Câu 1. **[2D1-6.5-3] (THPT LÝ THƯỜNG KIỆT – HÀ NỘI)** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm m để phương trình $f^2(2x)-2f(2x)-m-1=0$ có nghiệm trên $(-\infty;1)$.

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(2x)=t$.

Ta có: $x\in(-\infty;1)\Rightarrow 2x\in(-\infty;2)\Rightarrow f(2x)\in[0;+\infty)\Rightarrow t\in[0;+\infty)$.

Khi đó bài toán trở thành tìm m để phương trình $t^2-2t-m-1=0$ có nghiệm trên $[0;+\infty)$.

Xét $g(t)=t^2-2t-1$ trên $[0;+\infty)$.

$g'(t)=2t-2=0\Rightarrow t=1$.

Ta có bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra với $m\ge -2$ thì phương trình có nghiệm trên $[0;+\infty)$.

Câu 2. **[2D1-6.5-3] (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2019)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-4	↗	5	↘	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $2f(\sin x-\cos x)=m-1$ có hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$?

A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 21.

Lời giải

Tác giả: Giáp Minh Đức; Fb: Giáp Minh Đức

Chọn A

Đặt $t=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$.

Với $x\in\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)\Rightarrow x-\frac{\pi}{4}\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành $2f\left(t\right)=m-1\Leftrightarrow f\left(t\right)=\frac{m-1}{2}$.

Với mỗi giá trị của $t_0\in\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ có duy nhất một giá trị $x_0\in\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)$ sao cho $t_0=\sqrt{2}\sin\left(x_0-\frac{\pi}{4}\right)$.

Do đó phương trình $2f\left(\sin x-\cos x\right)=m-1$ có hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right)\Leftrightarrow$ phương trình $f\left(t\right)=\frac{m-1}{2}$ có hai nghiệm phân biệt trên khoảng $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Từ bảng biến thiên suy ra $-4<\frac{m-1}{2}<3\Leftrightarrow -7<m<7$.

Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.