

Câu 1. [2D1-6.5-3] (THPT LÝ THƯỜNG KIỆT – HÀ NỘI) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		0		3		$-\infty$

Tìm m để phương trình $f^2(2x) - 2f(2x) - m - 1 = 0$ có nghiệm trên $(-\infty; 1)$.

A. $[-2; +\infty)$

B. $(-1; +\infty)$

C. $[-1; +\infty)$

D. $(-2; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(2x) = t$.

Ta có: $x \in (-\infty; 1) \Rightarrow 2x \in (-\infty; 2) \Rightarrow f(2x) \in [0; +\infty) \Rightarrow t \in [0; +\infty)$.

Khi đó bài toán trở thành tìm m để phương trình $t^2 - 2t - m - 1 = 0$ có nghiệm trên $[0; +\infty)$.

Xét $g(t) = t^2 - 2t - 1$ trên $[0; +\infty)$.

$$g'(t) = 2t - 2 = 0 \Rightarrow t = 1$$

Ta có bảng biến thiên:

t	0	1	$+\infty$		
$g'(t)$		-	0	+	
$g(t)$	-1		-2		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra với $m \geq -2$ thì phương trình có nghiệm trên $[0; +\infty)$.

Câu 2. [2D1-6.5-3] (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								
			</					

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $2f(\sin x - \cos x) = m - 1$ có

hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$?

A. 13 .

B. 12 .

C. 11 .

D. 21 .

Lời giải

Tác giả: Giáp Minh Đức; Fb: Giáp Minh Đức

Chọn A

$$t = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Đặt

$$\text{Với } x \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right) \Rightarrow x - \frac{\pi}{4} \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$$

$$\text{Khi đó phương trình đã cho trở thành } 2f(t) = m - 1 \Leftrightarrow f(t) = \frac{m-1}{2}$$

$$\text{Với mỗi giá trị của } t_0 \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \text{ có duy nhất một giá trị } x_0 \in \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right) \text{ sao cho}$$
$$t_0 = \sqrt{2} \sin\left(x_0 - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{Do đó phương trình } 2f(\sin x - \cos x) = m - 1 \text{ có hai nghiệm phân biệt trên khoảng}$$
$$\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \text{phương trình } f(t) = \frac{m-1}{2} \text{ có hai nghiệm phân biệt trên khoảng } (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$$

$$\text{Từ bảng biến thiên suy ra } -4 < \frac{m-1}{2} < 3 \Leftrightarrow -7 < m < 7$$

Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.