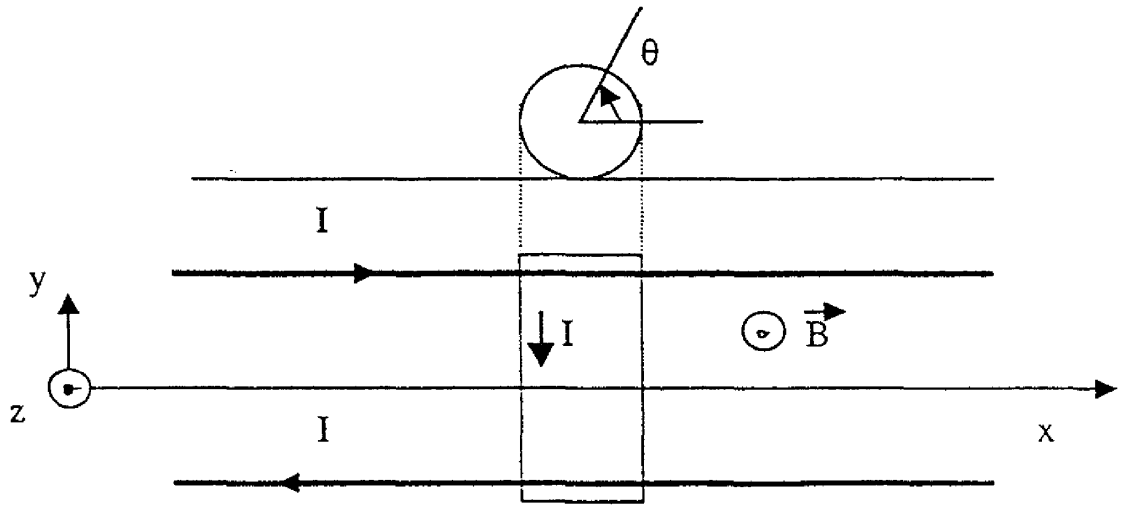
SESSION 2000
Filière MP
ÉPREUVE DE PHYSIQUE I
Durée: 3 heures
L'usage de la calculatrice est autorisé

Ce problème propose l'étude de mouvements de conducteurs dans un champ magnétique B uniforme et constant. On négligera les champs magnétiques propres créés par les courants induits devant le champ extérieur B.
Les candidats devront faire des schémas clairs sur lesquels les orientations ressortiront nettement. Les fautes de signe seront particulièrement pénalisées.

A. ÉTUDE DU ROULEMENT SANS GLISSEMENT D'UN BARREAU

A.l. - On considère un barreau cylindrique creux mobile de masse m, de rayon r de moment d'inertie J par rapport à son axe, de longueur ℓ et de résistance électrique *R*. Ce barreau peut rouler sur deux rails conducteurs horizontaux H_1 et H_2 de résistance négligeable et distants de a. Dans son déplacement le barreau reste perpendiculaire aux rails. Un courant d'intensité *I* circule dans les rails et le conducteur mobile. On place l'ensemble dans un champ magnétique vertical uniforme. On étudie le mouvement de roulement sans glissement du barreau sur les rails parallèlement à O*x* et on repère la position du barreau par l'abscisse x_1 de son milieu et centre d'inertie M_1.



Caractéristiques du barreau : $m = 5g$; $r = 3$ mm ; $a = 10$ cm $\ell = 15$ cm ; $J = mr^2$; $R = 0{,}1\,\Omega$.

A.1.1. - En admettant que le barreau est soumis à des forces électromagnétiques équivalentes à une force unique horizontale F_m s'appliquant au centre d'inertie, montrer que l'accélération a_{M1} du centre d'inertie est donnée par :

$$a_{M1} = F_m / m_{ap}$$

où m_{ap} est une constante que l'on déterminera en fonction de m, r et *J*.
A. 1. 2. - Le coefficient de frottement étant *f*. Donner la condition sur *f* pour que la condition de non glissement soit satisfaite.

B. - MOUVEMENT D'UN BARREAU DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

B. l.- Les deux rails sont reliés à un générateur de tension de f.e.m. E et à un interrupteur. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, le barreau étant immobile.

B. 1. 1.- Décrire qualitativement le mouvement ultérieur du barreau. Définir et déterminer le temps de relaxation.

B.1.2. - Donner les caractéristiques du mouvement au bout d'un temps long devant le temps de relaxation. Justifier physiquement le résultat obtenu.

B.2. - Le barreau 1 est maintenant relié à l'extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 dans le plan des rails et dont l'autre extrémité est fixée en un point O_1 que l'on prend comme origine de l'axe. On désigne par x_1 la position du milieu du barreau. A $t = 0$ on ferme l'interrupteur, le barreau étant dans sa position d'équilibre $x_1 = \ell_0$, le barreau roule sans glisser et on prendra comme allongement du ressort: $x_1 - \ell_0$.

B.2.1. - Étudier qualitativement le mouvement ultérieur du barreau et donner sa nouvelle position d'équilibre.

B.2.2. - Établir l'équation différentielle du mouvement du barreau.

B.2.3. - Décrire les divers mouvements possibles du barreau et donner la valeur k_c de k permettant d'obtenir un amortissement critique. Faire une application numérique avec $B = 1\ \text{T}$.

B.2.4.- Faire un bilan énergétique entre les instants $t = 0$ et $t \to \infty$.

B.3. - Le générateur est maintenant un générateur de tension alternative sinusoïdale $e = E\cos(\omega t)$, le barreau étant toujours relié au ressort. À l'instant $t = 0$ on ferme l'interrupteur. le barreau étant dans sa position d'équilibre $(x_1 = \ell_0,\ i = 0)$.

B.3.1. - Décrire qualitativement le mouvement ultérieur du barreau.

B.3.2. - Écrire l'équation différentielle du mouvement du barreau.

B.3.3. - On attend un temps suffisamment long (que l'on précisera) pour obtenir un régime sinusoïdal forcé. Préciser alors l'amplitude du mouvement du barreau. Faire une application numérique avec : $B = 1\ \text{T}$, $E = 10^{-2}\ \text{V}$, $\omega = 10\ \text{rd}\cdot\text{s}^{-1}$, $k = 0{,}5\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$.

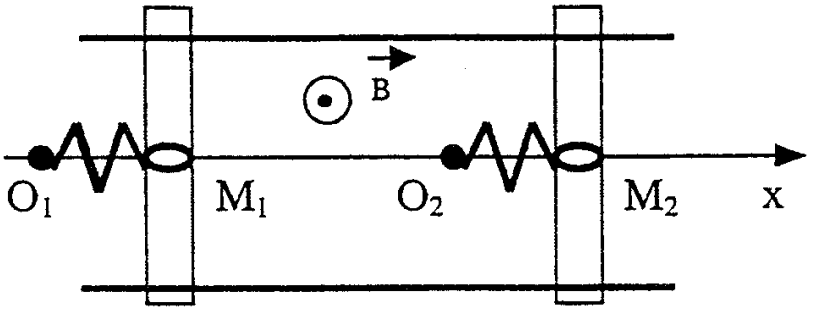
C-MOUVEMENT DE DEUX BARREAUX DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE

On supprime le générateur et on ajoute maintenant sur les rails un deuxième barreau identique au précèdent. On étudie le mouvement des deux barreaux parallèlement à O*x* et on repère la position des barreaux par les abscisses x_1 et x_2 de leurs milieux M_1 et M_2.

C.1. - Le champ magnétique étant constant, les deux barreaux étant immobiles, on impose à partir de $t = 0$ au barreau 1 de se déplacer à la vitesse v_1 constante (les barreaux roulent sans glisser).

C.1.1. - Justifier qualitativement que le barreau 2 se met en mouvement et évaluer sa vitesse limite.

C.1.2. - Établir l'équation différentielle donnant le mouvement du barreau 2 et retrouver les résultats de la question précédente. A.N. : Calculer le temps de relaxation.



C.2. - On impose au barreau 1 un mouvement sinusoïdal de période T et d'amplitude *D*. Justifier qu'après un régime transitoire dont on évaluera la durée, le barreau 2 a un mouvement correspondant à un régime sinusoïdal forcé, dont on déterminera l'amplitude.

C.3.- Les deux barreau sont maintenant reliés à des ressorts identiques fixés en O_1 et O_2. Les abscisses x_1 et x_2 sont mesurées à partir de O_1 et O_2 (cf $B2$) .

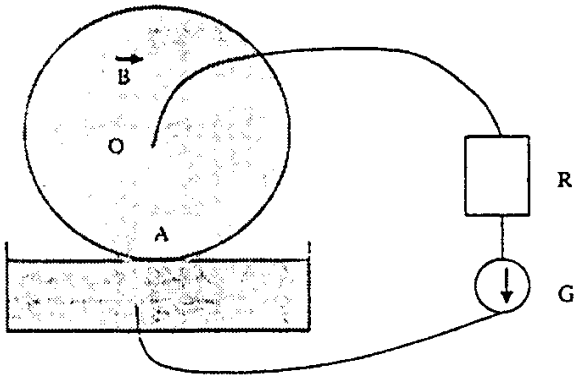
C.3.1. - Écrire l'équation caractéristique du circuit lorsque les barreaux sont animés des vitesses v_1 et v_2 .

C.3.2. - En déduire les équations différentielles caractérisant les mouvements de chaque barreau.

C.3.3. - Résoudre le système obtenu dans le cas particulier de l'amortissement critique et avec les conditions initiales : $t=0$, $x_{1,0}=x_{2,0}=\ell_{0_1}$ $v_{1,0}=v_0$ et $v_{2,0}=0$ (on pourra poser $\alpha=x_1+x_2$ et $\beta=x_1-x_2$).

C.3.4. - Quels sont les mouvements des barreaux au bout d'un temps infini. Justifier par des considérations physiques le résultat obtenu. Dépend-il des conditions initiales ?

D -ANALOGIE ENTRE LE MOUVEMENT D'UN BARREAU ET LE MOUVEMENT D'UN DISQUE.



D.1. - Un disque métallique homogène de rayon b , de centre O, d'axe D_1 , de masse m_1 , de moment d'inertie par rapport à D_1 , $J=1/2(m_1b^2)$, est animé d'un mouvement de rotation par rapport à son axe à la vitesse $\omega_1(t)$. Il est placé dans un champ magnétique uniforme et constant parallèle à l'axe D_1 . Un générateur de tension de force électromotrice E est relié à deux contacts fixes : l'un sur l'axe du disque et l'autre sur la périphérie. La résistance totale du circuit parcouru par un courant d'intensité $I(t)$ est R_1 .

D.1.1. - En admettant que l'on puisse considérer que le courant traverse le disque suivant le rayon OA, calculer le moment en O des forces électromagnétiques agissant sur le disque en fonction de b

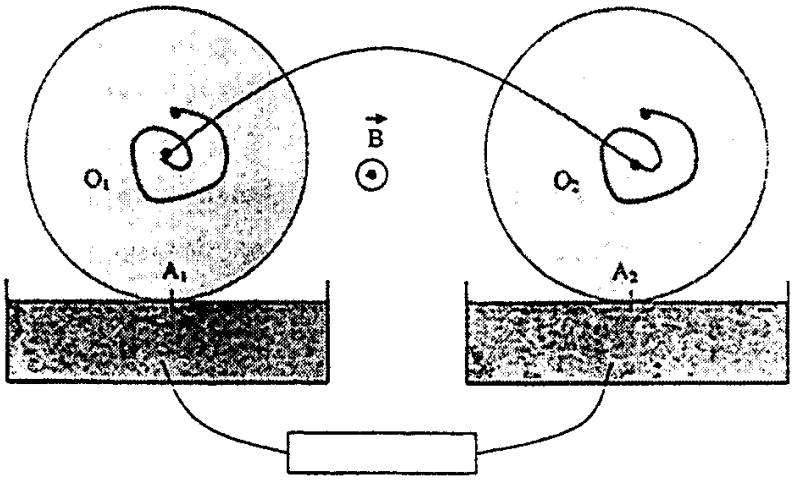
, I et B.
D.1.2. - Calculer la force électromotrice induite.
D.1.3. - Déterminer la loi d'évolution de la vitesse angulaire en fonction du temps.

Dans toute la suite du problème, on pourra établir les équations différentielles, soit par un calcul complet, soit par transposition des équations obtenues pour les barreaux. Dans ce dernier cas, on précisera les correspondances faites entre les grandeurs se rapportant aux disques et celles se rapportant aux barreaux. On n'étudiera pas le régime transitoire, mais seulement le régime permanent.

D.2. - On ajoute un ressort spiral sur l'axe du disque de constante C. Lorsque le disque tourne d'un angle θ, ce ressort exerce un couple de rappel $-C\theta$. A l'instant $t = 0$ on lance le disque à partir de sa position d'équilibre avec une vitesse $\omega_{1.0}$.
D.2.1. - Décrire qualitativement le mouvement du disque.

D.3. - Le générateur délivre maintenant une tension sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude E_m. On attend qu'un régime permanent s'établisse.
D.3.1. - Donner l'amplitude A du mouvement en fonction de ω.

D.4. - On associe maintenant deux disques identiques d'axes D_1 et D_2 parallèles. On relie électriquement les deux axes et deux points de la périphérie (voir dessin). La résistance totale du circuit électrique est R_3. À l'instant $t = 0$, on lance la roue 1 à la vitesse angulaire $\omega_{1.0}$.



R

D.4.1. - Expliquer pourquoi la roue 2 se met en mouvement.
D.4.2. - Donner les équations différentielles exprimant l'évolution du mouvement des disques.
D.4.3. - Quel est le mouvement au bout d'un temps suffisamment long. Justifier qualitativement le résultat trouvé.
D.5. - On ajoute un ressort spiral sur l'axe de chaque roue et on lance la roue 1 à partir de sa position d'équilibre avec une vitesse $\omega_{1,0}$. Après un certain temps on constate que les disques oscillent avec la même période et la même amplitude.
D.5.1. - Justifier qualitativement.
D.5.2. - Écrire les deux équations différentielles caractéristiques du mouvement.
D.5.3. - En déduire la période et l'amplitude du mouvement.
D.5.4. - Donner sans calcul l'énergie dissipée par effet joule entre les instants $t = 0$ et $t = \infty$.