

## TALLER (Potenciación, radicación y ecuaciones)

1.

### Ejercicios sobre suma de números racionales

En los siguientes ejercicios, determine el valor final de la expresión dada

$$\begin{array}{ll} \frac{3}{7} + \frac{2}{7} & (2^3) \cdot (2^4) \\ \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{5^7}{5^4} + (3^2)^3 & \sqrt{50} \\ \frac{5}{6} - \frac{1}{3} & \sqrt{98} + \sqrt{2} \\ \frac{2}{5} + \frac{1}{10} + \frac{3}{2} & 8^{-2} \end{array} \quad (1)$$

### Factorización

Factorizar las siguientes expresiones

$$\begin{array}{ll} 5y - 10 & y \quad m^2z - 25z \\ a^2 + 8a + 16 & y \quad x^2 - 7x + 12 \\ 2x^2y + 4xy^2 & y \quad x^3y^2 - y^4 + x^3 - y^2 \end{array} \quad (2)$$

### Ecuaciones Lineales y ecuaciones cuadráticas

Encuentre la solución de las siguientes ecuaciones lineales y cuadráticas.

$$\begin{array}{ll} 4x + 7 = 19 & y \quad x^2 - 6x + 8 = 0 \\ 3(x - 2) = 9 & y \quad x^2 + 2x - 15 = 0 \\ 5x - 3 = 2x + 9 & y \quad 2x^2 + 5x - 3 = 0 \\ \frac{x}{2} + 4 = 10 & y \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \end{array} \quad (3)$$

2.

## Exponenciación

Simplifique y exprese su respuesta con exponentes no negativos

1.  $\sqrt[3]{x^6}$

7.  $\sqrt{x^{-2}}$

2.  $(\sqrt{y})^4$

8.  $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a^{-1}}$

3.  $\sqrt{m^2} \cdot \sqrt[3]{m^3}$

9.  $(y^{1/3})^{-3}$

4.  $\frac{\sqrt[4]{a^8}}{a}$

10.  $(\frac{1}{x^4})^{1/2}$

5.  $\sqrt{x} \cdot x^{1/2}$

11.  $(\sqrt{m})^{-2} \cdot m^2$

6.  $\frac{y^{5/2}}{\sqrt{y}}$

## Exponenciación y radicación

Simplifique y exprese su respuesta con exponentes no negativos

1.  $(\sqrt[3]{8x^3y^6})^2$

7.  $(\frac{\sqrt[3]{x^{-1}}}{\sqrt{x}})^6$

2.  $\frac{\sqrt{16a^4b^6}}{2ab}$

8.  $\frac{(m^{1/4}n^{1/2})^3}{(m^{1/2}n^{-1/2})^2}$

3.  $(\sqrt{x} \cdot x^2)^3$

9.  $(\frac{16x^4y^{-2}}{81x^2y^2})^{1/4}$

4.  $\frac{(m^3)^{1/2}}{m^{-2}}$

5.  $(\frac{\sqrt{x^5}}{x^2})^3$

6.  $(\frac{a^{1/2}b^{-2/3}}{a^{3/2}b^{1/3}})^{-1}$

10.  $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{a^3b^6}}{a^{-1/2}b^2}}$

## Suma y resta de expresiones algebraicas

Sumar o restar las siguientes expresiones racionales

1.  $\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3}$

7.  $\frac{y}{y+1} + \frac{1}{y-1}$

2.  $\frac{a^2}{a-4} - \frac{16}{a-4}$

8.  $\frac{5}{x^2-4} + \frac{2}{x-2}$

3.  $\frac{y+1}{y^2+1} + \frac{y-1}{y^2+1}$

9.  $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1}$

4.  $\frac{x-2}{x^2-9} + \frac{3-x}{x^2-9}$

10.  $\frac{3}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3}$

5.  $\frac{3}{x} + \frac{2}{x+1}$

11.  $\frac{m}{m^2+2m-8} + \frac{1}{m+4}$

6.  $\frac{1}{a-2} - \frac{1}{a+2}$

12.  $\frac{2}{x^2-5x+6} - \frac{1}{x-3}$

3. Utilizando solo propiedades de la potenciación y la radicación, compruebe o refute que:

a)  $\sqrt{21^2 - 19^2} = 4\sqrt{5}$

b)  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5}}{\sqrt{15}} = \sqrt{3}$

c)  $\frac{3^{99} - 3^{100}}{-2} = 3^{99}$

d)  $5\sqrt{5} \div 5\sqrt{5} = 5$

e)  $\left(\frac{4}{2^{\sqrt{2}}}\right)^{2+\sqrt{2}} = 4$

4. Calcule el valor de  $c$ , sabiendo que  $c^c = (6\sqrt{6})^4$

5. a) Racionalice  $\frac{2}{4-\sqrt{15}}$

b) Racionalice  $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$

c) Calcule los valores de  $a$  y  $b$ , de tal forma que

$$\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}. \text{ Sugerencia: Calcule } (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

6. Utilice los resultados del ejercicio anterior para comprobar que

$$\sqrt{\frac{2}{4-\sqrt{15}}} - \frac{4}{\sqrt{5}-1} \text{ es igual a } \sqrt{3} - 1$$

7. Si  $x = \sqrt{\frac{2}{4-\sqrt{15}}} - \frac{4}{\sqrt{5}-1}$ , compruebe que

$$P = (x^2 + 2x + 2023)^{2026} = 2025^{2026}.$$

8. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a)  $\frac{x}{4} + \frac{x}{40} + \frac{x}{400} = 2,775$

b)  $x^2 + 5x + 6 = 0$  (Resuélvala usando dos métodos diferentes)

c)  $x^2 + x - 3 = 0$

d)  $x^2 + x = -6$

e)  $12x! + 5(x + 1)! = (x + 2)!$  (Recuerde que si  $x \in \mathbb{Z}^+$ ,  
 $x! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot x$ ) (Por definición  $0! = 1$ )

f)  $\frac{x-2}{2-x} = 4$

g)  $\frac{r}{5} = r$

h) Si  $a + b = 1$  y  $a^2 + b^2 = 2$ ,  $a^3 + b^3 = ?$

i)  $\frac{y+y}{y} = y$

j)  $\frac{x^2-x-6}{2x^2-7x+3} \div \frac{2x^2+5x+2}{2x^2+5x-3} - x = 0$