x+12 \\ 2x^2y+4xy^2 & \text{y} & x^3y^2-y^4+x^3-y^2 \end{array} \tag{2}$$

Ecuaciones Lineales y ecuaciones cuadráticas

Encuentre la solución de las siguientes ecuaciones lineales y cuadráticas.

$$\begin{array}{rcl} 4x+7=19 & \text{y} & x^2-6x+8=0 \\ 3(x-2)=9 & \text{y} & x^2+2x-15=0 \\ 5x-3=2x+9 & \text{y} & 2x^2+5x-3=0 \\ \dfrac{x}{2}+4=10 & \text{y} & x^2-4x+4=0 \end{array} \tag{3}$$

2.

Exponenciación

Simplifique y exprese su respuesta con exponentes no negativos

1. $\sqrt[3]{x^6}$
2. $(\sqrt{y})^4$
3. $\sqrt{m^2} \cdot \sqrt[3]{m^3}$
4. $\frac{\sqrt[4]{a^8}}{a}$
5. $\sqrt{x} \cdot x^{1/2}$
6. $\frac{y^{5/2}}{\sqrt{y}}$
7. $\sqrt{x^{-2}}$
8. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a^{-1}}$
9. $(y^{1/3})^{-3}$
10. $\left(\frac{1}{x^4}\right)^{1/2}$
11. $(\sqrt{m})^{-2} \cdot m^2$

Exponenciación y radicación

Simplifique y exprese su respuesta con exponentes no negativos

1. $(\sqrt[3]{8x^3y^6})^2$.
2. $\frac{\sqrt{16a^4b^6}}{2ab}$.
3. $(\sqrt{x} \cdot x^2)^3$
4. $\frac{(m^3)^{1/2}}{m^{-2}}$
5. $\left(\frac{\sqrt{x^6}}{x^2}\right)^3$
6. $(\frac{a^{1/2}b^{-2/3}}{a^{3/2}b^{1/3}})^{-1}$
7. $\left(\frac{\sqrt[3]{x^{-1}}}{\sqrt{x}}\right)^6$
8. $\frac{(m^{1/4}n^{1/2})^3}{(m^{1/2}n^{-1/2})^2}$
9. $\left(\frac{16x^4y^{-2}}{81x^2y^2}\right)^{1/4}$
10. $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a^3b^6}}{a^{-1/2}b^2}}$

Suma y resta de expresiones algebraicas

Sumar o restar las siguientes expresiones racionales

1. $\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3}$
2. $\frac{a^2}{a-4} - \frac{16}{a-4}$
3. $\frac{y+1}{y^2+1} + \frac{y-1}{y^2+1}$
4. $\frac{x-2}{x^2-9} + \frac{3-x}{x^2-9}$
5. $\frac{3}{x} + \frac{2}{x+1}$
6. $\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a+2}$
7. $\frac{y}{y+1} + \frac{1}{y-1}$
8. $\frac{5}{x^2-4} + \frac{2}{x-2}$
9. $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}$
10. $\frac{3}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3}$
11. $\frac{m}{m^2+2m-8} + \frac{1}{m+4}$
12. $\frac{2}{x^2-5x+6} - \frac{1}{x-3}$

3. Utilizando solo propiedades de la potenciación y la radicación, compruebe o refute que:

   a) $\sqrt{21^2 - 19^2} = 4\sqrt{5}$

   b) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}}{\sqrt{15}} = \sqrt{3}$

   c) $\frac{3^{99}-3^{100}}{-2} = 3^{99}$

   d) $5\sqrt{5} \div 5\sqrt{5} = 5$

   e) $\left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}} = 4$

4. Calcule el valor de c, sabiendo que $c^c = \left(6\sqrt{6}\right)^4$

5. a) Racionalice $\frac{2}{4-\sqrt{15}}$

   b) Racionalice $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$

   c) Calcule los valores de a y b, de tal forma que $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Sugerencia: Calcule $\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^2$

6. Utilice los resultados del ejercicio anterior para comprobar que $\sqrt{\frac{2}{4-\sqrt{15}}} - \frac{4}{\sqrt{5}-1}$ es igual a $\sqrt{3} - 1$

7. Si $x = \sqrt{\frac{2}{4-\sqrt{15}}} - \frac{4}{\sqrt{5}-1}$,compruebe que $P = \left(x^2 + 2x + 2023\right)^{2026} = 2025^{2026}$.

8. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x}{4} + \frac{x}{40} + \frac{x}{400} = 2,775$

b) $x^2 + 5x + 6 = 0$ (Resuélvala usando dos métodos diferentes)

c) $x^2 + x - 3 = 0$

d) $x^2 + x = -6$

e) $12x! + 5(x + 1)! = (x + 2)!$ (Recuerde que si $x \in Z^+$, $x! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \bullet \ldots \bullet x$) ($Por\ definición\ 0! = 1$)

f) $\frac{x-2}{2-x} = 4$

g) $\frac{r}{5} = r$

h) Si $a + b = 1$ y $a^2 + b^2 = 2$, $a^3 + b^3 =$?

i) $\frac{y+y}{y} = y$

j) $\frac{x^2-x-6}{2x^2-7x+3} \div \frac{2x^2+5x+2}{2x^2+5x-3} - x = 0$